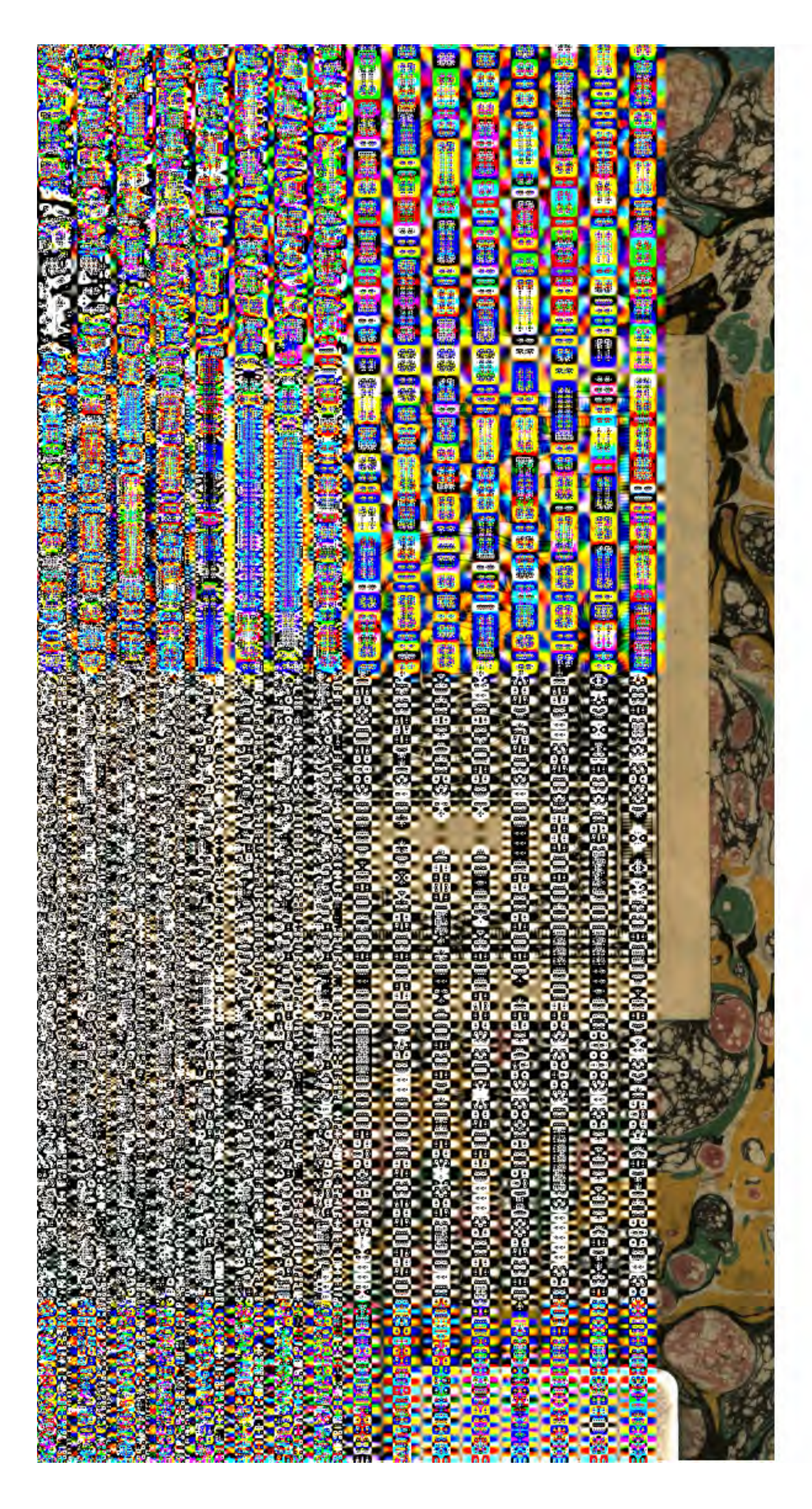
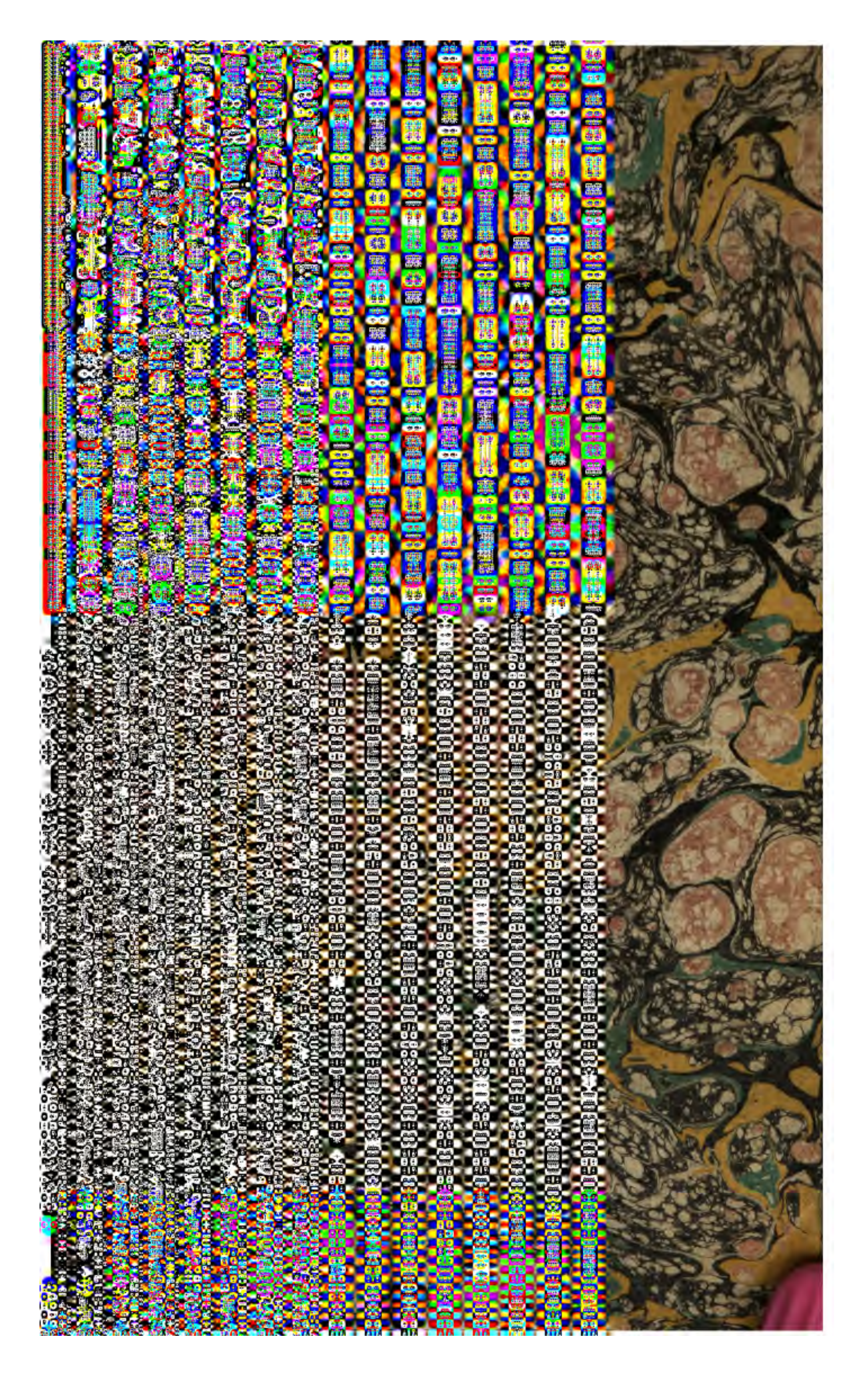
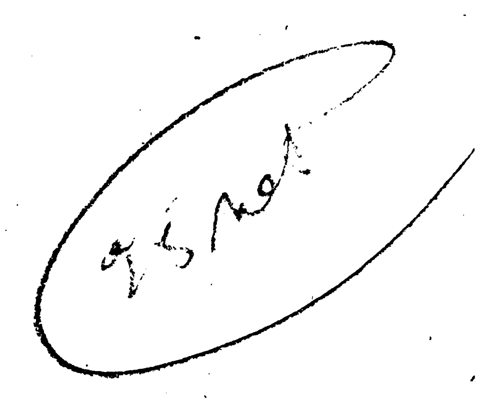
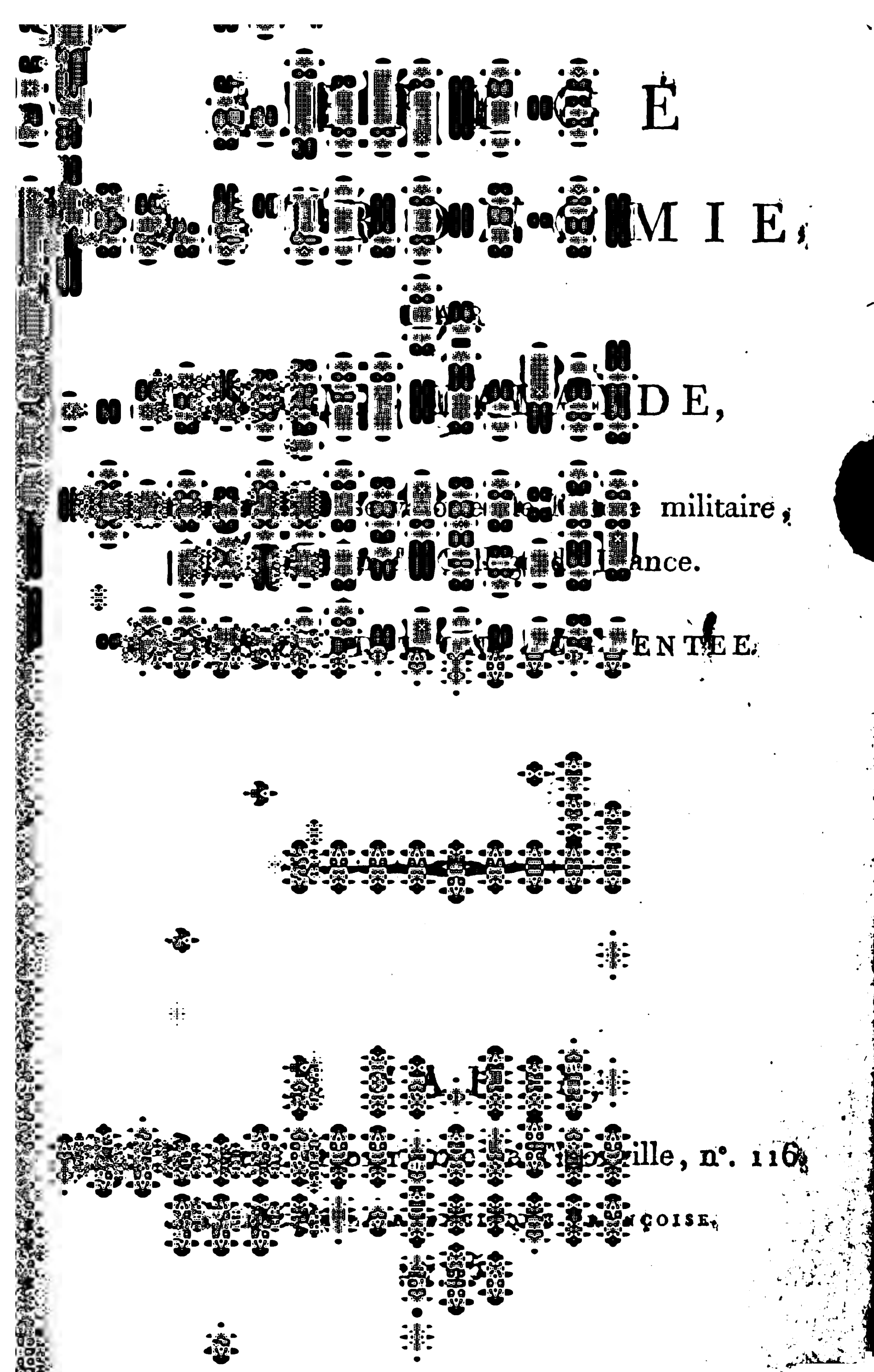






ABRÉGÉ
D'ASTRONOMIE.



É

MIE,

DE,

militaire,

ance.

ENTÉE.

ille, n°. 116,

ÇOISE.

PRÉFACE.

L'ASTRONOMIE que j'ai publiée en 1764 en deux volumes, en 1771 et en 1792 en trois volumes *in*-4°, étoit destinée non seulement pour ceux qui commencent, mais pour les astronomes même de profession : on y trouve toutes les méthodes, les découvertes, les observations, les calculs, dont ils font usage, et les tables astronomiques les plus parfaites.

Mais, en donnant ce grand ouvrage au public, je n'ignorois pas que le plus grand nombre des amateurs le trouveroient trop étendu, et qu'on ne pourroit s'en servir dans les études ordinaires : il falloit donc en publier un extrait; aussi la premiere édition de cet abrégé, qui parut en 1774, a-t-elle été imprimée en plusieurs endroits, et traduite en italien et en allemand, tandis que le grand traité n'a été traduit qu'en hollandois.

Les leçons de la Caille sont à-peu-près du format et de l'étendue de cet abrégé; mais elles me semblent trop succintes pour la partie élémentaire, trop abstraites pour d'autres parties; on n'y trouve rien sur l'histoire de l'astronomie, sur les instrumens, sur les observations : ce sont les inconvéniens que j'ai voulu éviter dans cet abrégé.

La méthode et l'ordre de cet ouvrage sont aussi très différens de ceux de la Caille : les premiers phénomenes qui doivent frapper les yeux, lorsqu'on examine le ciel pour la premiere fois, m'ont paru devoir commencer un traité d'astronomie. J'ai considéré ensuite les conséquences qu'en tirerent les premiers astronomes, toujours très naturelles, souvent très ingénieuses, quelquefois fausses; car les premiers observateurs ne furent que des bergers. Ainsi je n'ai pas commencé mon livre en supposant l'observateur au centre du soleil, comme a fait la Caille, parcequ'il a fallu deux mille ans pour par-

venir à démontrer que le soleil étoit le centre des mouvemens planétaires. Je n'ai pas commencé par la définition des cercles de la sphere, parceque le lecteur n'auroit point apperçu la nécessité de ces cercles et leur origine ; la génération des choses doit précéder leur définition. Enfin je n'ai pas commencé par l'histoire de l'astronomie, il auroit fallu supposer l'astronomie connue ; mais j'ai tâché de conduire l'histoire avec la chose même en indiquant l'ordre des inventions.

A la suite de ces premieres observations, nous verrons paroître les travaux de Copernic, de Tycho, de Képler, de Cassini, de Newton, en un mot des instrumens nouveaux, des systêmes hardis, des découvertes heureuses, des observations délicates : ces deux siecles de lumieres ouvriront le spectacle le plus étonnant dont l'esprit puisse jouir. Mais si nous prenons soin de placer chaque chose à la suite de celle qui lui a donné naissance, si nous transportons le lecteur dans la position de celui qui aura fait quelque belle découverte, la chaîne reparoîtra, l'on verra les progrès de l'esprit; c'est à cela que la méthode de cet ouvrage est destinée : point de science où ils soient plus admirables et plus satisfaisans.

Quelque envie que j'eusse de diminuer la sécheresse d'une étude très abstraite, l'exemple de Fontenelle et de Pluche ne m'a point séduit: je n'ai osé y mêler ni dialogues, ni épisodes, ni digressions ; le goût épuré de notre siecle semble avoir un peu écarté cette maniere enjouée de présenter les sciences. Ceux à qui ce genre de lecture pourroit plaire trouveront de quoi se satisfaire dans le *Spectacle de la Nature*, (*t.* 4). On y verra des peintures agréables, des conversations amusantes, des réflexions qui intéressent. La fraîcheur des ombres, le silence de la nuit, la douce lumiere du crépuscule, les feux qui brillent dans le ciel, les diverses apparences de la lune, tout devient entre les mains de l'auteur un sujet de peintures agréables. Il rapporte tout aux besoins de l'homme, aux attentions de l'Être su-

prême sur nos plaisirs et sur nos besoins, et à la gloire du Créateur. Pour moi, je n'ai eu pour objet que de parler d'astronomie, et je me contente d'indiquer à la curiosité du lecteur le *Spectacle de la Nature*, la *Théologie astronomique de Derham*, et les *Dialogues de Fontenelle* sur la pluralité des mondes (1).

Mon plus grand soin a été de rendre mes explications faciles à entendre. Je me suis rappelé les difficultés que j'avois rencontrées moi-même autrefois; je les ai analysées et résolues, et j'ai expliqué avec le plus de détail et de clarté qu'il m'a été possible les solutions que je m'en étois faites; j'ai profité aussi des difficultés que m'ont proposées plus d'une fois des personnes qui étudioient ces matieres, et de l'occasion que j'ai eue de les expliquer avec soin au college de France depuis 1761.

Les renvois d'un article à un autre n'y sont point épargnés; ils rendront l'usage de ce livre plus facile : ils m'ont évité beaucoup de répétitions, et ils soulageront la mémoire du lecteur.

Pour lire cet ouvrage avec fruit il faut avoir un globe céleste (2); il est sur-tout nécessaire pour bien entendre le premier livre.

Le conseil le plus important que l'on doive donner à ceux qui étudient les mathématiques, c'est d'exercer leur imagination beaucoup plus que leur mémoire, c'est de lire peu et de penser beaucoup, de chercher par eux-mêmes les démonstrations, ou du moins d'essayer leurs forces le plus souvent qu'ils pourront : c'est ainsi qu'on acquiert l'esprit des mathématiques, le goût des recherches, la facilité de découvrir et d'inventer; il faut développer soi-même les choses qu'on a lues, en tirer des corollaires, en faire des applications, et ne

(1) J'ai donné en 1786 une petite *Astronomie des dames*, où, même en écrivant pour elles, je me suis abstenu de ces ornemens étrangers.

(2) Les globes de 6 pouces ne coûtent que 7 francs, 8 pouces 10 francs, 10 pouces 18 francs, un pied 50 francs.

man, dit Pope: mais on se tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement philosophe sans l'étude des sciences naturelles. Pour être sage non par foiblesse, mais par principe, il faut savoir réfléchir et penser fortement; il faut, à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent le jugement, qui s'opposent au développement de la raison et de l'esprit. Pythagore ne vouloit point de disciple qui n'eût étudié les mathématiques; on lisoit sur la porte, *nul ici qui ne soit géometre*. La morale seroit peu sûre et peu attrayante pour nous, si elle devoit être fondée sur l'ignorance ou sur l'erreur.

Doit-on compter pour rien l'avantage d'être garanti, par l'étude, des malheurs de l'ignorance? Peut-on envisager, sans un mouvement de compassion et de honte, la stupidité des peuples qui croyoient autrefois qu'en faisant un grand bruit dans une éclipse de lune on apportoit du remede aux souffrances de cette déesse, ou que les éclipses étoient produites par des enchanteurs?

> *Cum frustra resonant æra auxiliaria lunæ*. Met. IV, 333.
> *Cantus et e curru lunam deducere tentat;*
> *Et faceret, si non æra repulsa sonent.* Tib. I. El. 8.

Indépendamment de cette erreur qui dégrade le peuple, on trouve dans l'histoire plusieurs traits qui montrent le désavantage que l'ignorance en astronomie donna quelquefois à des généraux, à des nations entieres. Nicias, général des Athéniens, avoit résolu de quitter la Sicile avec son armée; une éclipse de lune, dont il fut frappé, lui fit perdre le moment favorable, et fut cause de la mort du général et de la ruine de son armée; perte si funeste aux Athéniens, qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut effrayé d'une éclipse de lune; il ordonna des sacrifices au soleil, à la lune, à la terre, comme aux divinités qui causoient ces éclipses.

On voit au contraire des généraux plus instruits, à qui leurs connoissances en astronomie ne furent pas inutiles.

Périclès conduisoit la flotte des Athéniens; il arriva une éclipse de soleil qui causa une épouvante générale, le pilote même trembloit; Périclès le rassure par une comparaison familiere; il prend le bout de son manteau, et, lui en couvrant les yeux, il lui dit, Crois-tu que ce que je fais là soit un signe de malheur? Non sans doute, répondit le pilote. Cependant c'est aussi une éclipse pour toi, et elle ne differe de celle que tu as vue qu'en ce que la lune étant plus grande que mon manteau, elle cache le soleil à un plus grand nombre de personnes.

Agathocles, roi de Syracuse, dans une guerre d'Afrique, voit aussi dans un jour décisif la terreur se répandre dans son armée à la vue d'une éclipse; il se présente à ses soldats, il leur en explique les causes, et il dissipe leurs craintes. On raconte des traits de cette espece à l'occasion de Sulpitius et de Dion roi de Sicile. Nous verrons bientôt d'autres exemples du savoir et des connoissances astronomiques des plus grands princes.

Nous lisons un fait également honorable à l'astronomie dans l'Epître que Roias adresse à Charles-Quint, en lui dédiant ses commentaires sur le planisphere. Christophe Colomb, en commandant l'armée que Ferdinand, roi d'Espagne, avoit envoyée à la Jamaïque, dans les premiers tems de la découverte de cette isle, se trouva dans une disette de vivres si générale, qu'il ne lui restoit aucune espérance de sauver son armée, et qu'il alloit être à la discrétion des sauvages: l'approche d'une éclipse de lune fournit à cet habile homme un moyen de sortir d'embarras; il fit dire aux chefs des sauvages que si dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choses qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, et qu'il commenceroit par priver la lune de sa lumiere. Les sauvages mépriserent d'abord ses menaces; mais aussitôt qu'ils virent que la lune commençoit en effet à disparoître, ils furent frappés de terreur, ils apporterent tout ce qu'ils avoient aux pieds du général, et vinrent eux-mêmes demander grace.

Un des avantages que les progrès de l'astronomie a procurés c'est d'avoir dissipé les erreurs de l'astrologie. Combien ne doit-on pas s'applaudir d'avoir perfectionné l'astronomie jusques à affranchir les hommes de cette misérable imbécillité dont ils furent si long-tems dupes! En 1186, les astrologues de toute l'Europe, chrétiens, juifs ou arabes, s'étoient réunis pour annoncer sept ans auparavant, par des lettres qui furent publiées solemnellement dans l'Europe, une conjonction de toutes les planetes qui devoit être accompagnée de si terribles ravages, qu'il y avoit à craindre un bouleversement universel; on s'attendoit à voir la fin du monde; cette année se passa néanmoins comme les autres. Mais cent autres mensonges aussi bien avérés n'auroient pas suffi pour détacher des hommes ignorans et crédules du préjugé de leur enfance; il a fallu qu'un esprit de philosophie et de recherche se répandît parmi les hommes, leur développât l'étendue et les bornes de la nature, et les accoutumât à ne plus s'effrayer sans examen et sans preuve.



On voit encore de tems en tems la crédulité du public accréditer les rêveries de l'ignorance: c'est ainsi que le vent furieux et la chaleur extraordinaire du 20 octobre 1736 firent publier dans les gazettes que le soleil avoit rétrogradé, et il fallut que les savans prissent la peine de détromper le public (*Jour. de Trévoux*, *avril* 1737, *p.* 692; *Lettre philosophique pour rassurer l'univers, etc.*), chez Prault, 1736. Tout le monde, à la fin de 1768, croyoit saturne perdu, et on le débitoit dans les écrits périodiques les plus sensés et dans les compagnies les plus cultivées. Mais ce n'est rien encore en comparaison de la sensation extravagante qu'a faite au commencement de mai 1773 un mémoire sur les cometes: je n'avois fait que parler de celles qui, dans certains cas, pourroient approcher de la terre; et l'on a dit presque généralement à Paris que j'avois prédit une comete extraordinaire, et qu'elle alloit occasionner la fin du monde. Lorsque le

masse des connoissances répandues dans nos villes sera plus étendue, on ne verra plus de rêveries pareilles prendre faveur dans le public.

Les cometes furent long-tems, mais dans un sens tout différent, un de ces grands objets de terreur que l'astronomie a enfin dissipés, même parmi le peuple. On est fâché de trouver des préjugés aussi étranges, non seulement dans Homere (*Iliad.* IV, 75), mais dans le plus beau poëme du seizieme siecle, où elles peuvent éterniser la honte de nos erreurs :

Qual con le chiome sanguinose horrende
Splender cometa suol per l'aria adusta,
Ch'i regni muta e i fieri morbi adduce,
E a purpurei tiranni infausta luce. *Jerus. lib. VII,* 51.

Les charmes de la poésie sont actuellement employés d'une maniere bien plus philosophique et plus utile ; témoin ce beau passage de Voltaire au sujet des cometes, dans son Epître à la marquise du Châtelet :

Cometes que l'on craint à l'égal du tonnerre,
Cessez d'épouvanter les peuples de la terre;
Dans une ellipse immense achevez votre cours ;
Remontez, descendez près de l'astre des jours ;
Lancez vos feux ; volez ; et, revenant sans cesse,
Des mondes épuisés ranimez la vieillesse.

C'est ainsi que l'étude approfondie et les progrès de la véritable astronomie ont dissipé des préjugés absurdes et rétabli notre raison dans tous ses droits. Mais ce n'est point à cela seul que se réduit l'utilité de cette science, elle contribue au bien général dans plus d'un genre.

On sait assez que la cosmographie et la géographie ne peuvent se passer de l'astronomie. Les observations de la hauteur du pole apprirent aux hommes que la terre étoit ronde ; les éclipses de lune servirent à connoître les longitudes des différens pays de la terre, ou leurs distances mutuelles d'occident en orient. Nous ne saurions pas, disoit Hipparque (cité par Strabon) si Alexandrie

est au nord ou au midi de Babylone sans l'observation des climats ; et l'on ne peut savoir si un pays est à l'orient ou à l'occident d'un autre, sans l'observation des éclipses. On voit par l'alcoran que les voyageurs traversoient les déserts de l'Arabie en observant les astres : « Dieu nous a donné les étoiles pour nous servir « de guides dans l'obscurité, soit sur terre, soit sur « mer ». Cela est conforme à ce que rapporte Diodore de Sicile des anciens voyageurs.

La découverte des satellites de jupiter a donné une plus grande perfection à nos cartes géographiques et marines, que n'auroient pu faire dix mille ans de navigations et de voyages ; et quand leur théorie sera encore mieux connue, la méthode des longitudes sera plus exacte et plus facile.

L'étendue de la méditerranée étoit presque inconnue vers l'an 1600 ; on la connoît aujourd'hui aussi exactement que celle de la France. Dans le livre de Gemma Frisius (*de orbis Divisione*, 1530), on trouve 53ᵈ de différence en longitude depuis le Caire jusqu'à Tolede, au lieu de 35ᵈ qu'il y a réellement ; les autres distances y sont étendues à proportion : en 1787 nous avions encore 3 à 4ᵈ d'incertitude par rapport à l'extrémité de la mer noire et de la mer caspienne ; et, avant 1769, on étoit en erreur d'un demi-degré sur l'extrémité de l'Espagne vers Gibraltar et Cadix.

C'est à l'astronomie que l'on fut redevable des premieres navigations des Phéniciens, et des premiers progrès de l'industrie et du commerce ; c'est encore à elle que nous devons la découverte du nouveau monde. Christophe Colomb avoit une connoissance intime de la sphere, peut-être plus que personne de son tems, puisqu'elle lui donna cette certitude, et lui inspira cette confiance avec laquelle il dirigea sa route vers l'occident ; certain de rejoindre par l'orient le continent de l'Asie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reste actuellement quelque chose à desirer pour la perfection et la sûreté de la navigation, c'est de trouver

aisément les longitudes en mer. On les a, quand on veut, par le moyen de la lune (1); et si les navigateurs étoient un peu astronomes, leur estime ne les tromperoit jamais de 20 lieues, tandis qu'ils sont quelquefois à plus de deux cents lieues de leur estime dans des voyages fort ordinaires. L'incertitude où étoit mylord Anson sur la position de l'isle de Juan Fernandez, en l'obligeant de tenir la mer plus long-tems qu'il n'eût été nécessaire, coûta la vie à 80 hommes de son équipage: on a vu des accidens encore plus funestes produits par les erreurs de l'estime.

L'utilité de la marine pour le bien d'un état sert donc à prouver celle de l'astronomie. Or il me semble qu'il est difficile à un bon citoyen de méconnoître aujourd'hui l'utilité de la marine, sur-tout en France. Le succès des Anglois dans la guerre de 1761 n'a que trop démontré que la marine seule décide des empires, de leur puissance, de leur commerce; que la paix et la guerre se décident sur mer, et qu'enfin, comme disoit le Miere:

Le trident de Neptune est le sceptre du monde.

C'est à-peu-près ce que Thémistocle disoit à Athenes, Pompée à Rome (2), Cromwell en Angleterre, Richelieu et Colbert en France: il semble sur-tout que le cardinal de Richelieu (*Testament politique, chap. ix, sect. 5*) prévoyoit de l'Angleterre ce que nous avons éprouvé dans le tems que notre marine a été négligée.

L'état actuel des lois et l'administration ecclésiastique se trouvent liés avec l'astronomie relativement au calen-

(1) Les montres marines faites en Angleterre par *Harrison*, en France par *Berthoud* et par *Leroy*, nous donnent aussi des longitudes à un demi-degré près dans l'espace de deux mois de navigation.

(2) *Pompeius, cujus consilium Themistocleum est; existimat enim qui mare teneat eum necesse rerum potiri; itaque qui nunquam egit ut Hispaniæ per se tenerentur, navalis apparatus cura ei semper antiquissima fuit.* (Cic. ad Att. l. x, ep. 7).

bien influer sur l'état de l'atmosphere. Je voudrois que les médecins consultassent au moins l'expérience à cet égard, et qu'ils examinassent si les crises et les paroxysmes des maladies n'ont pas quelque correspondance avec les situations de la lune, par rapport à l'équateur, aux syzygies et aux apsides : plusieurs médecins habiles m'en ont paru persuadés ; et c'étoit pour les engager à s'en occuper que je donnai pendant quelques années, dans la Gazette de Médecine, le détail des circonstances astronomiques dont on devoit tenir compte. V. Hofman, Méad, le mot *crise* dans l'Enyclopédie, la Dissertation du C. Retz, Amiens, 1780, les Mémoires sur la météorologie par le C. Cotte 1788, 2 vol. *in*-4°.

Mais, dit Fontenelle, « quand l'astronomie ne seroit pas aussi absolument nécessaire qu'elle l'est pour « la géographie, pour la navigation, et même pour le « culte divin, elle seroit infiniment digne de la curiosité de tous les esprits, par le grand et le superbe « spectacle qu'elle leur présente. Il y a dans certaines « mines très profondes des malheureux qui y sont nés « et qui y mourront sans avoir jamais vu le soleil. Telle « est à-peu-près la condition de ceux qui ignorent la « nature, l'ordre, le cours de ces grands globes qui « roulent sur leurs têtes, à qui les plus grandes beautés « du ciel sont inconnues, et qui n'ont point assez de lumieres pour jouir de l'univers. Ce sont les travaux des « astronomes qui nous donnent des yeux et nous dévoilent la prodigieuse magnificence de ce monde presque uniquement habité par des aveugles ». (*Plur. des mondes.*)

Ces différens avantages qui se rassemblent en faveur de l'astronomie l'ont fait rechercher de tous les tems et chez tous les peuples du monde. Joseph, dans ses Antiquités judaïques, fait remonter jusqu'à Adam le goût de l'astronomie et les premieres découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les descendans de Seth y avoient fait des progrès considérables, et que, voulant en conserver la mémoire, ils avoient gravé sur des colonnes de pierre

de brique leurs observations astronomiques. Joseph attribue à Abraham les premieres connoissances des Egyptiens. On voit dans l'écriture plusieurs passages où il est parlé d'astronomie : *Numquid conjungere valebis micantes stellas pleiadas, aut gyrum arcturi poteris dissipare? Numquid producis luciferum in tempore suo, et vesperum super filios terræ consurgere facis?* (*Job*, 38, 31). On attribue aussi à Moïse des connoissances de même espece; du moins S. Etienne dit de lui, dans les Actes des apôtres, qu'il étoit versé *in omni sapientia Ægyptiorum*; ce qui paroît devoir s'entendre de la connoissance des astres qui avoit rendu les Egyptiens si célebres.

Le Sage s'éleve avec raison contre ceux que l'admiration des astres a portés jusqu'à en faire des dieux; mais, bien loin d'en condamner l'étude, il la conseille pour la gloire du Créateur : *Quorum si specie delectati deos putaverunt, sciant quanto his creator eorum speciosior est.... a magnitudine enim speciei et creaturæ cognoscibiliter poterit creator horum videri.* (Sap. c. 13). David trouvoit aussi dans les astres de quoi s'élever à la contemplation de Dieu : *Cœli enarrant gloriam Dei... Videbo cœlos tuos opera digitorum tuorum, lunam et stellas, quæ tu fundasti.* Et nous voyons Derham appeler *Théologie astronomique* un ouvrage où il présente dans toute leur force la singularité et la grandeur des découvertes qu'on a faites en astronomie, comme autant de preuves de l'existence de Dieu. Voyez ce que pensoit Aristote à ce sujet, dans le 8ᵉ livre de sa Physique.

Ceux qui aiment la lecture des anciens historiens ou poëtes ont besoin de connoître l'astronomie; on la retrouve à chaque page dans les anciens, soit pour marquer le tems des labours et des semences, soit pour les fêtes et les cérémonies religieuses. Depuis qu'il est prouvé que toute la mythologie de l'antiquité se réduit à des symboles et à des allégories astronomiques et physi-

ques (1), il est évident qu'il faut connoître le ciel pour pouvoir les entendre. Les poëtes qui ont illustré la Grece et l'Italie, et dont les ouvrages sont actuellement sûrs de l'immortalité, aimerent tous et connurent l'astronomie; quelques uns en ont même fait un usage si fréquent, qu'on ne sauroit entendre leurs ouvrages sans le secours de cette science. Les commentateurs n'ont pas beaucoup avancé cette partie, et j'ai eu occasion de remarquer qu'il y auroit encore beaucoup à faire : on le peut voir aussi par différentes notes que j'ai fournies à de Lille pour sa traduction des Géorgiques, à la Bonnetterie pour son édition des auteurs qui ont écrit *de Re rustica*, et à Poinsinet pour sa traduction de Pline. On peut compter parmi les Grecs qui ont parlé d'astronomie, Homere, Hésiode, Aratus; parmi les Latins, Lucrece, Virgile, Horace, Ovide, Manilius, Lucain, Claudien; ils paroissent, dans plusieurs endroits de leurs ouvrages, remplis d'admiration pour l'astronomie. Ovide nous annonce qu'il veut prendre son essor vers les astres :

..... Juvat ire per alta
Astra; juvat, terris et inani sede relictis,
Nube vehi, validique humeris insidere Atlantis. Metam. XV, 147.

Horace nous raconte les objets de curiosité et de recherches dont il envioit le plaisir à son ami :

Quæ mare compescant causæ, quid temperet annum;
Stellæ sponte sua, jussæne, vagentur et errent;
Quid premat obscurum lunæ, quid proferat orbem.
L. I, ep. 12, ad Iccium.

Virgile sembloit vouloir renoncer à toute autre étude pour s'occuper des merveilles de l'astronomie :

(1) Voy. Le C. Dupuis sur l'*Origine des cultes, ou la Religion universelle* (actuellement sous presse), et son mémoire sur l'Origine des fables, 1781, chez la C^e. Desaint. On y voit que les douze travaux d'Hercule ont été forgés sur les douze signes du zodiaque, de même que les aventures de Bacchus; les fables de Pluton sur la constellation d'ophiucus, celles de Proserpine sur la constellation de la couronne, celle de Phaëton sur le cocher, etc.

Me verò primum dulces ante omnia musæ,
Quarum sacra fero, ingenti perculsus amore,
Accipiant; cœlique vias et sidera monstrent,
Defectus solis varios, lunæque labores;
Unde tremor terris; qua vi maria alta tumescant
Obicibus ruptis, rursusque in seipsa residant;
Quid tantum oceano properent se tingere soles
Hiberni, vel quæ tardis mora noctibus obstet. . . .
Felix qui potuit rerum cognoscere causas! *Georg II*, 475.

Ovide fait un éloge si pompeux des premiers inventeurs de l'astronomie, que je ne puis me refuser d'en placer ici une partie :

Felices animos quibus hæc cognoscere primis,
Inque domos superas scandere cura fuit,
Credibile est illos pariter vitiisque locisque
Altius humanis exeruisse caput.
Non Venus aut vinum sublimia pectora fregit,
Officiumve fori, militiæve labor,
Nec levis ambitio, perfusaque gloria fuco,
Magnarumve fames sollicitavit opum.
Admovere oculis distantia sidera nostris,
Ætheraque ingenio supposuere suo.
Sic petitur cœlum. . . . . . *Fast. I*, 297.

Pline adresse aussi aux astronomes un bel éloge lorsqu'il dit : *Macte ingenio; este cœli interpretes, rerumque naturæ capaces, argumenti repertores quo deos hominesque vicistis.* (II, 12.)

La connoissance des astres a été souvent la source de plusieurs beautés dans les ouvrages des poëtes anciens : on voit rarement chez eux cette ignorance qui dépare quelques ouvrages modernes; telle est celle du poëte qui, parlant des deux poles, suppose que l'un est le *pole brûlant*, et l'autre le *pole glacé.* (Jarry, *prix de* 1714.)

La Fontaine parle de l'astronomie d'une maniere très noble quand il dit :

Quand pourront les neuf Sœurs, loin des cours et des villes,
M'occuper tout entier, et m'apprendre des cieux
Les divers mouvemens inconnus à nos yeux,
Les noms et les vertus de ces clartés errantes?
Songe d'un habitant du Mogol.

Voltaire, dans une lettre écrite en 1738, sembloit imiter les regrets de Virgile et de la Fontaine, et tourner tout son goût vers les sciences : il donna sur la physique de Newton un ouvrage qui contribua à en répandre le goût; et voici comme il parloit de l'auteur dans une épître à la marquise du Châtelet :

Confidens du Très-Haut, substances éternelles,
Qui parez de vos feux, qui couvrez de vos ailes
Le trône où votre maître est assis parmi vous ;
Parlez : du grand Newton n'étiez-vous point jaloux ?

On ne peut comparer à cela que les deux vers de Pope sur le même sujet, que j'ai osé traduire malgré la crainte de les affoiblir :

Nature and nature's laws lay hid in night :
God said : Let Newton be, and all was light.

Les ténebres régnoient sur la nature entiere :
Dieu dit : Que Newton soit : et tout devint lumiere.

Jamais homme ne fut si digne de ces éloges sublimes et si dignement célébré.

Fontanes, dans son Essai sur l'astronomie, a suivi l'exemple de ces grands poëtes.

L'indifférence pour le plus beau spectacle de l'univers a paru étrange aux plus grands génies que nous ayons eus dans tous les genres. Le Tasse met dans la bouche de Renaud des réflexions qui méritent d'être citées, pour l'instruction de ceux à qui le même reproche peut s'adresser ; c'est dans le tems où, marchant avant le jour vers la montagne des Oliviers, il contemploit la beauté du firmament :

Con gli occhi alzati contemplando intorno,
Quinci notturne e quindi mattutine,
Bellezze incorruttibili e divine.
Frà se stesso pensava ; O quante belle
Luci il tempio celeste in se raguna !
Ha il suo gran sole il dì, l'aurate stelle
Spiega la notte e l'argentata luna ;
Ma non è chi vagheggi ò questa ò quelle

E miriam noi torbida luce e bruna,
Ch'un girar d'occhi, un balenar di riso
Scopre in breve confin di fragil viso!

Jerus. lib. cant. XVIII, v. 94.

Les honneurs rendus de tous les tems et chez tous les peuples du monde aux astronomes célebres prouvent le cas qu'on a toujours fait de cette science. L'on a vu, en 1695, frapper une médaille à l'honneur de Dominique Cassini (elle est figurée dans la Description de la méridienne de Bologne). Mais l'histoire ancienne fournit des traits plus éclatans en faveur de l'astronomie. Les anciens rois de Perse et les prêtres de l'Egypte se choisissoient parmi les plus habiles dans cette science; les rois de Lacédémone avoient des astronomes dans leur conseil; Alexandre en avoit à sa suite dans ses expéditions militaires, et l'on assure qu'Aristote lui écrivoit de ne rien faire sans leur avis; il est vrai que le goût des prédictions y entroit pour beaucoup; mais la véritable astronomie en profita. On sait combien Ptolémée Philadelphe, second roi d'Egypte, favorisa cette science; on vit de son tems plusieurs hommes célebres, Hipparque, Callimaque, Apollonius, Aratus, Bion, Théocrite, Conon, qui n'étoient point des astrologues.

Jules-César se piquoit d'avoir des connoissances en astronomie, comme on le voit par la réformation du calendrier, et par le discours que Lucain lui fait tenir à Achorée, prêtre d'Egypte, dans le repas de Cléopatre. Tibere étoit fort appliqué à l'astronomie, au rapport de Suétone et de Tacite, Ann. VI, 20 et 22. L'empereur Claude prévit que le jour d'un anniversaire de sa naissance il devoit arriver une éclipse; il craignoit qu'elle n'occasionnât à Rome des terreurs ou des tumultes, et il en fit faire un avertissement public, dans lequel il expliquoit les circonstances et les causes de ce phénomene. (Dion. l. XX.)

L'astronomie fut cultivée spécialement par plusieurs empereurs; Adrien (Dion. l. 69), et Sévere (l. 77); Charlemagne (Eghinard, n°. 25); et Léon V, empereur de Cons-

tantinople; par Alphonse X, roi de Castille, dont nous avons les tables alphonsines; par Frédéric II, empereur d'occident; celui-ci fit traduire l'ouvrage de Ptolémée en latin, et en établit à Naples l'enseignement public.

On peut voir dans mon *Astronomie* combien le calife Almamon, le prince Ulug-Beg, et beaucoup d'autres monarques de l'Asie et de la Chine, aimerent l'astronomie. On sait, dit le P. Gaubil, que c'est à l'astronomie que la religion doit son entrée dans la Chine; sans l'astronomie elle en seroit bannie depuis long-tems. On cite encore parmi les grands princes qui ont chéri cette science Mahomet II, conquérant de l'empire grec (Blaise de Vigenere, Éloge de Mah. II); l'empereur Charles-Quint, (*Junctinus, speculum astrologiæ*); Charles II, roi d'Angleterre; et sur-tout Louis XIV; la protection qu'il accorda aux sciences paroît assez dans l'établissement de l'académie et de l'observatoire. Les astronomes de Paris furent appelés plus d'une fois à la cour par la curiosité de ce prince, et il les visita lui-même (*Histoire céleste, p.* 261); Louis XV leur donnoit sans cesse des marques de l'intérêt qu'il prenoit à leurs travaux; le roi d'Angleterre s'en occupe lui-même avec plaisir, il a fait bâtir un très bel observatoire pour son usage dans le parc de Richmond, et nous a procuré les fameux télescopes de Herschel (1).

Hévélius, quoique né et établi à Dantzick, y reçut une preuve singuliere de l'estime que Louis XIV et le grand Colbert avoient pour lui; ce fut après un affreux incendie qu'il éprouva le 26 septembre 1679, par la scélératesse d'un de ses domestiques: Colbert, par une lettre datée de S. Germain le 28 décembre 1679, écrit à Hévélius que le roi, prenant part à la perte qu'il avoit faite, lui faisoit présent de 2000 écus. On voit la copie de cette lettre écrite à la main sur l'exemplaire de la Sélénographie d'Hévélius, qui est à la bibliotheque nationale.

C'est avec de pareilles marques de protection et d'estime

(1) Ne vaut-il pas mieux (me disoit-il en 1788) employer ainsi son argent, que de le dépenser pour faire tuer des hommes?

que des sciences aussi ingrates pour ceux qui les cultivent peuvent se soutenir et se perfectionner. L'établissement des académies de Londres, de Paris, de Berlin, de Pétersbourg, de Stockolm, de Bologne, etc. a signalé le goût de plusieurs princes et autres personnes en places pour les sciences, et elles ont sur-tout contribué au progrès de l'astronomie.

Indépendamment de ces compagnies célebres, il y a quatre établissemens qui ont principalement servi à l'astronomie, soit en formant des éleves, soit en donnant à des astronomes déja célebres la facilité de se livrer à leur goût ; le college de France, le college de Gresham à Londres, et les fondations d'Oxford et de Cambridge en Angleterre. J'en ai parlé assez au long dans la préface de mon *Astronomie*, ainsi que de tous les observatoires célebres où il s'est fait jusqu'ici des observations importantes. Le nombre de ces observatoires s'augmente d'année à autre, et nous avons lieu d'espérer que l'astronomie fera bientôt les progrès qui exigent un grand nombre de coopérateurs.

CHRONOLOGIE

Des 20 astronomes les plus célebres.

Eratosthene, 250 ans avant l'ere vulgaire.
Hipparque, de 160 à 128.
Ptolémée, entre 125 et 140 de l'ere vulgaire.
Albategnius, de 879 à 912.
Regiomontanus, né en 1436, mort en 1476.
Copernic, né en 1472, mort en 1543.
Tycho, 1546, mort en 1601.
Galilée, 1564, mort en 1642.
Képler, 1571, mort en 1631.
Hévélius, 1611, mort en 1687.
Cassini, 1625, mort en 1712.
Picard, mort en 1682.
Huygens, né en 1629, mort en 1695.
Newton, né en 1642, mort en 1727.
Romer, né en 1644, mort en 1710.
Flamsteed, né en 1646, mort en 1719.
Halley, né en [illegible]6, mort en 1742.
Bradley, né en [illegible]92, mort en 1762.
La Caille, né en 1713, mort en 1762.
Tobie Mayer, né en 1723, mort en 1762.

TABLE

des douze livres qui composent cet ouvrage, et de leurs subdivisions.

LIVRE PREMIER.

LIVRE II.

LIVRE III.

LIVRE IV.

LIVRE V.

LIVRE XII.

Fin de la table des douze livres.

ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE. (1)

LIVRE PREMIER.

De la Sphere (2), et des Constellations.

TOUT le monde voit le soleil se lever et se coucher chaque jour ; les habitans de la campagne savent bien qu'il en est de même des étoiles : c'est le premier et le plus simple de tous les phénomenes ; servons-nous-en pour commencer à réfléchir sur les mouvemens célestes, sur les observations et sur les conséquences qui en résultent. Quand nous aurons vu le soleil, la lune et les étoiles se lever et se coucher ainsi, nous en tirerons cette conclusion naturelle et incontestable, qu'il y a un mouvement commun, par lequel les astres en général font le tour de la terre en vingt-quatre heures.

2. Si, pour considérer plus attentivement les circonstances de ce mouvement diurne, on se place en un lieu élevé et qu'on regarde autour de soi, on ne pourra s'empêcher d'y voir comme un cercle, le plus apparent de tous ; c'est l'horizon (3), ou ce vaste contour du ciel qui paroît autour de nous en forme de cercle, et qui termine la vue de tous côtés quand nous sommes en pleine mer ou dans un lieu bien dégagé. Ce cercle divise le ciel en deux parties ; mais celle qui est au-dessus de l'horizon est la seule visible ; elle paroît sous la forme d'un hémisphere ou d'une moitié de boule. Les astres ne sont visibles que quand ils parviennent dans cet *hémisphere supérieur* ; et nous disons alors qu'ils se levent.

(1) Astronomie vient des mots grecs ἀστὴρ, astre ; νόμος, loi.
(2) Sphere vient du mot grec σφαίρα, boule.
(3) Ὁρίζω, je termine.

3. Après ce premier cercle il s'en présente un autre qui est presque aussi remarquable, c'est l'équateur. Mais pour en comprendre la nécessité il faut considérer le mouvement général des astres pendant l'espace d'une nuit ou de plusieurs : on remarquera bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'espace d'environ vingt-quatre heures ; les unes décrivent de grands cercles, les autres en décrivent de plus petits ; et l'on voit tous ces cercles décrits par différentes étoiles diminuer de plus en plus, aller enfin se perdre et se confondre en un point élevé de la rondeur du ciel, que nous appelons le POLE (1) du monde ; celui que nous voyons est le pole du nord, le pole boréal, septentrional, ou arctique. (2)

4. Ainsi, pour se former une idée de l'astronomie, il faut d'abord apprendre à connoître le pole du monde, c'est-à-dire l'endroit du ciel étoilé vers lequel il se trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en est fort proche, et qu'on nomme l'ÉTOILE POLAIRE. Cette étoile, étant fort près de ce pole, fixe autour duquel les autres étoiles tournent chaque jour, paroît sensiblement dans la même place, à quelle heure et dans quelle saison de l'année qu'on la regarde : mais elle est la seule dans ce cas-là ; toutes les autres étoiles décrivent des cercles autour de l'étoile polaire, ou plutôt autour du pole, qui est comme le centre du mouvement ou le moyeu de la roue. Nous ferons voir dans le cours de cet ouvrage (article 384) que ces mouvemens, qui sont de pures apparences, proviennent du mouvement de la terre : mais nous devons nous en tenir d'abord, comme les anciens astronomes, à remarquer les phénomenes sans remonter à leur cause ; notre marche en sera plus naturelle et plus facile.

5. L'ÉTOILE POLAIRE pourroit se reconnoître sans autre indication : l'observateur seul et isolé qui n'auroit jamais observé le ciel, et qui auroit seulement la patience d'examiner pendant une partie de la nuit les différentes étoiles, en remarquant leur hauteur et leur position par rapport à des clochers, à des montagnes, ou à d'autres objets remarquables, s'appercevroit bientôt qu'il y a une assez belle étoile qui conserve à très peu près pendant toute la nuit une même situation, et il reconnoîtroit par-là celle qu'on a dû nommer *étoile polaire*. Si cette marque ne suffisoit pas pour la reconnoître, l'observateur s'y prendroit de la maniere suivante.

(1) Πολέω, je tourne. (2) Ἄρκτος, ourse.

6. On connoît par-tout cette constellation, composée de sept étoiles, représentée dans la figure premiere, et que les gens de la campagne nomment le *chariot de David*, parcequ'elle a en effet quelque apparence de chariot. Parmi les astronomes elle est appelée la *grande ourse :* si l'on tire une ligne par les deux étoiles qui sont les plus éloignées de la queue, marquées α et β dans la figure premiere, cette ligne, prolongée du côté de l'étoile α, passera fort près de l'étoile polaire, qui est à-peu-près autant éloignée de l'étoile α que celle-ci l'est de l'étoile η, qui forme l'extrémité de la queue. L'étoile polaire sera plus élevée en certain tems que la grande ourse ; en d'autres tems elle sera plus basse. Dans le premier cas, la ligne qui doit aller rencontrer l'étoile polaire devra se prolonger au-dessus de la grande ourse ; c'est ce qui arrive lorsqu'au commencement de novembre on la regarde sur les 10 heures du soir : si c'étoit au commencement de mai, à la même heure on verroit la grande ourse au plus haut du ciel ; et ce seroit en bas qu'il faudroit prolonger la ligne qui joint les deux étoiles précédentes du carré de la grande ourse pour rencontrer l'étoile polaire : d'autres fois enfin l'étoile polaire sera sur le côté ; et la ligne dont il s'agit s'étendra ou à droite ou à gauche de la grande ourse ; mais dans tous les cas c'est toujours du côté de l'étoile α, ou du même côté que la convexité de la queue, que doit se trouver l'étoile polaire, et le pole du monde qui en est voisin.

7. Un observateur qui connoît dans le ciel la situation du pole du monde distinguera naturellement les POINTS CARDINAUX ; le nord et le sud, l'orient et l'occident. 1°. Le NORD ou le septentrion ; c'est le côté vers lequel on est tourné dans nos climats quand on regarde le pole élevé ; 2°. le SUD, que nous nommons le midi dans nos régions septentrionales, parceque c'est le côté vers lequel nous paroît le soleil à midi ou vers le milieu du jour ; 3°. l'ORIENT, le levant, ou l'est ; 4°. l'OCCIDENT, le couchant, ou l'ouest. Ces deux points d'orient et d'occident sont placés entre les deux autres points du nord et du sud, à égale distance ou à angles droits ; l'un du côté où les astres se levent, l'autre du côté où ils se couchent. L'orient est à notre droite quand nous regardons notre pole.

8. Le ZÉNIT est aussi un des points les plus nécessaires à considérer dans le ciel, et les astronomes en parlent fréquemment : c'est le point qui répond directement au-dessus de notre tête ; celui auquel va se diriger le fil à-plomb lorsqu'on y suspend

16. C'est ce mouvement diurne autour de l'axe et des poles du monde qui est exprimé dans les vers suivans de Manilius. (1)

> Aera per gelidum tenuis deducitur axis,
> Libratumque gerit diverso cardine mundum;
> Sidereus medium circa quem volvitur orbis,
> Æternosque rotat cursus immotus.... *L. I, v.* 277.

Le pole boréal, ou le pole arctique, est désigné dans Lucain et Manilius par le voisinage de la grande ourse :

> Axis inocciduus gemina clarissimus arcto. *Luc. VIII*, 175.
> Alter in adversum positus succedit ad arctos. *Manil. I*, 682.

Et Virgile dans sa description des zones désigne la différence des poles, dont l'un est élevé du côté du nord, l'autre abaissé sous l'horizon :

> Hic vertex nobis semper sublimis; at illum
> Sub pedibus Styx atra videt, manesque profundi. *Georg. I*, 242.

17. De même qu'on a appelé les points P et R poles de l'équateur, parceque l'équateur est à égales distances de l'un et de l'autre, on appelle en général POLES d'un cercle les deux points de la sphere qui sont les plus éloignés de ce cercle, ou ceux qui sont situés sur une ligne perpendiculaire au plan du même cercle et passant par son centre. Ainsi le zénit et le nadir sont les poles de l'horizon ; il en est de même de tout autre cercle : ses poles en sont toujours éloignés de 90° en tout sens, et situés perpendiculairement au-dessus et au-dessous de son plan.

18. La ligne qui passe par les deux poles d'un cercle s'appelle aussi en général l'AXE de ce cercle : par exemple, la ligne verticale est l'axe de l'horizon. Il ne faut pas confondre l'axe avec le diametre d'un cercle : le diametre est tiré dans le plan même du cercle, mais l'axe s'éleve perpendiculairement des deux côtés et hors de ce plan ; il n'a qu'un seul point de commun avec le cercle, et c'est le centre même du cercle où l'axe le traverse.

19. Après avoir examiné chaque jour les points où le soleil se leve et se couche, on sera naturellement forcé d'appeler milieu du jour, méridien, ou milieu du ciel, l'endroit où il est quand, après avoir monté au plus haut de sa course, il commence à

(1) Le poëme de Manilius renferme une ample description des cercles de la sphere, des signes du zodiaque, des vertus qu'on leur attribuoit, et des saisons. M. Pingré en a donné une traduction en 1786. Ceux qui aimeront ce genre de poésie doivent lire aussi les poëmes de Buchanan, de Boscovich et de Stay.

descendre, c'est-à-dire le point où est sa plus grande élévation dans le milieu du jour. Si l'on remarque de même tous les astres qui se levent et se couchent, on verra qu'ils sont à leur plus grande hauteur dans le milieu de l'intervalle du lever au coucher; l'on dit alors qu'ils sont dans le méridien, ou dans le milieu de leur course. Mais ce milieu est différemment élevé pour les différens astres, et même pour le soleil, que nous voyons tantôt plus haut, tantôt plus bas à midi : l'on imaginera donc un grand cercle, tel que HPZEORQH, passant par le zénit, par le nadir, et par les poles, et ce sera le méridien. Il est ainsi appelé, parcequ'il marque le milieu du jour quand le soleil y arrive : chaque point de ce cercle est également éloigné de l'horizon à droite et à gauche ; en sorte que tous les astres entre leur lever et leur coucher se trouveront dans le méridien une fois au-dessus de l'horizon, et une fois au-dessous après leur coucher. Leur circulation diurne est donc partagée par le méridien et l'horizon en quatre parties, qui sont depuis leur lever jusqu'à leur passage au méridien, depuis le passage au méridien jusqu'au coucher, depuis le coucher jusqu'au passage inférieur par le même cercle, et depuis ce passage à la partie inférieure du méridien jusqu'au lever du jour suivant.

Le cercle du méridien partage tout le ciel en deux hémispheres; dont l'un est à l'orient, et l'autre à l'occident. On appelle l'un *hémisphere oriental*, et l'autre *hémisphere occidental*. Le méridien passe aussi par les deux poles du monde, puisqu'il partage en deux parties tous les cercles que les astres décrivent autour des poles.

20. Le méridien d'un pays situé plus à l'orient ou plus à l'occident que Paris est différent du méridien de Paris ; et l'observateur qui marche vers l'orient ou vers l'occident change de méridien de toute la quantité dont il avance vers l'orient ou l'occident, puisque son méridien passe toujours par son nouveau zénit, et par les deux poles du monde, et que le zénit avance comme l'observateur. Ainsi de Paris à Brest il y a environ 7° dont Paris est plus oriental que Brest, et par conséquent le méridien de Paris differe de 7° de celui de Brest. Il n'y a qu'un moyen de changer de place sans changer de méridien, c'est d'aller directement vers le nord ou vers le sud, c'est-à-dire vers un des poles.

21. Tous les méridiens des différens pays de la terre se réunissent et se coupent aux deux poles du monde, puisqu'ils vont tous d'un pole à l'autre (19) ; ils sont tous coupés en deux

parties égales par l'équateur, puisque l'équateur est par-tout à égale distance des deux poles ; ils sont tous perpendiculaires à l'équateur. Mais quand l'observateur placé dans un lieu fixe parle du méridien, il doit toujours entendre le méridien du lieu où il est, celui qui passe par son zénit, et que l'on conçoit comme fixe pour lui aussi bien que l'horizon.

22. Après avoir établi dans la sphere céleste trois cercles principaux, l'horizon, l'équateur, et le méridien, l'observateur doit rapporter à ces cercles tous les astres qu'il observe. C'est d'abord à l'horizon qu'il est forcé, pour ainsi dire, de les comparer ; car un astre n'est visible que quand il s'éleve au-dessus de l'horizon : le soleil ne nous donne la lumiere et la chaleur, la lune n'éclaire nos belles nuits, qu'après avoir surmonté ce cercle terminateur ; et plus un astre s'éleve au-dessus de l'horizon, plus nous avons long-tems à le voir. Enfin l'élévation ou la hauteur du pole sur l'horizon a été le premier phénomene remarquable dont nous avons parlé ; ainsi l'une des premieres observations qu'on ait eu à faire autrefois fut celle de la HAUTEUR d'un astre sur l'horizon, et le premier instrument dont on ait à faire usage est un cercle divisé en degrés. Voici comment on procede pour cette mesure des hauteurs.

23. Soit un observateur O (*fig.* 4), dont Z est le zénit et HOR l'horizon ; puisqu'il y a 90° depuis Z jusqu'en R (9), l'arc ZR étant le quart du cercle ou de la circonférence entiere, une étoile qui paroîtroit en Z auroit 90° de hauteur ; celle qui seroit en A à égale distance de l'horizon R et du zénit Z, en auroit 45°, et ainsi des autres.

24. L'observateur O qui veut mesurer ces hauteurs n'a qu'à former un quart-de-cercle BD de carton, de bois ou de métal, le diviser en 90 parties, placer un des côtés BO verticalement au moyen d'un fil à-plomb, et dans cet état remarquer, en mettant l'œil au centre O, sur quel point C répond l'astre A ; le nombre de degrés compris entre D et C sur son instrument sera le même que celui des degrés AR de la sphere céleste, qui marquent la hauteur de l'astre A au-dessus de l'horizon. En effet, si l'arc DC est la huitieme partie d'une circonférence entiere ou la moitié de BD sur le petit instrument, l'arc céleste AR fera aussi la moitié de ZR ; ainsi l'un et l'autre seront de 45°. Les degrés ne sont autre chose que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entiere, et il y en a 90 dans le quart d'un très petit cercle comme dans le quart d'un très grand,

tout comme il y a deux moitiés ou quatre quarts dans un objet quelconque, grand ou petit ; c'est sur cette considération qu'est fondée la MESURE DES ANGLES, dont nous ferons sans cesse usage, puisque toutes nos mesures dans le ciel consisteront en degrés ou en parties de cercle.

25. Les astronomes disposent d'une maniere plus commode le quart-de-cercle qu'ils emploient à mesurer les hauteurs : ils placent un des côtés BO (*fig.* 5) de maniere qu'il soit dirigé vers l'étoile A, dont ils veulent mesurer la hauteur. Au centre O de cet instrument est suspendu librement un fil à-plomb OED ; alors l'arc EG du quart-de-cercle que l'on emploie, compris entre le fil à-plomb et le rayon OG, aura autant de degrés que l'arc AR, qui est la hauteur de l'astre A au-dessus de l'horizon OR ; car la ligne verticale ZOED fait avec le rayon de l'étoile BOA un angle, dont la mesure est l'arc ZA d'un côté, et de l'autre l'arc BE qui lui est semblable, et a le même nombre de degrés ; c'est ce que nous appellerons *la distance au zénit*. Or l'arc ZA est le complément de l'arc AR, comme BE est le complément de EG ; ainsi l'arc AR est semblable à l'arc GE ; donc ce dernier arc exprime la hauteur de l'astre aussi bien que l'arc AR. Telle est la maniere dont les astronomes procedent dans cette observation fondamentale et qui revient sans cesse : il ne s'agit, pour observer la hauteur d'un astre au-dessus de l'horizon, que de diriger un des côtés BO du quart-de-cercle BEG vers l'astre supposé en A, et de voir combien le fil à plomb ZOED intercepte de degrés, en comptant de l'autre rayon OG de l'instrument, c'est-à-dire de combien est l'arc GE. C'est là-dessus qu'est fondé l'usage du quart-de-cercle astronomique, dont nous ferons une description détaillée (322), mais dont il étoit nécessaire de donner une idée dès à présent.

26. La MESURE DES ANGLES, faite par le moyen d'un quart-de-cercle, ou d'une autre portion quelconque de circonférence, est la base de toute l'astronomie : en effet un astronome veut connoître les mouvemens et les révolutions des corps célestes, et assigner en tout tems la situation *apparente* de tous les astres les uns par rapport aux autres ; il suffit pour cela de savoir qu'à partir d'un point donné dans le ciel un astre est avancé plus qu'un autre d'un nombre de degrés ou d'une portion quelconque de la circonférence. Ce n'est point en lieues, en toises, ou autres mesures absolues, que nous avons besoin de connoître ces mouvemens apparens, nous y

parviendrons bien ensuite (595); mais il ne fut d'abord question parmi les anciens astronomes, et nous ne traitons dans ce premier livre, que des mouvemens relatifs et apparens, qui s'expriment en degrés, ou en portions de cercle, et qui suffisent pour représenter en tout tems l'état du ciel tel qu'il paroît à nos yeux.

On observe, par exemple, qu'un astre est éloigné d'un autre de la moitié du ciel, c'est-à-dire de 180°, en sorte qu'il lui est diamétralement opposé; c'est la plus grande de toutes les distances apparentes : s'il se trouve un troisieme astre à la moitié de cet intervalle, et qui paroisse entre les deux autres, nous dirons qu'il est à 90° ou un quart de cercle de chacun d'eux. Nous mesurerons également 30°, 15°, 5° de distance apparente entre d'autres astres, et toutes ces mesures se font en présentant aux objets que l'on observe un arc de cercle, comme BD (*fig.* 4), dont le centre soit à notre œil O, et dont la partie CD soit semblable à la partie AR de la circonférence céleste que nous voulons mesurer. Ainsi quand nous dirons, par exemple, que la lune a un demi-degré ou 30 minutes de diametre, cela voudra dire qu'elle occupe la moitié de la trois-cent-soixantieme partie d'une circonférence, dont notre œil est le centre; ou, ce qui revient au même, que si elle étoit répétée 720 fois autour de nous, ou qu'il y eût 720 lunes à la suite l'une de l'autre, cela feroit tout le tour du ciel.

27. Tandis que la sphere entiere tourne sur ses deux poles P et R (*fig.* 6), les points situés dans l'équateur EQ décrivent un cercle qui est de la grandeur même de la sphere, et dont le centre C est aussi le centre de la sphere : mais les points qui sont plus près du pole, comme le point A, décrivent des cercles moindres; tel est le cercle AB, dont le centre est au point D de l'axe PR, et qui paroît ovale dans la figure, parceque nous le supposons vu en perspective et de côté. Ce sont ces petits cercles qu'on appelle les *paralleles à l'équateur*, ou simplement les PARALLELES. Chaque point du ciel placé hors de l'équateur décrit un parallele qui diminue de grandeur à mesure que ce point est plus éloigné de l'équateur (art. 4.)

Tous ces paralleles, comme AB, sont coupés en deux parties égales par le méridien HBPAO; car leur centre D et leur pole P se trouvant dans le plan du méridien, ce plan les traverse par le centre, et par conséquent les coupe en deux parties égales (19); ainsi l'astre qui, placé d'abord au point A dans le

méridien, décrit par son mouvement diurne le parallele AB, sera aussi long tems à la droite qu'à la gauche du méridien, et ce cercle partagera la durée de la révolution diurne en deux parties égales.

28. Si le parallele AB, que décrit l'étoile, est tout entier au-dessus de l'horizon HO, on la verra passer deux fois le jour au méridien, d'abord en A, puis 12 heures après en B; sa plus grande élévation au-dessus de l'horizon sera dans son passage supérieur en A, et sa plus petite hauteur dans son passage inférieur en B. Mais si le parallele de l'étoile se trouve n'avoir qu'une petite portion au-dessus de l'horizon, comme le parallele MNL, dont la partie supérieure MN, élevée sur l'horizon, est beaucoup moindre que la partie invisible NL, on ne verra l'étoile que pendant une partie des 24 heures.

29. Il y a cette différence entre les *grands cercles* de la sphere et les *petits cercles*, que les plans des grands cercles, passant tous par le centre de la sphere, la coupent en deux parties égales, au lieu que les petits cercles, tels que AB, coupent la sphere en deux segmens, dont l'un est le plus petit, comme APB, et l'autre le plus grand, comme AEMORLQB.

30. Une autre différence qu'on doit remarquer entre les grands cercles et les petits, c'est qu'un grand cercle coupe nécessairement tous les autres grands cercles en deux parties égales, au lieu qu'un petit cercle est souvent coupé par un grand cercle en deux parties inégales : la raison est évidente, si l'on considere que deux grands cercles ayant chacun leur centre au centre de la sphere, le plan, la tranche, ou la coupe de l'un des cercles passe par le centre de l'autre; ils ont donc un diametre commun, qu'on appelle *la commune section* de leurs deux plans : or il est de la nature d'un diametre de couper le cercle en deux parties égales ; ainsi chaque cercle est coupé par l'autre suivant son diametre même et en deux parties égales. Au contraire le petit cercle, étant éloigné du centre du globe, peut non seulement être coupé en deux portions inégales, mais encore ne l'être point du tout par un grand cercle du même globe. Ce sont là les premiers axiomes de la Trigonométrie Sphérique, dont il faut lire les traités quand on veut faire quelques progrès dans l'astronomie ; mais les notions que nous en donnerons ici seront suffisantes pour l'intelligence de ce livre.

Trouver la hauteur du Pole par le moyen des Etoiles.

31. La disposition des trois grands cercles de la sphere, l'équateur, l'horizon, et le méridien, doit former désormais la base de toutes nos observations ; nous y rapporterons les astres pour en déterminer la situation et les mouvemens. Ainsi la premiere chose que nous devons faire est de connoître leur situation réciproque, de savoir comment l'équateur est placé par rapport à notre horizon, combien le pole est élevé du côté du nord, combien l'équateur est élevé du côté du midi.

32. Puisque l'équateur n'est autre chose que le cercle sur lequel se fait le mouvement diurne, c'est ce mouvement qui doit déterminer l'équateur ; et puisque ce mouvement se fait autour des poles, il servira aussi à les reconnoître. Si l'étoile polaire, dont nous avons parlé, étoit précisément et exactement située au pole du monde, en sorte qu'elle pût en être la marque sure et permanente, il suffiroit d'en mesurer la hauteur (23), et l'on auroit la hauteur du pole ; mais cette étoile en est à 2°. Il est vrai qu'on a peine à distinguer si elle a changé de place, quand on ne la regarde qu'à la vue simple et sans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puisse la comparer ; mais avec des instrumens et une attention suivie on reconnoît qu'elle décrit aussi bien que les autres étoiles un petit cercle autour du pole. Cependant si l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où est le pole, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour en doit donner la plus sure indication.

33. L'étoile A (*fig.* 3 *et* 6) décrivant autour du pole P un cercle AB, si cette étoile est à 2° du pole, l'arc AP sera de 2°, aussi bien que l'arc PB ; et l'arc entier APB, qui marque la largeur du parallele, sera de 4° : ainsi l'étoile étant au méridien en A, dans la partie supérieure de son parallele, aura une hauteur AH au-dessus de l'horizon, plus grande de 4° que la hauteur BH de cette même étoile lorsque 12 heures après elle sera au-dessous du pole ; la différence AB de ces deux hauteurs sera donc de 4°. Supposons actuellement qu'on ait observé la hauteur de l'étoile en A et sa hauteur en B, il faudra, pour avoir la hauteur du pole P, partager en deux la différence AB des deux hauteurs ; la moitié de cette différence sera PB ; on l'ajoutera avec la plus petite hauteur HB de l'étoile, et l'on aura HP qui est la hauteur du pole. Par exemple, si l'étoile

polaire observée à Paris a d'abord 47°, et ensuite 51° de hauteur, la différence étant 4°, on en prendra la moitié, c'est-à-dire 2°, ce sera la distance de l'étoile au pole; ces 2° ajoutés à 47°, qui est la plus petite hauteur de l'étoile, donneront la hauteur du pole, qui sera par conséquent de 49°. C'est ainsi que les étoiles circompolaires, ou voisines du pole, servent à trouver sa hauteur. On la trouve aussi par la hauteur méridienne du soleil dans les deux solstices (70).

34. La hauteur du pole et la hauteur de l'équateur font ensemble 90°, en sorte que, la premiere étant connue, on a nécessairement la seconde. Soit P le pole, et Q l'équateur, PH la hauteur du pole, EO celle de l'équateur; le demi-cercle HZO est la partie visible du ciel qui a 180°; si on en retranche le quart-de-cercle PZE, qui est la distance du pole à l'équateur, c'est-à-dire 90°, il en doit rester nécessairement 90 autres; donc les arcs HP et EO, qui restent après avoir ôté PZE, font ensemble 90°: *donc la hauteur du pole* HP *est le* COMPLÉMENT (1) *de la hauteur de l'équateur* EO.

35. Quand la hauteur du pole est de 90°, ou que le pole est au zénit, l'équateur est dans l'horizon même, il n'a point de hauteur; à mesure que le pole s'abaisse d'un côté, l'équateur s'éleve de l'autre, et précisément de la même quantité; donc ce qui manque d'un côté aux 90° se retrouve de l'autre. De là il suit que la hauteur de l'équateur est égale à la distance du pole au zénit, c'est-à-dire à PZ; car ZH est de 90°, puisque du zénit à l'horizon il y a nécessairement un quart-de-cercle; ainsi HP est le complément de PZ: mais nous venons de voir dans l'article précédent que HP est le complément de EO; donc PZ est égal à EO, c'est-à-dire que la distance du pole au zénit est égale à la hauteur de l'équateur.

36. Par la même raison la distance ZE du zénit à l'équateur est égale à la hauteur du pole PH; car ZH et PE sont chacun de 90°: si vous en retranchez la partie commune PZ, il restera deux arcs égaux PH et ZE, c'est-à-dire la hauteur du pole et la distance de l'équateur au zénit.

On peut considérer aussi que ZE et EO font ensemble 90°: mais EO est encore le complément de PH (35); donc ZE est égal à PH.

(1) On appelle *complément d'un arc* ce qui lui manque pour faire 90°, et *supplément* ce qui lui manque pour aller à 180°.

De la grandeur de la Terre.

37. L'OBSERVATION de la hauteur du pole et de la hauteur de l'équateur, ou, si l'on veut, de la hauteur méridienne du soleil en différens pays, fut la premiere chose qui dut apprendre aux hommes que la terre étoit ronde. Ce fut d'abord par l'ombre des corps terrestres que l'on détermina les différences de hauteurs du pole; plus on avançoit vers le nord, plus le soleil paroissoit bas à midi, et plus ces ombres mesurées le même jour, par exemple, le jour du solstice d'été à midi, se trouvoient longues; ce qui prouvoit que la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon étoit devenue plus petite, et que l'observateur situé vers le nord n'étoit pas sur le même plan que l'observateur situé vers le midi. On dut en conclure que la terre étoit courbe.

38. Les vaisseaux vus de loin en pleine mer disparoissent par degrés; on les voit descendre et se perdre peu-à-peu par la courbure de la surface des eaux. L'ombre de la terre dans les éclipses de lune fit voir dans la suite que la terre étoit ronde.

39. Après avoir reconnu la rondeur de la terre par le changement des hauteurs du soleil ou du pole, on se servit du même moyen pour connoître sa grandeur en en mesurant une petite partie. Posidonius observa, il y a 1900 ans, que l'étoile appelée Canopus, qui passoit au méridien d'Alexandrie à la hauteur d'une 48e partie du cercle, ou de $7^{\circ}\frac{1}{2}$, ne s'élevoit presque pas à Rhodes, mais qu'elle passoit à l'horizon et ne faisoit qu'y paroître : il suivoit de là que ces deux villes (situées d'ailleurs sous le même méridien ou à-peu-près) étoient éloignées de la 48e partie du cercle de la terre. D'un autre côté leur distance itinéraire en ligne droite étoit de 3750 stades, suivant Ératosthene, cité par Pline (l. v, 31) et Strabon : ainsi, prenant 48 fois ce nombre de stades, on trouva que les 360° de la terre faisoient 180000 stades : c'est ainsi que Ptolémée le suppose dans sa Géographie, composée environ cent ans après l'ere vulgaire. Si l'on évalue le stade égyptien avec le Roy (*Monumens de la Grece*) à 114 toises $\frac{13}{100}$, on aura pour la circonférence de la terre 8999 lieues, chacune de 2283 toises; ce qui s'accorde avec la mesure la plus exacte et la plus moderne, qui est de 9000 lieues. (802)

40. Autre exemple : on trouve en allant vers le nord que la latitude d'Amiens est plus grande que celle de Paris d'un degré, ou que le soleil à midi est d'un degré plus bas à Amiens qu'à

Paris : c'est une preuve que la terre a un degré de courbure depuis Paris jusqu'à Amiens ; or cette distance, mesurée en allant toujours du midi au nord, s'est trouvée de 25 lieues, chacune de 2283 toises (802) ; donc un degré de la terre, ou la 360e partie de toute sa circonférence, a 25 lieues d'étendue : d'où il suit que la circonférence entiere ou le tour de la terre vaut 9000 lieues ; car 25 fois 360 font 9000.

Lorsqu'on voit les astres augmenter d'un degré en hauteur, c'est une preuve que notre zénit et notre horizon ont changé d'un degré ; car ce sont les termes fixes auxquels se rapportent nos observations des hauteurs : si notre zénit a changé d'un degré, il a fait la 360e partie du cercle ou du tour entier de la sphere ; et si 25 lieues de chemin du midi au nord le font changer d'un degré, les 9000 lieues le feroient changer de 360°, c'est-à-dire lui feroient faire le tour du ciel tandis que nous ferions celui de la terre ; donc la terre a 9000 lieues de circuit.

Des Latitudes Géographiques (1) *ou Terrestres.*

41. L'ÉQUATEUR et les poles que nous avons remarqués dans le ciel se remarquent également sur la terre ; car le point de la terre qui est situé sous le pole du ciel, et qui l'a pour zénit, s'appelle naturellement le pole de la terre. De même que l'équateur céleste détermine les saisons, celui de la terre détermine la température et le degré de chaleur ou de froid qu'on éprouve en différens pays.

42. On dut remarquer d'abord les étoiles qui dans le ciel répondoient à l'équateur, c'est-à-dire qui étoient précisément à égales distances des deux poles célestes : voyageant ensuite sur la terre, on vit en allant vers le midi que ces étoiles se rapprochoient de la verticale, et passoient au méridien plus près du zénit, à mesure qu'on se trouvoit dans des pays plus méridionaux.

43. On comprit qu'en avançant encore, on parviendroit dans les endroits de la terre où ces étoiles passent exactement par le zénit, et où les deux poles sont dans l'horizon : en effet dans ce cas-là on est évidemment sous l'équateur céleste, ou bien sur l'équateur terrestre, car l'un correspond à l'autre ; ils sont dans un seul et même plan, parceque l'équateur céleste détermine l'autre ; et qu'en voyant passer le soleil sur sa tête, quand il est à même distance des deux poles, c'est-à-dire dans

(1) Γῆ, terre ; γράφω, j'écris : la Géographie est la description de la terre.

l'équateur, on pourroit dire, Je suis sous l'équateur céleste, ou bien, Je suis sur l'équateur de la terre.

44. L'équateur terrestre, ou la *ligne équinoxiale,* fait tout le tour de la terre, passe au milieu de l'Afrique, dans les états peu connus du Macoco et du Monoémugi, traverse la mer des Indes, les isles de Sumatra et de Bornéo, et la vaste étendue de la mer Pacifique; l'équateur passe ensuite au travers de l'Amérique méridionale, depuis la province de Quito au Pérou jusqu'à l'embouchure de la riviere des Amazones. Nous disons que les pays qui sont sur cette ligne n'ont aucune *latitude,* parceque l'on appelle *latitude* les distances à l'équateur. A mesure qu'on quitte l'équateur pour avancer vers les poles, soit au septentrion, soit au midi, on avance en latitude; lorsqu'on est à un degré, ou a 25 lieues de l'équateur, on a un degré de latitude.

La LATITUDE ou la distance à l'équateur se mesure ou vers le midi ou vers le nord: on appelle *latitude septentrionale,* ou latitude nord, la distance à l'équateur, pour les pays qui sont du côté du nord, et *latitude méridionale,* ou australe, ou latitude sud, celle qui est comptée de l'autre côté de la ligne.

45. Les pays qui sont à moitié chemin de l'équateur au pole ont donc 45° de latitude; telles sont les villes de Bordeaux, Sarlat, Aurillac, le Puy, Valence, Briançon, Turin, Casal, Plaisance, Mantoue, Rovigo, et les bouches du Pô; en Asie, Astracan, la Tartarie Chinoise et la Terre d'Yeço. On ne sauroit avoir plus de 90° de latitude; car il n'y a que 90° entre l'équateur d'où on les compte, et les poles où toutes les latitudes finissent et se confondent en un point.

46. La hauteur du pole, dont nous avons parlé (33), est égale à la latitude du lieu; car la latitude n'est autre chose que la distance d'un pays à l'équateur terrestre, ou la distance de son zénit à l'équateur céleste, c'est-à-dire ZE: mais ZE est égal à PH (36); donc *la latitude est égale à la hauteur du pole.*

Des Longitudes Géographiques.

47. Après avoir mesuré les distances du midi au nord sous le nom de *latitudes,* il a été nécessaire de mesurer les distances dans l'autre sens, c'est-à-dire, d'occident en orient; et on les a appelées LONGITUDES, parceque la longueur des pays connus étoit plus grande dans ce sens-là que du midi au nord, au tems des anciens géographes, il y a 1800 ans.

Pour mesurer les longitudes, on conçoit plusieurs cercles perpendiculaires

perpendiculaires à l'équateur et passant par les deux poles de la terre, tels que les cercles PAR, PSR, que l'on voit sur le globe de la figure 12. Ce sont les méridiens terrestres; tous les pays qui sont sur un même méridien ont la même longitude.

48. Le PREMIER MÉRIDIEN, celui d'où l'on part pour compter les longitudes, est une chose arbitraire et de pure convention, parceque le ciel ne donne aucun terme fixe sur la terre pour les longitudes, au lieu que l'équateur en fournit un pour compter les latitudes. On a varié sur le choix d'un premier méridien, et encore actuellement la chose n'est pas bien fixe parmi les géographes.

49. La déclaration du 25 avril 1634 fixa notre premier méridien à l'extrémité de l'île de Fer, la plus occidentale des îles Canaries. Le bourg principal de cette île est à 19° 53′ 45″ à l'occident de Paris; mais Guillaume de l'Isle, notre plus fameux géographe, ayant supposé, pour plus de facilité et en nombres ronds, que Paris étoit à 20° de longitude, les géographes de France ont suivi son exemple; ainsi dans la plupart de nos cartes *on établit le premier méridien universel à 20° du méridien de Paris du côté de l'occident;* et l'on continue de compter les longitudes terrestres vers l'orient jusqu'à 360°, en faisant tout le tour de la terre: Paris est donc à 20° de longitude.

50. Cependant les astronomes françois, qui déterminent communément les longitudes par la comparaison des observations faites à Paris avec celles des différens lieux de la terre, ont une autre maniere de compter; ils prennent, non pas en degrés mais en tems, la différence des méridiens, ou la différence de longitude entre Paris et les autres pays: 15° de longitude font une heure, parceque les 24 heures du jour font tout le tour de la terre; chaque degré fait 4′ de tems; et, au lieu de dire, par exemple, que Poitiers est à 18° de longitude, parceque cette ville est de 2° plus occidentale que Paris, ils disent que la différence des méridiens est de 8′ occidentale. Ptolemée rapportoit aussi quelquefois les longitudes au méridien d'Alexandrie; les Arabes d'Espagne se servoient de Tolede; Copernic, de Frawenberg; Reinhold, de Konisberg; Tycho et Képler rapportoient tout à Uranibourg, les Hollandois à Amsterdam, et les Anglois à Gréenwich, où est l'observatoire royal d'Angleterre, 9′ 21″ de tems à l'occident de Paris.

51. Les différences des méridiens nous apprennent celles des heures que l'on compte en même tems dans ces différens pays. Un observateur qui s'avanceroit à 15° de Paris du côté de l'o-

rient, par exemple à Vienne en Autriche, compteroit environ une heure de plus qu'à Paris, parcequ'allant au devant du soleil qui tourne chaque jour de l'orient à l'occident, il le verroit une heure plutôt que nous. En continuant d'avancer ainsi vers l'orient de 15 en 15°, il gagneroit une heure à chaque fois; et s'il faisoit le tour entier de la terre, il se trouveroit, en arrivant à Paris, avoir gagné 24 heures, et compteroit un jour de plus que nous; il seroit au lundi, tandis que nous serions encore au dimanche. Il auroit vu en effet le soleil se lever une fois plus que nous, et il auroit eu un midi de plus dans le même espace de tems, puisque ses journées d'un midi à l'autre auroient été toutes plus courtes que les nôtres.

52. Un autre observateur qui s'avanceroit du côté du couchant retarderoit de la même quantité, et revenant à Paris après le tour du monde, il ne compteroit que samedi lorsque nous serions au dimanche. On éprouveroit cette singularité dans la maniere de compter, toutes les fois qu'on voit arriver un vaisseau qui a fait le tour du monde, s'il avoit continué de compter les jours dans le même ordre, sans s'assujettir au calendrier des pays où il a passé.

53. Par la même raison les habitans des îles de la mer du Sud, qui sont éloignés de 12 heures de notre méridien, doivent voir les voyageurs qui viennent des Indes et ceux qui leur viennent de l'Amérique compter différemment les jours de la semaine, les premiers ayant un jour de plus que les autres; car, supposant qu'il est dimanche à midi pour Paris, ceux qui sont dans les Indes disent qu'il y a 6 heures que dimanche est commencé; et ceux qui sont en Amérique disent qu'il s'en faut au contraire plusieurs heures. Cela parut très singulier à nos anciens voyageurs, qu'on accusa d'abord de s'être trompés dans leur calcul et d'avoir perdu le fil de leurs almanacs. Dampier, étant allé à Mendanao par l'ouest, trouva qu'on y comptoit un jour de plus que lui. (Voyez les Voyages de Dampier, tome I.) Varenius dit même qu'à Macao, ville maritime de la Chine, les Portugais comptent habituellement un jour de plus que les Espagnols ne comptent aux Philippines; les premiers sont au dimanche, tandis que les seconds ne comptent que samedi, quoiqu'ils soient peu éloignés les uns des autres. Cela vient de ce que les Portugais établis à Macao y sont allés par le cap de Bonne-Espérance en avançant vers l'orient, et que les Espagnols ont été aux Philippines en avançant vers l'occident, c'est-à-dire en partant de l'Amérique et traversant la mer du Sud.

54. C'est une chose des plus nécessaires, mais en même tems des plus difficiles dans l'astronomie, la géographie et la navigation, que de trouver les longitudes; il s'agit de savoir, par exemple, combien le méridien de la Martinique est éloigné de celui de Paris, ou combien il faut faire de degrés vers l'occident pour arriver à la Martinique. La méthode que les astronomes emploient consiste à chercher dans le ciel un phénomene ou un signal qui puisse être apperçu au même instant de Paris et de la Martinique; par exemple, le moment où commence une éclipse de lune: s'il est minuit à la Martinique quand l'éclipse y commence, et que dans ce même moment on ait compté 4^h 13′ du matin à Paris, nous sommes assurés qu'il y a 4^h 13′ de tems, ce qui fait un arc de 63° 15′ du méridien de Paris au méridien de la Martinique. En effet le soleil emploie 24 heures à faire le tour du globe, et une heure à faire 15°: si les habitans de la Martinique avoïent le midi plus tard que nous d'une heure, nous serions assurés par-là même qu'ils sont à 15° de nous vers l'occident; mais ils l'ont plus tard que nous de 4^h 13′, suivant l'observation, ils sont donc plus avancés de $63°\frac{1}{4}$, qui répondent à 4^h 13′, à raison de 360° pour les 24 heures, et d'un degré pour 4′ de tems.

Du Mouvement propre de la Lune et de ses phases.

55. Après avoir observé le mouvement diurne commun à tous les astres, comme le premier de tous les phénomenes célestes que les hommes ont dû remarquer, même sans aucune espece d'application, nous passerons au mouvement *propre*, ou mouvement particulier des planetes qui se fait en sens contraire, c'est-à-dire vers l'orient.

Le plus simple et le plus sensible de tous ces mouvemens propres, celui qui dut frapper le plus tous les yeux, est le mouvement de la lune. Tous les mois cet astre change de figure et fait le tour du ciel dans un sens contraire à celui du mouvement général; et, tandis que chaque jour la lune paroît se lever et se coucher comme tous les autres astres, en allant d'orient en occident, elle retarde chaque jour et semble rester en arriere des étoiles ou reculer vers l'orient d'environ 13°. Ce mouvement particulier par lequel la lune se retire peu-à-peu vers l'orient dans le tems même qu'elle va comme les autres astres vers le couchant, s'appelle *le mouvement propre* ou mouvement périodique, et c'est un mouvement réel qui a lieu dans cette planete.

Il est très sensible, puisque, pendant l'espace de 27 jours, la lune, qui aura paru d'abord auprès de quelque belle étoile, s'en détache, s'en éloigne, et fait le tour du ciel à contre-sens du mouvement diurne ou commun; à la fin du premier jour elle s'en étoit éloignée de 13° ou un peu plus; le second jour elle en est à 26°; le troisieme à 39, etc.; enfin, après 27 jours et un tiers elle s'en est éloignée de 360°, et par conséquent elle est revenue la joindre par le côté opposé; ainsi elle se retrouve au même point où elle paroissoit le mois auparavant, après avoir paru répondre successivement aux étoiles qui sont autour du ciel.

56. Les phases (1) de la lune ou les diverses apparences de sa lumiere furent des phénomenes encore plus remarquables et plus sensibles à tous les yeux: après avoir paru pendant toute la nuit sous une forme ronde, large et brillante, que nous appelons la pleine lune, elle perd peu-à-peu de sa lumiere, de sa largeur et de son disque apparent; elle se leve plus tard; elle n'éclaire plus que pendant la moitié de la nuit; elle devient *dichotome* (2) et ressemble à un cercle dont on auroit coupé la moitié; elle est en quartier ou en quadrature étant à 90 degrés du soleil. Quelques jours après, continuant de se rapprocher du soleil, ce n'est plus qu'un croissant qui paroît le matin à l'orient avant que le soleil se leve, les cornes vers le haut, opposées au soleil, mais qui, diminuant peu-à-peu de grandeur et de lumiere, se perd dans les rayons du soleil et disparoît enfin totalement; c'est la nouvelle lune ou la conjonction, autrefois la néoménie (3).

57. La lune, après avoir disparu pendant 3 ou 4 jours, reparoît le soir à l'occident après le coucher du soleil, sous la forme d'un filet de lumiere ou d'un croissant dont les pointes sont toujours vers le haut ou à l'opposite du soleil, et dont la lumiere est foible, parcequ'elle est diminuée par l'éclat du crépuscule. En continuant d'avancer vers l'orient et de s'éloigner du soleil par son mouvement propre, elle augmente de grandeur et de lumiere, son croissant est plus fort, on la voit plus aisément et plus long-tems. Au bout de 4 jours elle est comme un demi-cercle, la partie lumineuse étant terminée par une ligne droite; elle est alors dans son premier quartier: enfin 7 ou 8 jours après elle reparoît pleine, ronde et lumineuse comme elle étoit un mois auparavant; elle brille dans toute sa largeur, parceque le

(1) Φάσις, *apparition;* ce sont les différentes manieres dont la lune paroît à nos yeux.

(2) Δὶς, deux fois; τόμος, segment.

(3) Νέος, nouveau; μήνη, mois.

soleil l'éclaire en face de nous et non pas de côté; elle passe au méridien à minuit; elle se leve quand le soleil se couche: tout annonce alors qu'elle est opposée au soleil, c'est le jour de la pleine lune ou de l'opposition. Les conjonctions et les oppositions s'appellent syzygies (1). Il se passe 29 jours d'une nouvelle lune à l'autre (558).

58. Ce sont ces phases et ces aspects de la lune qui occasionnerent autrefois l'usage de compter par mois et par semaines de sept jours (541), à cause du retour des phases de la lune en un mois, et parceque la lune tous les sept jours environ paroît, pour ainsi dire, sous une forme nouvelle: aussi les premiers peuples du monde se servirent de la lune pour compter les tems (542). Nous en parlerons plus au long dans le IV[e] livre; nous y expliquerons les phases de la lune, et nous ferons voir qu'elles sont produites par la lumiere du soleil qui éclaire toujours la moitié de la lune. Si nous n'appercevons souvent qu'une petite partie de cet hémisphere éclairé, et si nous le perdons même de vue tous les mois, c'est parceque, la lune étant alors presque entre le soleil et nous, elle tourne vers le soleil son hémisphere lumineux, et vers nous son hémisphere obscur; or un objet qui n'est point éclairé ne peut être apperçu, à moins que ce ne soit un corps lumineux comme le soleil.

Du Mouvement annuel et de l'Ecliptique.

59. Le mouvement propre de la lune est le plus prompt et le plus remarquable de tous ceux que l'on observe dans le ciel: mais un autre mouvement plus important pour nous est le mouvement périodique ou annuel que le soleil paroît avoir, qu'on appelle mouvement propre du soleil; c'est après le mouvement diurne un des phénomenes les plus frappans, puisqu'il produit la différence des saisons, les chaleurs de l'été et les rigueurs de l'hiver, la végétation, enfin la longueur des jours et des nuits qui varie si fort dans le cours d'une année. Ce mouvement n'est en lui-même qu'une apparence (391.), et il provient du mouvement annuel de la terre: mais il ne s'agit encore que d'examiner les phénomenes et les apparences avant que de nous élever à la contemplation des causes qui les produisent.

60. Si l'on remarque le soir du côté de l'occident quelque étoile fixe après le coucher du soleil, et qu'on la considere atten-

(1) Συζυγία, union.

tivement plusieurs jours de suite à la même heure, on la verra de jour en jour plus près du soleil; en sorte qu'elle disparoîtra à la fin, et sera effacée par les rayons et la lumiere du soleil, dont elle étoit assez loin quelques jours auparavant. Il sera aisé en même tems de reconnoître que c'est le soleil qui s'est approché de l'étoile, et que ce n'est pas l'étoile qui s'est approchée du soleil. En effet, voyant que toutes les étoiles se levent et se couchent tous les jours aux mêmes points de l'horizon, vis-à-vis des mêmes objets terrestres, qu'elles sont toujours aux mêmes distances entre elles, tandis que le soleil change continuellement les points de son lever et de son coucher et sa distance aux étoiles, il sera naturel de penser que si chaque étoile se leve tous les jours environ 4′ plutôt que le jour précédent, cela vient de ce que le soleil se leve quatre minutes plus tard que les étoiles; on ne doutera pas que le soleil seul n'ait changé de place par rapport à l'étoile, et ne se soit rapproché d'elle. Cette observation peut se faire en tout tems; mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile fixe avec une planete: nous apprendrons bientôt la maniere de les distinguer (83).

61. Le premier phénomene que présente le mouvement propre du soleil est donc celui-ci: *le soleil se rapproche de jour en jour des étoiles qui sont plus orientales que lui*, c'est-à-dire qu'il s'avance chaque jour vers l'orient: ainsi le mouvement propre du soleil se fait d'occident en orient; tous les jours il est d'environ un degré. et au bout de 365 jours on revoit l'étoile vers le couchant le même jour, à la même heure et au même endroit où elle paroissoit l'année précédente, c'est-à-dire que le soleil est revenu se placer au même point par rapport à l'étoile: il a donc fait une révolution; c'est ce que nous appelons le MOUVEMENT ANNUEL.

62. Pour combiner le mouvement annuel avec le mouvement diurne du soleil imaginons un grand globe, ou, si l'on veut, une grosse boule traversée au centre ou diamétralement par un *axe* ou aissieu, qui soit soutenu à ses extrémités dans les points P et R (*fig.* 12), et qu'on fasse tourner ce globe; on aura une idée du mouvement diurne de la sphere. Si l'on place un insecte en S, à égale distance des deux poles P et R, il sera obligé de tourner avec le globe, et il décrira l'*équateur* ASQ; si l'on en place un autre en B, plus près d'un des poles que de l'autre, il décrira un *parallele* BC, dont la circonférence est plus petite. Mais tandis que ce globe tourne dans un sens, l'insecte, que nous supposons en S, pourroit aussi marcher insensiblement dans le

sens opposé: il représenteroit alors le mouvement annuel ou mouvement propre du soleil, qui s'avance peu-à-peu vers l'orient, pendant qu'il est emporté chaque jour avec tout le ciel et d'un mouvement commun vers l'occident. Ces deux mouvemens de la sphere sont fort bien exprimés dans ces quatre vers d'Ovide :

Adde quod assidua rapitur vertigine cœlum,
Sideraque alta trahit, celerique volumine torquet,
Nitor in adversum: nec me, qui cætera, vincit
Impetus; et rapido contrarius evehor orbi. *Metam. II*, 70.

63. Le mouvement annuel du soleil qui se fait d'occident en orient est donc contraire au mouvement diurne, au mouvement commun de tout le ciel qui se fait vers l'occident, et que nous avons expliqué en commençant. Chaque jour le soleil aussi bien que les étoiles fait une révolution autour de nous du levant au couchant ou d'orient en occident; mais pendant ce tems-là le soleil fait environ un degré en sens contraire, ou d'occident en orient, et répond successivement à différentes étoiles.

64. La trace de ce mouvement annuel observée avec soin s'est trouvée être un cercle, et ce cercle a été appelé ÉCLIPTIQUE (1): il a fallu d'abord en déterminer la situation; c'est la premiere recherche que les anciens astronomes aient faite, et nous allons les suivre ou les deviner, s'il est possible, dans leur marche.

L'écliptique, la route apparente et annuelle du soleil, est différente de l'équateur ou du cercle diurne dont nous avons indiqué la position (15). Les premiers Caldéens qui observerent à Babylone à 32° 43′ de latitude, avoient l'équateur élevé de 57°; et si le soleil avoit fait son mouvement annuel en suivant l'équateur, il auroit paru tous les jours à midi élevé de 57°. Bien loin de là, ils appercevoient en été que le soleil s'élevoit de 24° au-dessus de l'équateur, et descendoit en hiver de 24° au-dessous, en sorte que sa hauteur vers le milieu du jour, ou sa hauteur méridienne (19), étoit de 81° en été et de 33° seulement en hiver; d'où il suivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur et qui s'en éloignoit de 24°. Ce cercle devoit seulement traverser ou couper l'équateur en deux points diamétralement opposés; et en effet on observoit deux

(1) Du mot grec ἐκλείπω, je manque, parceque la lune est toujours dans l'écliptique, à très peu près, lorsqu'il y a éclipse de lune ou de soleil.

fois l'année, au printems et en automne, que la hauteur du soleil à midi étoit précisément égale à la hauteur de l'équateur, c'est-à-dire de 57°; d'où il suivoit que dans ces deux jours-là le soleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 24°.

65. Ainsi l'écliptique est un cercle de la sphere qui coupe l'équateur en deux points, mais qui s'en éloigne de 24° au nord et au midi. Et comme ces deux distances sont égales, on dut en conclure que l'écliptique étoit un grand cercle de la sphere; car c'est la propriété des grands cercles de se couper en deux parties égales (30). Il s'agissoit ensuite de déterminer dans la voûte céleste et parmi les étoiles fixes la route ou la trace de l'écliptique, et de reconnoître les étoiles par lesquelles devoit passer le soleil à chaque jour de l'année, pour être en état de représenter ce cercle solaire sur le globe où nous avons tracé l'équateur (15).

66. Pour cet effet on dut remarquer d'abord qu'il y avoit deux jours dans l'année, éloignés de six mois l'un de l'autre, où le soleil se trouvoit avoir 57° de hauteur méridienne, et par conséquent la même hauteur que l'équateur. On appela ces deux jours-là *jours de l'*ÉQUINOXE, parceque le soleil décrivant l'équateur étoit 12 heures au-dessus de l'horizon et 12 heures au-dessous, c'est-à-dire que le jour étoit égal à la nuit; l'un a été appelé équinoxe du printems, parcequ'il arrive à la fin de l'hiver; l'autre est l'équinoxe d'automne.

67. Ayant remarqué, le jour de l'équinoxe du printems, quelle étoile ou quel point du ciel passoit au méridien 12 heures après le soleil ou à minuit à la même hauteur que le soleil, c'est-à-dire à la hauteur de l'équateur, on étoit sûr de connoître le point opposé au soleil, c'est-à-dire l'équinoxe d'automne, et l'endroit où devoit se trouver le soleil six mois après, en traversant l'équateur dans le point opposé.

C'est ainsi qu'on a pu reconoître et remarquer dans le ciel le point équinoxial d'automne quand le soleil étoit dans celui du printems, et celui du printems quand le soleil étoit parvenu à l'équinoxe d'automne ou dans le point opposé; par-là on a appris à distinguer dans le ciel étoilé ces deux points essentiels dans l'astronomie.

68. Les points de l'écliptique situés entre les équinoxes, et dans lesquels se trouve le soleil lorsqu'il est le plus éloigné de l'équateur, ont été appelés SOLSTICES (*solis stationes*) parceque le soleil, étant arrivé à ce plus grand éloignement, semble être

quelques jours à la même distance de l'équateur, sans s'en éloigner ni s'en rapprocher, du moins sensiblement; c'est ce qui arrive vers le 21 juin et le 21 décembre.

Ainsi tout est terminé à l'égard de l'écliptique; nous connoissons les deux points équinoxiaux où ce cercle traverse l'équateur; nous savons qu'il s'en éloigne ensuite au-dessus et au-dessous, au nord et au midi, dans les solstices, et cet éloignement étoit autrefois de 24°; il ne manque donc rien pour tracer dans le ciel la route annuelle ou le grand cercle de l'écliptique.

69. Ayant formé un globe artificiel, tel que celui qui est représenté dans la figure 12, et tracé sur ce globe l'équateur avec les poles (15), on fut en état de tracer aussi l'écliptique, et de remarquer les étoiles parmi lesquelles ce cercle devoit passer; c'est ce que firent les plus anciens astronomes.

De l'obliquité de l'Ecliptique, et des Tropiques (1).

70. La distance ou l'arc d'environ 24°, compris entre l'équateur et l'écliptique dans les points solsticiaux, s'appelle l'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE. On a vu comment les anciens déterminerent la plus grande distance de ces deux cercles (64). Nous n'avons pas actuellement même d'autre méthode pour la déterminer. L'obliquité de l'écliptique avec la plus petite hauteur du soleil donne la hauteur de l'équateur: donc le complément est la hauteur du pole (34).

71. L'obliquité de l'écliptique étoit, il y a 4000 ans, d'environ 24°; elle n'est plus aujourd'hui que de 23° 28′, et diminue d'environ une demi-minute tous les 100 ans (757).

72. Les anciens, pour déterminer l'obliquité de l'écliptique, observoient les ombres solsticiales du soleil. Soit AB (*fig.* 7) un gnomon (2), un style quelconque élevé verticalement, comme étoit l'obélisque du champ de Mars à Rome, ou une ouverture A, faite dans un mur AB, pour laisser passer un rayon du soleil (3); soit SAE le rayon au solstice d'hiver, BE l'ombre du soleil; OAC le rayon du solstice d'été, et BC l'ombre solsticiale la plus courte: dans le triangle ABC, rectangle en B, et dont

(1) Les tropiques tirent leur nom du mot grec τρέπω, *verto*, parceque le soleil arrivé aux tropiques semble retourner sur ses pas ou revenir vers l'équateur.

(2) Γνώμων, indicateur, style droit.

(3) Les plus fameux gnomons qui aient servi à cet usage sont ceux de Bologne, de Florence, de Rome, et de Paris dans l'église de saint Sulpice.

on connoît les côtés AB, BC, il est aisé de trouver ou par le moyen d'un compas et d'un rapporteur, ou par les regles de la trigonométrie, le nombre de degrés que contient l'angle ACB ou OCB, qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été; on en fera autant pour le triangle ABE, et l'on aura l'angle E égal à la hauteur du soleil au solstice d'hiver. C'est ainsi que, suivant l'observation attribuée à Pythéas, la hauteur AB du gnomon étoit à la longueur de l'ombre en été à Byzance et à Marseille, 320 ans avant l'ere vulgaire, comme 120 sont à 41 $\frac{4}{5}$: d'où l'on conclut l'obliquité de l'écliptique d'environ 23° 50′ pour ce tems-là; car résolvant le triangle ABC, dont AB est de 120 et BC de 41 $\frac{4}{5}$, on a l'angle C, hauteur du soleil, 70° 48′: on en ôte la hauteur de l'équateur à Marseille 46° 42′, et 16′ pour le demi-diametre du soleil; il reste 23° 50′ pour sa déclinaison, qui ce jour-là étoit égale à l'obliquité de l'écliptique.

73. Chacun des paralleles à l'équateur que le soleil paroît décrire de jour en jour par son mouvement diurne est autant éloigné de l'équateur que le point de l'écliptique où se trouve le soleil: quand le soleil est éloigné de 10° de l'équateur ou qu'il a 10° de déclinaison, il décrit un parallele qui s'éloigne de l'équateur de 10°, et passe au zénit de tous les pays de la terre qui ont 10° de latitude. Quand il est parvenu à son grand éloignement B, qui est de 23° $\frac{1}{2}$, il décrit un parallele BC (*fig.* 12), le plus éloigné de l'équateur: le plus petit qu'il puisse décrire c'est celui qu'on appelle TROPIQUE. Il y a un tropique de chaque côté de l'équateur: l'un se nomme le *tropique du cancer*, parceque le soleil décrit celui-ci le jour du solstice d'été entrant dans le signe du cancer; l'autre s'appelle le *tropique du capricorne*, parcequ'il est décrit au tems du solstice d'hiver où le soleil entre dans le capricorne. Ainsi les tropiques comprennent tout l'espace dans lequel peut se trouver le soleil, et cet espace est de 47°. Les tropiques touchent l'écliptique, et se confondent avec ce cercle dans les points solsticiaux.

74. Le tropique du cancer passe sur la terre un peu au-delà du mont Atlas, sur la côte occidentale de l'Afrique, puis à Syene en Ethiopie, de là sur la mer rouge, le mont Sinaï, sur la Mecque, patrie de Mahomet, sur l'Arabie heureuse, l'extrémité de la Perse, les Indes, la Chine, la mer pacifique, le Mexique et l'île de Cuba. Le tropique du capricorne passe dans le pays des Hottentots en Afrique, dans le Brésil, le Paraguay et le Pérou.

75. Quand nous disons que le soleil décrit chaque jour un

parallele à l'équateur, nous supposons que sa déclinaison soit la même pendant les 24 heures, et qu'il reste au même point de l'écliptique, ou du moins à même distance de l'équateur : cela n'est pas rigoureusement exact, puisque le soleil change continuellement de distance à l'équateur, et par conséquent se trouve à chaque instant dans un parallele différent; il décrit plutôt une spirale qu'un cercle: mais, pour simplifier les expressions et les idées, on suppose dans les premiers élémens d'astronomie que le mouvement diurne du soleil se fasse dans un cercle parallele à l'équateur, c'est-à-dire qu'on regarde comme insensible la petite quantité dont le soleil se rapproche d'un des poles dans l'espace de 24 heures; au reste on a égard à cette différence dans les calculs de l'astronomie.

Mouvement du Soleil.

76. Pour compter et mesurer les mouvemens du soleil et des autres corps célestes il falloit nécessairement choisir dans le ciel un point d'où l'on pût partir, et auquel on pût tout rapporter. Le retour des saisons, qui étoit pour les hommes la chose la plus remarquable et la plus intéressante de toute l'astronomie, fixa ce point de départ. Le soleil, par son cours annuel dans l'écliptique, revenoit chaque année traverser l'équateur et redonner le printems aux campagnes (66); ce renouvellement de la nature servit à marquer le commencement de l'année; et les astronomes se servirent, pour commencer leurs mesures, du point où arrivoit ce changement, c'est-à-dire du point d'intersection de l'écliptique et de l'équateur. On appelle donc LONGITUDE la distance du soleil au point équinoxial, comptée le long de l'écliptique. Quand le soleil a parcouru 30° de l'écliptique par son mouvement annuel en partant de l'équinoxe, on dit qu'il a 30° ou un signe de longitude, et ainsi de suite jusqu'à 12 signes. Les 30 premiers degrés sont compris sous le nom de *bélier*, qu'on représente par ce caractere ♈; les 30 degrés qui suivent forment le *taureau* ♉; après quoi viennent les *gemeaux* ♊, le *cancer* ♋, le *lion* ♌, la *vierge* ♍, la *balance* ♎, le *scorpion* ♏, le *sagittaire* ♐, le *capricorne* ♑, le *verseau* ♒, les *poissons* ♓, comme l'indiquent les deux vers suivans :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

77. Ces 12 signes, dont les noms appartiennent aux douze portions de l'écliptique comptées depuis l'équinoxe, sont différens des *constellations* ou figures étoilées qui portent les mêmes noms (220) : on distingue le signe du bélier de la constellation du Bélier ; l'un n'est autre chose que la premiere douzieme ou les 30 premiers degrés du cercle de l'écliptique ; l'autre est un assemblage d'étoiles qui à la vérité répondoit autrefois dans le ciel au même endroit que le signe du bélier auquel il a donné son nom, mais qui est actuellement beaucoup plus avancé (310). Aussi nous évitons ordinairement d'employer les noms de bélier, etc. pour les 12 parties de l'écliptique, et nous les réservons pour les constellations ou assemblages d'étoiles.

78. Pour déterminer la longitude du soleil les premiers astronomes n'eurent pas besoin d'autre chose que des deux solstices et des deux équinoxes : ces quatre observations partageoient l'année en quatre saisons ; on examinoit par le moyen des ombres la plus grande hauteur du soleil, on avoit le solstice d'été ; la plus petite hauteur indiquoit le solstice d'hiver ; et la hauteur intermédiaire ou moyenne entre les deux hauteurs solsticiales, ou la hauteur de l'équateur, indiquoit les jours des équinoxes. Ces observations firent connoître aux premiers observateurs quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, et en même tems elle leur fit connoître à quels jours de l'année civile le soleil se trouvoit au commencement de chaque signe.

79. Nous observons actuellement que le soleil entre dans le bélier le 20 mars (*printems*), dans le taureau le 19 avril, dans les gemeaux le 20 mai, dans le cancer le 21 juin (*été*), dans le lion le 22 juillet, dans la vierge le 23 août, dans la balance le 22 septembre (*automne*), dans le scorpion le 23 octobre, dans le sagittaire le 22 novembre, dans le capricorne le 21 décembre (*hiver*), dans le verseau le 19 janvier, dans les poissons le 18 février : il y a quelquefois un jour de différence à cause des années bissextiles ; mais cela suffit pour montrer comment on marque sur les globes la correspondance des jours avec les signes du zodiaque, et pour trouver à-peu-près, au défaut d'almanac, le jour de l'année où le soleil répond à chaque degré des 12 signes. L'hiver physique et sensible à Paris commence un peu plutôt, et s'étend du 15 décembre au 15 mars.

80. Lorsqu'on eut ainsi observé les équinoxes et les solstices, et qu'on eut remarqué les étoiles dont le soleil se rapprochoit successivement dans le cours d'une année, il ne fut pas difficile de voir qu'il falloit 365 jours pour le ramener vers les mêmes

points, c'est-à dire qu'il se couchoit et se levoit 365 fois avant que de se retrouver au même point du ciel. Il fallut bien des années, peut-être bien des siecles, pour remarquer qu'il y avoit environ 6 heures de plus, c'est-à-dire que tous les quatre ans, à pareil jour, on voyoit le soleil un peu moins avancé vers l'étoile à laquelle on avoit imaginé de le comparer, et cela d'un degré ou de la valeur d'un jour: ce retard devint ensuite plus sensible, et au bout de soixante ans on dut voir le soleil arriver à l'étoile 15 jours plus tard qu'il n'auroit dû faire si chaque retour eût été exactement de 365 jours.

81. Le retour des saisons fut un moyen encore plus naturel et plus sensible de déterminer la durée des révolutions du soleil. Les anciens astronomes observoient le retour du soleil à l'équinoxe, c'est-à-dire son passage dans l'équateur (78); ils voyoient qu'en 60 années, de 365 jours chacune, le soleil ne revenoit point précisément à l'équateur, et qu'il lui falloit environ 15 jours de plus: il s'ensuivoit naturellement que la durée de sa période étoit, non pas de 365^j exactement, mais de 365^j et 6 heures.

82. On a observé depuis ce tems-là plus souvent et plus exactement les équinoxes; ainsi l'on a déterminé la longueur de l'année avec plus de précision; je l'ai trouvée de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$, (305). L'incertitude ne va pas à 3 ou 4 secondes de tems.

Des Planetes en général.

83. Le premier de tous les mouvemens célestes que les hommes apperçurent fut le mouvement diurne (2) commun à tout le ciel; les mouvemens propres du soleil et de la lune furent ensuite les plus faciles à remarquer; enfin des observations plus répétées, plus assidues, firent voir que parmi les astres qui brillent dans une belle nuit il y en avoit cinq dont le mouvement propre se faisoit aussi remarquer, et on les appela PLANETES (1). Leurs noms sont *Mercure* ☿, *Vénus* ♀, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, *Saturne* ♄, *Herschel* ♅ et découverte en 1781. Ces planetes sont quelquefois plus brillantes que les étoiles, mais d'une lumiere tranquille et sans aucune scintillation (excepté peut-être Vénus), tandis que les étoiles fixes répandent une lumiere éclatante et vive, dont la scintillation, c'est-à-dire le frémissement, annonce que les étoiles sont des

(1) Πλανῆτες, *erraticus*, parceque ce sont des astres errant dans le ciel.

corps lumineux par eux-mêmes, des especes de soleils que l'éloignement seul nous fait paroître si petits.

84. Les planetes seront faciles à distinguer dans le ciel, lorsqu'on aura reconnu les 12 constellations du zodiaque (221); car il n'y a dans ces 12 constellations que quatre étoiles de la premiere grandeur, *Aldebaran*, *Regulus*, *l'Epi*, et *Antarès*, qui ressemblent aux planetes par leur éclat. Lorsqu'on connoît la situation de ces quatre étoiles, on distingue bientôt une planete d'une étoile fixe dès qu'on voit la premiere aux environs de l'écliptique; mais pour distinguer laquelle des cinq belles planetes on apperçoit, il faut savoir calculer leur situation actuelle (442).

85. Les planetes parcourent le zodiaque d'occident en orient aussi bien que le soleil par un mouvement propre à chacune, et décrivent des orbites fort approchantes de l'écliptique; car Vénus, qui s'en écarte le plus, n'a jamais au-delà de 8° $\frac{2}{3}$ de latitude ou de distance de l'écliptique. Les révolutions périodiques des planetes, ou les tems qu'elles emploient à revenir au même point du ciel, se déterminent en observant leurs retours à une étoile: la lune 27^j 7^h 43$'$; le soleil 365^j 6^h; Mars 1 an 321^j 23^h; Jupiter 11 années communes et 316^j; Saturne 29 ans et 162^j; Herschel 84 ans. Nous verrons bientôt la maniere de les trouver exactement, par rapport aux équinoxes (454, 557), et les résultats rigoureux seront dans la table qui est à la fin de ce volume. Mercure et Vénus, qui accompagnent toujours le soleil, font comme lui le tour du ciel en un an; tantôt ils le précedent, tantôt ils le suivent; et leur retour à même situation ou à même configuration par rapport au soleil est de 116 jours pour Mercure, 584 pour Vénus. Nous expliquerons la maniere d'en conclure leurs véritables révolutions autour du soleil (455), qui sont de 87^j 23^h pour Mercure, et 224^j 17^h pour Vénus.

Des Ascensions droites, Déclinaisons, Longitudes et Latitudes des Astres.

86. Quand les premiers astronomes eurent reconnu les planetes et les durées de leurs révolutions, ils voulurent partager ces révolutions en différentes parties, et assigner à chaque planete une place pour chaque jour en partant du point fixe que l'on avoit choisi, c'est-à-dire de la section du bélier ou du point équinoxial du printems, qu'on appelle simplement l'équinoxe (76); mais le cercle que décrit le soleil par son mouvement an-

nuel ne servit d'abord qu'à mesurer la marche du soleil. On trouva qu'il étoit facile de rapporter à l'équateur les mouvemens des autres planetes, et on employa véritablement l'équateur à cet usage de la maniere suivante.

87. Supposons qu'on ait reconnu dans le ciel une étoile qui soit voisine de l'équinoxe, et qu'on veuille par son moyen déterminer les positions des autres étoiles, la méthode la plus simple sera de suivre l'équateur tout autour du ciel à mesure que les astres se succedent par le mouvement diurne : on appelle les intervalles de l'un à l'autre *différences d'ascension droite*. La raison de cette dénomination est que ce seroit effectivement les différences de leurs levers ou de leurs ascensions si l'on a[...]oit la sphere droite, c'est-à-dire l'équateur, à angles droits (n.° 3); car sous l'équateur ou sous la ligne équinoxiale les astres se levent tout droit et non point obliquement : alors les éto[...]iles qui sont plus avancées vers l'orient de 15° que la prem[...]ere étoile d'où l'on est parti se levent une heure plus tard : or [...] dit alors que leur différence d'ascension droite est de 15° ou d'une heure ; il seroit plus naturel d'appeler différence de passag[...].

88. En effet dans notre sphere oblique (114) ce n'est p[...]s le lever des étoiles qu'il faut choisir, mais leur passage au [...]éridien ; ce cercle étant toujours perpendiculaire à l'équat[...]eur, toutes les étoiles qui répondent perpendiculairement au [...]ême point de l'équateur passent au méridien ensemble ; et nous disons que leur ascension droite est la même, parcequ'el[...]les se leveroient toutes en même tems si nous étions sous l'équ[...]teur.

89. Soit EQ (*fig.* 17) une portion de l'équateur ; ZM [...] méridien ; les étoiles A, B, qui passent par le méridien a[...]ec le point M de l'équateur ont leur ascension droite marqu[...]e par ce point M ; et si ce point de l'équateur passe au méridi[...]n une heure plus tard que le point équinoxial, nous dirons que toutes ces étoiles ont une heure ou 15° d'ascension droite ; cell[...]es qui passeront deux heures plus tard que la premiere étoile [...] auront par rapport à elle 30° de différence d'ascension droite : ainsi L'ASCENSION DROITE d'un astre est sa distance à l'éq[...]uinoxe comptée sur l'équateur d'occident en orient.

90. On connoît l'ascension droite du soleil par la quantité de sa hauteur ; car quand il passe à 41° de hauteur dans le m[...]éridien à Paris, on est sûr qu'il est dans l'équinoxe ; plus il s'en él[...]oigne, plus il s'éleve vers le nord, et cette élévation déterm[...]e son ascension droite et sa longitude (170).

On peut connoître celle d'une étoile en observant le j[...]our de

l'équinoxe combien elle passe plus tard que le soleil; l'intervalle de tems converti en degrés, à raison de 15° par heure, est la différence d'ascension droite, ou plutôt ce jour-là c'est l'ascension droite de l'étoile: c'est là le fondement de toute l'astronomie.

91. Lorsqu'on voit plusieurs étoiles passer ensemble par le méridien, quoiqu'elles aient toutes la même ascension droite, elles sont plus élevées les unes que les autres; l'une paroît en A, l'autre en B, et leur distance à l'équateur EMQ s'appelle DÉCLINAISON: ainsi BM est la déclinaison de l'étoile B; AM est la déclinaison de l'étoile A. Si l'on observe l'étoile A passant dans le méridien à 51° de hauteur (33), et que l'on connoisse la hauteur de l'équateur de 41° (33), on en conclura naturellement que l'étoile est plus haute de 10° que l'équateur, ou qu'elle a 10° de déclinaison. Quand l'étoile est au-dessus de l'équateur ou du côté du nord, on dit que sa déclinaison est BORÉALE ou septentrionale; mais quand elle est au-dessous, plus basse que l'équateur, ou du côté du midi, on dit que sa déclinaison est AUSTRALE ou méridionale.

92. Par la même raison l'on appelle CERCLES DE DÉCLINAISON tous les cercles qui, passant par les deux poles du monde, sont perpendiculaires à l'équateur. Ces cercles sont des *méridiens* quand on les considere sur la surface de la terre; ce sont des CERCLES HORAIRES quand on n'examine que leur distance au méridien, parcequ'ils indiquent l'heure qu'il est: ces noms de cercles de déclinaison, de méridiens ou de cercles horaires, se prennent souvent l'un pour l'autre; mais le sens propre de ces trois dénominations est relatif à trois usages différens: la premiere se rapporte à l'équateur; la seconde aux longitudes géographiques et terrestres; la troisieme à la distance des astres par rapport au méridien d'un observateur, comme nous l'expliquerons en parlant du tems vrai (191).

93. Ainsi le mouvement diurne de tous les astres nous a fourni une méthode simple et naturelle de les rapporter à l'équateur, de marquer leurs situations le long de ce cercle céleste, c'est-à-dire leurs ascensions droites et leurs distances à ce cercle ou leurs déclinaisons. Nous verrons bientôt un autre procédé pour marquer sur un globe les différentes étoiles (158); mais on y peut employer aussi le cercle de l'écliptique (64), en rapportant chaque étoile au point de l'écliptique où elle répond perpendiculairement, comme cela se pratique depuis longtems parmi les astronomes: on appellera LONGITUDES ces distances

tances ainsi mesurées le long de l'écliptique; en partant toujours du même point équinoxial, comme nous l'avons fait pour le soleil. (76)

94. Soit ♈Q (*fig.* 18) l'équateur, ♈C l'écliptique inclinée à l'équateur de 23° $\frac{1}{2}$, S une étoile qui répond perpendiculairement au point M de l'équateur; si l'on tire également un arc de cercle SEB perpendiculaire sur l'écliptique, le point B marquera le point de l'écliptique auquel se rapporte l'étoile S, et l'arc de l'écliptique ♈B sera la longitude de l'étoile: ainsi *la longitude d'un astre est l'arc ou la distance entre l'équinoxe et le point de l'écliptique auquel cet astre répond perpendiculairement.*

95. Entre plusieurs astres qui répondent ainsi au même point de l'écliptique, les uns en sont plus voisins que les autres; ils ont différentes LATITUDES, c'est-à-dire différentes distances à l'écliptique. Si l'étoile placée en S est éloignée de l'écliptique ♈BC d'une quantité SB mesurée perpendiculairement, on dit que la latitude est SB; si elle étoit placée en E, elle auroit la même longitude, mais sa latitude EB seroit moindre.

96. Les cercles tracés sur la surface du globe perpendiculairement à l'écliptique, tels que SB, s'appellent CERCLES DE LATITUDES, parcequ'ils servent en effet à compter les latitudes, en même tems qu'ils servent à marquer les longitudes sur l'écliptique.

97. Les astronomes, en observant les positions des astres, procédent toujours par ascension droites et déclinaisons: ils n'emploient presque jamais d'autre méthode pour déterminer les situations et les mouvemens des planetes, parceque l'équateur et le méridien sont les cercles les plus aisés à reconnoître, les plus commodes et dans une situation constante; ce qui rend les mesures plus naturelles, plus faciles et plus exactes. (89)

98. Cependant les astronomes comptent ensuite les mouvemens des planetes par longitudes et latitudes, c'est-à-dire qu'ils les rapportent à l'écliptique dans toutes leurs tables astronomiques; la raison en est également naturelle. C'est dans l'écliptique que le soleil paroît se mouvoir; il est accompagné de toutes les planetes, dont les orbites sont très proches de l'écliptique; les calculs sont donc plus simples en rapportant les planetes à ce cercle dont elles sont toujours peu écartées; leurs inégalités paroissent moindres; on trouve plus d'uniformité, plus de facilité, plus de briéveté dans les tables astronomiques: c'étoit bien assez pour faire préférer les longitudes et

les latitudes lorsqu'il s'agissoit de calculs, comme l'on préfere les ascensions droites et les déclinaisons lorsqu'il est question d'observer.

99. Ainsi, dans la pratique ordinaire, on observe l'ascension droite et la déclinaison d'un astre; mais avant que de l'insérer dans les tables générales des mouvemens célestes, on en conclut la longitude et la latitude par la trigonométrie sphérique. (308)

De la Sphere armillaire.

100. Jusqu'ici nous n'avons entendu sous le nom de sphere céleste que la concavité apparente du ciel figurée en forme de globe; car une boule quelconque peut être appelée sphere, et servir à représenter les cercles et les mouvemens dont nous avons parlé. Cependant l'usage s'est introduit d'appeler *sphere*, ou plutôt SPHERE ARMILLAIRE, un instrument composé de plusieurs cercles évidés et placés les uns dans les autres, comme ceux de la sphere céleste: cette sphere armillaire est représentée en grand dans la planche seconde (*fig.* 11). Son nom vient de celui d'*Armille*, qui signifie un anneau ou un collier, parcequ'en effet les cercles de la sphere en ont pour ainsi dire la forme.

101. L'horizon est le cercle AGB (*fig.* 11), posé sur quatre supports attachés au pied de la sphere.

Le méridien est le cercle DZM élevé verticalement sur l'horizon, qui est retenu par en bas dans une entaille faite au pied de l'instrument, et par les côtés dans deux entailles faites sur l'horizon au nord et au midi. Ces deux cercles sont fixes.

102. Les cercles mobiles forment un assemblage ou une espece de charpente qui tourne sur un axe PR; on y voit quatre grands cercles, l'équateur (15), l'écliptique (64), et les deux COLURES. On appelle colure des solstices un grand cercle passant par les poles du monde ou de l'équateur et par les points solsticiaux: c'est un méridien auquel on a donné un nom particulier; il est aussi le plus remarquable de tous parcequ'il sert à mesurer l'obliquité de l'écliptique, et qu'il est à la fois cercle de déclinaison et cercle de latitude. Tous les astres placés sur ce colure ont 90° ou 270° d'ascension droite et de longitude. Le colure des équinoxes est perpendiculaire au premier; il passe aussi par les poles du monde et ensuite par les points équinoxiaux; il sert à compter les ascensions droites par les angles qu'il fait avec tous les autres méridiens ou cercles de déclinaison. Tous les astres placés sur ce colure ont zéro ou 180° d'ascension droite; mais

leurs longitudes varient. L'on voit sur le même assemblage quatre petits cercles, savoir les deux tropiques HM, DI (73), et les deux cercles *polaires* SO et XV, qui sont éloignés des poles du monde de 23° ½, autant que les tropiques le sont de l'équateur: ils sont inutiles dans l'astronomie, mais ils servent aux géographes à indiquer les pays de la terre qui sont situés dans les zones glaciales. (137)

103. Le ZODIAQUE (1) est une bande céleste HI ou un zone dont l'écliptique occupe le milieu, qu'on place ordinairement dans la sphere armillaire; elle a environ 17° de largeur, c'est-à-dire 8° ½ de chaque côté de l'écliptique: on en fait peu d'usage dans l'astronomie; elle sert seulement à indiquer l'espace dans lequel sont renfermées les planetes qui s'éloignent de l'écliptique tout au plus de 8° ½. La terre est représentée par une petite boule qu'on met au centre de la sphere.

104. On place aussi sur la sphere une *rosette* KL, un cadran ou un petit cercle divisé en 24 heures, qui sert à résoudre différens problêmes avec la sphere d'une maniere commode et sans aucun calcul, comme nous l'expliquerons en parlant du globe céleste (160 *et suiv.*). La rosette est fixée sur le méridien; elle a son centre au pole de la sphere; l'extrémité P de l'axe traverse le pole au centre de la rosette; et porte une aiguille qui tourne à mesure qu'on fait tourner la sphere, mais sans que le cadran ou la rosette change de place. Enfin on voit le soleil et la lune portés sur deux bras, qui tournent l'un autour du pole de l'écliptique, et l'autre autour d'un point qui en differe de 5°. (578)

105. L'invention de la sphere armillaire est certainement aussi ancienne que celle de l'astronomie même. On l'attribue à Atlas, que l'on croit avoir vécu 1600 ans avant notre ere; à Hercule et à Musæus, 3 à 400 ans plus tard; mais il est plus naturel de croire qu'elle vint de l'Egypte. La sphere d'Archimede, qui fut dans la suite si fameuse, ne se bornoit pas à représenter les cercles de la sphere; c'étoit un *planétaire* ou une machine propre à représenter aussi les mouvemens des planetes dans un globe de verre, et que Claudien a célébré. (*Epig* 36.).

C'est encore de la sphere artificielle d'Archimede que parlent Ovide et Stace:

> Arte syracusia suspensus in aere clauso,
> Stat globus immensi parva figura poli. *Fast. VI*, 277.

(1) Ζώδιον, animal; parceque les figures ou portions du zodiaque portent les noms de plusieurs animaux.

De la Sphere droite, oblique, et parallele.

106. On distingue trois positions différentes de la sphere armillaire pour représenter trois sortes de situations dans les différens pays de la terre; la sphere *droite*, la sphere *oblique*, la sphere *parallele*, suivant que l'équateur coupe l'horizon à angles droits, qu'il le coupe obliquement, ou qu'il lui est parallele. Les apparences du mouvement diurne sont fort différentes dans ces trois positions, qui sont représentées dans les figures 9, 10 et 13. Il est nécessaire d'avertir auparavant qu'en parlant du soleil nous parlerons de son centre seulement, sans faire attention à son diametre ou à sa largeur. En parlant de la longueur des jours qui appartiennent à ces différentes positions de la sphere, nous ferons aussi abstraction de deux causes qui contribuent à rendre le jour plus long qu'il ne devroit l'être par la position de la sphere; l'une est la *réfraction* des rayons, l'autre est la lumiere crépusculaire.

107. La RÉFRACTION fait que les rayons du soleil se plient et se détournent, en traversant l'astmosphere (737), de maniere à arriver vers nous plutôt qu'ils n'y seroient venus par la ligne droite; cette réfraction est telle que quand le bord supérieur du soleil est véritablement à l'horizon en sorte qu'il ne fasse que paroître, le disque entier étant encore sous l'horizon, la réfraction l'éleve assez pour qu'il paroisse tout entier au-dessus, c'est-à-dire qu'alors son bord inférieur paroît toucher l'horizon, et l'effet de la réfraction égale à-peu-près la grandeur même du diametre solaire ou un demi-degré. Il faut 3 à 4 minutes à Paris pour que le soleil s'éleve de la quantité d'un demi-degré; en sorte que la durée entiere de l'apparition du soleil sur l'horizon y est augmentée d'un demi-quart d'heure par cet effet de la réfraction: il devient beaucoup plus considérable en avançant vers les zones glaciales; et sous le pole même le seul effet de la réfraction augmente de 67 heures le jour, qui est de six mois.

108. Une seconde cause donne de la lumiere dans les pays où la position de la sphere ne semble indiquer que les ténebres; c'est le crépuscule (751), cette lumiere douce et tranquille de l'aurore, qu'on voit s'augmenter peu-à-peu le matin avant le lever du soleil, et celle qui diminue le soir quand le soleil est couché; elle est produite par la dispersion des rayons dans la masse de l'air qui les réfléchit de toutes parts. Le crépuscule dure toute la nuit au mois de juin à Paris et dans les pays qui ont plus

de 48° ½ de latitude ; ceux qui habiteroient sous le pole auroient un crépuscule de sept semaines, en sorte que la durée des ténebres pour ce point-là est diminuée de 14 semaines par l'effet des crépuscules qui ont lieu sans que le soleil y paroisse sur l'horizon. Nous ferons abstraction de ces deux causes dans les articles suivans ; et ce que nous avons à dire des circonstances du jour dans les trois positions de la sphere doit s'entendre de celui qui commence quand le centre du soleil est véritablement à l'horizon.

109. La sphere droite est celle où l'équateur EV (*fig.* 10.) est perpendiculaire à l'horizon HO et le coupe à angles droits ; elle a lieu pour ceux qui habitent sous l'équateur ou sous la ligne équinoxiale, comme à Quito dans l'Amérique méridionale : là les deux poles sont toujours dans l'horizon ; tous les paralleles à l'équateur, comme PA, sont coupés par l'horizon en deux parties égales, que le soleil parcourt chacune en douze heures : ainsi les jours sont égaux entre eux, et égaux aux nuits pendant toute l'année.

110. Le soleil passe deux fois l'année par le zénit, savoir le 20 mars et le 22 septembre, jours auxquels le soleil décrit l'équateur, parceque l'équateur passe toujours par le zénit de ces pays-là. On peut en conclure qu'ils ont comme deux étés et deux printems ; car il ne faut pas parler d'hiver dans des pays où le soleil est tous les jours presque perpendiculaire à midi.

On doit cependant observer que la chaleur qui est extrême sur les rivages et dans les fonds, se change en une agréable température lorsqu'on s'éleve de 12 à 15 cents toises au-dessus du niveau de la mer (130), et que sur des montagnes de 2500 toises ou au delà on éprouve, quoique dans la zone torride, un froid insupportable et une neige éternelle.

111. Dans la sphere droite, on a le soleil du côté du nord, et l'ombre du côté du midi, pendant la moitié de l'année, depuis le 20 mars jusqu'au 22 septembre : de même on a le soleil au midi, et l'ombre du côté du nord, pendant les six autres mois de l'année ; et dans les deux jours d'équinoxes l'ombre disparoît totalement à l'heure de midi, le soleil étant au zénit.

112. Toutes les étoiles y montent sur l'horizon dans l'espace de 24 heures, puisqu'en faisant leur révolution elles sont 12 heures sur l'horizon, et 12 heures au-dessous ; au lieu que dans les autres positions de la sphere il y a toujours une partie des étoiles qui ne se leve jamais.

113. Enfin, dans la sphere droite, on voit le soleil et tous les astres s'élever perpendiculairement au-dessus de l'horizon, comme Lucain le raconte en parlant du voyage de Caton en Libye : *Non obliqua meant*, etc. (*Phars. IX*, 533.)

114. La SPHERE OBLIQUE a lieu pour tous les pays de la terre qui ne sont situés ni sous l'équateur ni sous les poles, soit qu'on les prenne dans l'hémisphere boréal, du côté du pole arctique, c'est-à-dire dans les latitudes boréales, comme la nôtre, ou dans l'hémisphere austral qui a le pole antarctique élevé sur l'horizon (*fig.* 8 *et* 9).

Dans la sphere oblique on a l'équateur situé obliquement par rapport à l'horizon ; les paralleles à l'équateur sont coupés inégalement par l'horizon ; le jour n'est égal à la nuit que le 20 mars et le 22 de septembre, jours des équinoxes, le soleil décrivant alors l'équateur, qui est toujours coupé en deux parties égales par l'horizon, suivant la propriété des grands cercles de la sphere, qui passent tous par le centre, et y sont coupés de tout sens en deux parties égales (29).

115. Dans les pays septentrionaux, tels que l'Europe, on a les plus longs jours tant que le soleil est dans les six premiers signes, le bélier, le taureau, les gemeaux, l'écrevisse, le lion et la vierge (76), parcequ'alors sa déclinaison est septentrionale, et qu'il décrit les paralleles, comme AB (*fig.* 8), qui ont leur plus grande portion AD au-dessus de l'horizon. Dans les pays méridionaux, comme dans une partie de l'Afrique et de l'Amérique méridionale, les plus longs jours arrivent qnand le soleil est dans les six derniers signes, qui sont les signes méridionaux, parcequ'alors le soleil décrit les paralleles dont les plus grandes portions sont au-dessus de l'horizon. Car l'axe du monde PR passe par les centres K, C, N, de tous les paralleles : or la partie méridionale CR de l'axe est élevée au-dessus de l'horizon dans les pays méridionaux (*fig.* 9) ; donc les paralleles y ont leur centre au-dessus de l'horizon ; donc les *arcs diurnes* de ces paralleles sont plus grands que les arcs nocturnes ; donc les jours y sont plus longs que les nuits quand le soleil est dans les signes méridionaux.

116. Les arcs supérieurs ou les arcs diurnes des paralleles sont d'autant plus grands par rapport à leurs arcs nocturnes qu'ils approchent davantage du pole élevé ; ainsi le parallele dont le diametre est IG (*fig.* 3) a sa partie diurne GY beaucoup plus grande par rapport à sa partie nocturne IY, que le parallele KL, dont KN et NL sont les deux portions ;

parceque l'axe du monde RCP, s'éloignant de plus en plus de l'horizon OH, le centre X du parallele GI est plus élevé que le centre V du parallele KL ; ainsi le premier se dégage plus de l'horizon ; sa portion YI, coupée par l'horizon, devient plus petite, et lorsque le soleil y est parvenu il est moins de tems sous l'horizon.

117. L'arc diurne du tropique du cancer est donc le plus grand de tous les arcs diurnes du soleil pour les pays septentrionaux, puisque le tropique du cancer est de tous les paralleles celui qui est le plus avancé vers le nord ; c'est pourquoi le jour le plus long de l'année est celui où le soleil décrit le tropique du cancer, c'est-à-dire le jour du solstice d'été : par la même raison la nuit la plus longue est celle du solstice d'hiver, le 21 décembre dans nos régions boréales.

118. Dans la sphere oblique des pays septentrionaux, comme à Paris et dans tous les pays situés sous le tropique du cancer et le cercle polaire arctique, le soleil monte depuis le 21 décembre, jour du solstice d'hiver, jusqu'au 21 juin, jour du solstice d'été, parcequ'il se rapproche du nord tous les jours d'une petite quantité : les jours croissent et les nuits diminuent, parceque les arcs diurnes des paralleles deviennent plus considérables. On appelle *signes ascendans* ceux que le soleil parcourt alors, c'est-à-dire le *capricorne*, le *verseau*, les *poissons*, le *bélier*, le *taureau*, et les *gemeaux* : ce nom de signes ascendans est fort usité dans l'astronomie, parcequ'il y a beaucoup de circonstances où l'on est obligé de distinguer les signes ascendans des signes descendans.

119. Les jours également éloignés du même solstice sont égaux ; ainsi le 20 de mai et le 23 de juillet le soleil se couche également à 7^h 43' à Paris, parceque la déclinaison du soleil (91) étant d'environ 20° dans l'un comme dans l'autre, c'est-à-dire le soleil étant éloigné de 20° de l'équateur, il décrit le même parallele, se trouvant à la même distance de l'équateur, soit le 20 mai lorsqu'il s'en éloigne pour monter vers le tropique, soit le 23 juillet en se rapprochant de l'équateur après le solstice d'été.

120. Quand le soleil, au lieu d'avoir 20° de déclinaison boréale, comme dans le cas dont nous venons de parler, a 20° de déclinaison australe, ce qui arrive le 21 de novembre et le 20 de janvier, ou à-peu-près, la longueur du jour est de la quantité qu'étoit la longueur de la nuit dans le premier cas, et la durée de la nuit est égale à la durée qu'avoit le jour quand

le soleil décrivoit le parallele semblable au nord de l'équateur; parcequ'à 20° de part et d'autre de l'équateur les paralleles sont égaux et également coupés par l'horizon, mais dans un ordre renversé : si le parallele MDL (*fig* 3) est aussi éloigné de l'équateur ECQ vers le midi que le parallele KVNL en est éloigné vers le nord, c'est-à-dire si CW est égale à CV, alors la quantité DM sera égale à la quantité LN; car DW est égale à NV parceque les triangles CDW et CWN seront égaux; mais WM est égale à VL, puisque les paralleles sont à égales distances de l'équateur; donc les parties restantes DM et NL seront égales, c'est-à-dire que l'arc diurne de l'un des paralleles sera égal à l'arc nocturne de l'autre, et que la nuit du 20 mai sera égale au jour du 20 janvier. Il en est de même de tous les autres jours du printems et de l'automne, qu'on peut comparer à des jours correspondans de l'été et de l'hiver; et l'on trouvera la même égalité quand il y aura égale distance du soleil à l'équateur; la seule différence qu'on y trouve est celle qui provient des réfractions, et elle peut aller à quelques minutes, comme nous en avons averti (107).

121. Deux pays situés à des latitudes égales, l'un au nord de l'équateur, l'autre au midi, ont des saisons toujours opposées; le printems de l'un est l'automne pour l'autre; l'été du premier fait l'hiver du second, parceque les arcs diurnes du côté du nord sont égaux aux arcs nocturnes du côté du midi, si l'on prend les mêmes jours. En effet, comparons la figure 8 avec la figure 9; dans l'une le pole septentrionnal P est élevé au-dessus de l'horizon; dans l'autre c'est le pole méridional R : le parallele GL, dans les deux figures, est au midi de l'équateur; mais dans la figure 8 le midi est en bas, et dans la figure 9 il est en haut : dans la figure 8 l'arc diurne GM est plus petit que l'arc nocturne ML; au lieu que dans la figure 9 l'arc diurne GM est le plus grand; l'arc nocturne ML de la figure 8 est égal à l'arc diurne GM de la figure 9, c'est-à-dire que les pays qui sont, par exemple, à 30° de latitude boréale, ont la durée du jour égale à la durée de la nuit de ceux qui sont à 30° au midi, et que l'hiver a lieu pour les uns en même tems que l'été pour les autres,

122. Les pays situés sous le même parallele du même côté par rapport à l'équateur, ont la même durée du jour, la même saison, à quelque distance qu'ils soient les uns des autres, parcequ'ayant la même hauteur du pole et l'axe du monde étant placé de même sur l'horizon de chacun, tous les paralleles y

sont coupés de la même maniere; ainsi l'Espagne et le Japon, Naples et Pékin, qui sont à la même température, ont les mêmes saisons et la même durée du jour dans le même tems de l'année, quoiqu'à 2000 lieues l'un de l'autre. La seule différence qu'il peut y avoir vient des forêts, des montagnes et des rivieres qui favorisent ou contrarient l'effet de la chaleur du soleil (130).

123. La SPHERE PARALLELE est celle qui a lieu quand l'horizon est parallele à l'équateur, c'est-à-dire quand l'équateur même sert d'horizon. Il n'y a sur la terre que deux points où elle ait lieu, c'est-à-dire les deux poles; et comme ces deux points sont inhabités et inhabitables, nous dirons peu de chose sur cette partie.

124. Dans la sphere parallele (*fig.* 13), on a le pole céleste P au zénit; l'année y est composée d'un jour et d'une nuit, tous deux à-peu-près de six mois : tant que le soleil est, par exemple, dans les six signes septentrionaux, le pole boréal est éclairé sans interruption; tous les paralleles que le soleil décrit depuis l'équateur jusqu'au tropique du cancer TR, sont au-dessus de l'horizon et lui sont paralleles; ainsi chaque jour le soleil fait le tour du ciel sans changer de hauteur, du moins sensiblement. Dès que le soleil, après l'équinoxe d'automne, passe dans les signes méridionaux, il ne reparoît plus sur l'horizon; les paralleles qu'il décrit sont en entier dans l'hémisphere inférieur et invisible, et l'on est pour six mois dans l'obscurité.

Il en faut seulement excepter le crépuscule, qui commence environ cinquante-deux jours avant que le soleil arrive à l'équateur et paroisse sur l'horizon, et qui ne cesse que cinquante-trois jours après la disparition totale du disque solaire (1).

125. Chaque jour un habitant du pole verroit les ombres tourner autour de lui sans changer de longueur avec une marche uniformément circulaire. Il suffiroit, pour y faire un cadran horizontal, de diviser un cercle en 24 parties égales; mais le midi est une chose indéterminée sous la sphere parallele; il n'y a aucun point du ciel d'où l'on soit obligé de compter les heures par préférence; le méridien (19) y seroit une chose de convention: on pourroit dire pendant vingt-quatre heures qu'il est midi, ou qu'il est minuit.

Sous le pole on ne peut pas dire à quel point l'aiguille ai-

(1) Il y auroit aussi une petite différence entre les habitans du pole boréal et ceux du pole austral (132).

mantée se dirigeroit ni quel nom on donneroit aux vents, dont les noms sont pour nous relatifs aux points célestes, nord, sud, est, et ouest.

126. Dans la sphere parallele les étoiles ne se couchent jamais, elles sont toujours à la même hauteur au-dessus de l'horizon, la moitié du ciel est toujours visible, et les étoiles situées dans l'autre hémisphere ne paroissent jamais; les premieres tournent sans cesse au-dessus, les secondes au-dessous de l'horizon.

Des Saisons.

127. *Plus la sphere est oblique, plus la chaleur diminue, et plus les saisons deviennent inégales.* Les rayons du soleil qui produisent la chaleur et animent toute la nature n'ont jamais plus de force que lors qu'ils arrivent perpendiculairement à nous; ils ont moins d'air à traverser, et ils se répandent avec plus de force dans les interstices de la terre et de tous les corps qui nous environnent pour y fomenter la chaleur. Plus on est avancé vers un des poles, et plus les rayons du soleil viennent obliquement: lorsqu'on est à 45° de latitude, et que le soleil est dans l'équateur, il ne s'éleve que de 45°, à midi même. En général la hauteur du soleil, le jour de l'équinoxe, est toujours le complément de la latitude, et fait avec elle 90° (35): ainsi plus vous augmentez la latitude d'un pays et l'obliquité de la sphere, plus vous diminuez la hauteur du soleil dans l'équinoxe; plus vous éloignez ses rayons de la perpendiculaire ou de la ligne de votre zénit, plus vous diminuez la chaleur. Il est vrai que le soleil en été s'éleve plus haut que l'équateur; mais en hiver il s'abaisse de la même quantité: ainsi l'inégalité n'en devient que plus grande pour les saisons, et la chaleur diminue toujours quand la hauteur de l'équateur devient plus petite.

C'est pour cela qu'au Sénégal, sur la côte d'Afrique, on a vu le thermometre monter à plus de 38° au-dessus de la congélation; mais à Paris il ne monte communément qu'à 28 ou 29°, dans les plus grandes chaleurs: dans la Sibérie il ne monte pas si haut en été, et descend en certains endroits jusqu'à 70° au-dessous de la glace; tandis que le plus grand froid de 1709 à Paris n'a pas été à plus de 15° $\frac{1}{2}$ au-dessous du terme de la congélation, et à 14° en 1776 (*Mém. de l'acad.* 1749, 1776 et 1777).

128. La construction du thermometre est une chose sur la

quelle on a tant varié, que je crois utile de fixer ici sa graduation. Je suivrai de Luc, qui nous a donné le meilleur ouvrage sur les barometres et les thermometres (1). J'emploie comme lui un thermometre de mercure, qui marque 80°, dans de l'eau qui bout depuis quelque tems et lorsque le barometre est à 27 pouces (2); il marque 29 $\frac{1}{10}$ à la chaleur du corps humain, comme sous les aisselles, lorsqu'il y a resté une heure, 9 $\frac{6}{10}$ dans la température constante des caves profondes de l'observatoire; zéro dans la glace qui fond, ou dans la glace mêlée avec l'eau; et 17 au-dessous de la congélation dans un mélange de deux parties de glace qui fond, et d'une partie de sel marin. C'est à-peu-près le thermometre de Réaumur.

129. Si l'on divise l'intervalle fondamental qu'il y a de la glace à l'eau bouillante en 180 parties au lieu de le diviser en 80, qu'on marque 212 au point de l'eau bouillante, et 32 à celui de la glace qui fond, on aura la division que Fahrenheit a donnée en 1724: elle est la plus suivie en Angleterre et dans le nord; mais en l'employant on s'est souvent éloigné des principes de l'auteur, tout comme en France de ceux de Réaumur. Je ne parle ici que des thermometres de mercure; l'esprit-de-vin a une marche trop inégale. En supposant des thermometres de mercure et d'esprit-de-vin qui soient d'accord à la glace et à 80°, ou à l'eau bouillante, l'esprit-de-vin (rectifié et capable de brûler la poudre) n'est qu'à 25° $\frac{1}{2}$ quand le thermometre de mercure en marque 30.

130. Parmi les causes de la chaleur ou du froid il faut compter principalement la qualité du sol et la hauteur du niveau où l'on habite. Sur les côtes d'Afrique on a plus chaud que par-tout ailleurs, parceque les sables s'échauffent plus facilement que les forêts, les eaux et les montagnes, et parcequ'on y est presque au niveau de la mer. Le Canada est plus froid que la France, quoiqu'à pareille latitude, parceque le pays est plus couvert de bois, moins cultivé, moins peuplé, moins desséché. Quito, quoique placée dans le milieu de la zone torride, y jouit d'un printems perpétuel, parceque cette ville est élevée au-dessus du niveau de la mer de plus de 1400 toises : là on est délivré de la chaleur que produit une forte réflexion des rayons sur tous les objets environnans; chaleur qui est toujours plus vive que celle des rayons directs. C'est aussi pour cela qu'il fait plus chaud à

(1) Recherches sur les modifications de l'atmosphere. A Geneve, 1772. 2 vol. in-4°.

(2) Quand le barometre s'éleve d'un pouce, la chaleur de l'eau bouillante augmente de plus d'un degré.

la fin de juillet que dans le tems du solstice, parceque la chaleur a eu plus de tems pour se communiquer à tous les corps. C'est entre le 25 décembre et le 5 février qu'arrive le plus grand froid à Paris ; c'est entre le 13 juillet et le 7 août qu'est la plus grande chaleur. Voyez la table de Cotte dans le *Journal de Physique*, juin 1775.

131. L'éloignement du soleil n'influe pas beaucoup sur le froid : le soleil est plus près de la terre le 1 de janvier que le 1 de juillet ; la différence est de plus d'un million de lieues, et cela n'empêche pas que nous n'ayons notre plus fort hiver dans le tems même où le soleil est plus près de nous. Mais la principale cause de la chaleur du soleil, c'est la durée du tems qu'il reste sur l'horizon en été, et la direction de ses rayons, qui approche plus d'être perpendiculaire à notre horizon vers le milieu du jour, et par-là, traversant une moindre quantité d'air, éprouve moins de dispersion.

132. Le soleil est aussi plus long-tems dans notre hémisphere septentrional, à cause de son excentricité (300) ou de l'alongement de son orbite : la différence est de $7\frac{1}{4}$ jours ; aussi trouve-t-on des glaces impénétrables à 71° du côté du pole sud, tandis qu'on ne les trouve qu'à 81° du côté du nord.

Des Zones terrestres.

133. Ce que nous avons dit des latitudes terrestres et des positions de la sphere (41, 106) conduit à la division que les géographes ont faite de la surface de la terre en cinq ZONES (1), ou bandes circulaires comprises entre l'équateur, les tropiques, les cercles polaires et les poles ; ce sont la zone torride, les deux zones tempérées, et les deux zones glaciales.

La zone torride KMLLK (*fig.* 3) est celle qui s'étend à $23°\frac{1}{2}$ de part et d'autre de l'équateur ; elle comprend tous les pays situés entre les deux tropiques, et dans lesquels on peut avoir le soleil au zénit.

134. Les zones tempérées ABLK et MLTS s'étendent à 43° de chaque tropique ; l'une au nord du tropique du cancer, l'autre au midi du tropique du capricorne : elles comprennent les pays qui n'ont jamais le soleil à leur zénit, et qui ne le perdent jamais de vue en hiver. Les pays situés à $66°\frac{1}{2}$ de latitude boréale n'ont l'équateur élevé que de $23°\frac{1}{2}$ (34) ; ainsi, quand le soleil au solstice d'hiver est à $23°\frac{1}{2}$ au-dessous de l'équateur, il

(1) *Zώνη, ceinture.*

cesse de s'élever au-dessus de l'horizon, et il ne fait que paroître dans l'horizon même au moment de midi ; c'est la fin de la zone tempérée, ou le commencement de la zone glaciale.

135. Au-delà de 66° $\frac{1}{2}$ de latitude, il arrive un tems où l'on ne voit point du tout le soleil aux environs du solstice d'hiver ; mais on le voit pendant les 24 heures entieres au solstice d'été. Homere paroît indiquer ce jour continu à l'occasion des Lestrigons (*Odyss. K*, *v.* 82), et nous en parlerons en expliquant les usages du globe artificiel (211). C'est là que commence la *zone glaciale* ou zone froide, qui s'étend jusqu'au pole. La zone glaciale arctique est habitée, car la Laponie et la Sibérie en font partie ; le reste n'est qu'une vaste mer ou peut-être une calotte de glace qui s'étend jusqu'au pole. La zone glaciale du midi est absolument inconnue passé le 71ᵉ degré, où le capitaine Cook a été.

136. La surface et l'étendue de terre ou de mer que comprend chaque zone glaciale est 6 fois moindre que celle de chaque zone tempérée, et la zone torride n'est que les trois quarts de la somme des deux zones tempérées ; car la surface totale de la terre étant supposée partagée en 23 parties, celles des zones glaciales, tempérées et torride sont de 1, 6 et 9 respectivement ; les cinq ensemble font les 23 parties du total ; mais chacune de ces unités vaut 1122524 lieues carrées.

137. Le *cercle polaire* (102) est un petit cercle de la sphere terrestre AB (*fig.* 3), parallele à l'équateur, passant à 66° $\frac{1}{2}$ de latitude boréale, dont la circonférence comprend tout l'espace APB de la zone glaciale : il y a deux cercles polaires AB, ST, ainsi que deux zones glaciales ; l'une vers le pole arctique, l'autre vers le pole antarctique de la terre, (102).

138. On trouve dans Virgile et dans Ovide (*Métam. I*, 45) la description des cinq zones dont nous venons de parler.

Quinque tenent cœlum zonæ, quarum una corusco
Semper sole rubens, et torrida semper ab igne ;
Quam circum extremæ dextrâ lævâque trahuntur,
Cæruleâ glacie concretæ, atque imbribus atris.
Has inter mediamque, duæ mortalibus ægris
Munere concessæ divûm, et via secta per ambas,
Obliquus qua se signorum verteret ordo. *Georg. I*, 233.

139. Lucain observe avec raison que dans la zone tempérée boréale on a toujours à midi l'ombre du côté du nord, ou à droite en regardant le couchant ; au lieu que dans la zone torride

on a dans certains tems les ombres vers le midi, c'est-à-dire à gauche en regardant le couchant.

> Ignotum vobis, Arabes, venistis in orbem,
> Umbras mirati nemorum non ire sinistras. *Phars. III*, 247.

Il nous apprend aussi qu'à *Syene*, ville d'Égypte, située sous le tropique, l'ombre du soleil disparoissoit à midi le jour du solstice, et ne s'étendoit ni à droite ni à gauche.

> Umbras nusquam flectente Syene. *I*, 587.

Des Antipodes.

140. DEUX PAYS de la terre éloignés diamétralement l'un de l'autre, c'est-à-dire placés aux deux extrémités d'une ligne droite qui passeroit par le centre de la terre, sont ANTIPODES l'un de l'autre : ainsi la ville de Lima au Pérou est à-peu-près antipode de celle de Siam dans les Indes, comme cela se voit par les latitudes et longitudes qu'on y a observées : de même Buenos-ayres en Amérique est antipode de Pékin, capitale de la Chine. L'Espagne a ses antipodes dans la nouvelle Zélande. Paris et tout le reste de l'Europe ont leurs antipodes dans la mer du sud, aux environs de la nouvelle Zélande, où les Anglois et les François ont séjourné dans leurs voyages autour du monde.

141. Depuis plus de 2000 ans qu'on connoît la rondeur de la terre, les savans n'ont point douté qu'il n'y eût des peuples antipodes les uns des autres ; ce n'a été que dans les tems d'une stupide ignorance, où toutes les lumières des mathématiques étoient éteintes sur la terre, qu'on a pu douter de leur existence. Képler dit qu'un évêque, nommé Virgile, fut déposé pour avoir parlé trop affirmativement des antipodes : mais Riccioli soutient que cela n'est pas exact. (*Baronius*, *année* 744. *Riccioli*, *Almagestum II*, 490.)

Les points des antipodes ont le même plan pour horizon ; de l'un on voit la face supérieure du plan, et de l'autre sa face inférieure ; un astre se leve pour l'un quand il se couche pour l'autre ; le jour le plus long de l'année pour le premier est le plus court pour le second ; l'un a l'hiver quand l'autre a l'été ; le printems concourt de même avec l'automne, le midi avec le minuit, le matin avec le soir, le jour avec la nuit ; le pole qui est élevé pour l'un est abaissé pour l'autre ; les étoiles que l'un voit toujours ne paroissent jamais pour l'autre ; celles qui s'élevent très peu d'un côté s'abaissent aussi très peu de l'autre.

Si tous les deux se tournent vers l'équateur, l'un voit les astres se lever à sa droite, l'autre les voit se lever à sa gauche.

142. Les commençans ont d'abord de la peine à se figurer comment les hommes peuvent habiter des pays antipodes, en sorte que leurs pieds se regardent : il leur semble que les uns ou les autres doivent avoir la tête en bas, c'est-à-dire être placés dans une situation renversée et contre l'état naturel. Mais, pour rectifier ses idées là-dessus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous sommes debout sur la surface du globe, nos pieds tournés vers la terre et la tête élevée vers le ciel; pourquoi nous retombons sans cesse à cette premiere situation dès qu'un effort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps descendent vers la terre, soit qu'on l'appelle *pesanteur*, *gravité* ou *attraction*, quoique sa cause nous soit inconnue, se manifeste dans tous les points de notre globe; par-tout les corps graves tendent vers le centre de la terre par un effort constant et inaltérable; par-tout on dit que ce qui tombe vers la terre descend et qu'on monte en s'en éloignant. Ainsi le corps A (*fig.* 14), attiré vers le centre C du globe terrestre, suivant la ligne ABC; ou le corps E, attiré dans un sens contraire, suivant la ligne EDC, tombent et descendent tous deux vers la terre, parceque leur situation naturelle est de s'approcher du centre C. Un habitant placé en B verra tomber la pluie vers lui de A en B, et celui qui est à ses antipodes en D verra venir la pluie sur la terre de E en D : ce sont à la vérité des directions différentes dans la réalité, mais elles sont également naturelles pour nous, parceque le centre C de la terre est le terme commun, le point de réunion et de tendance de la pluie et de tous les autres corps pesans.

143. J'ai oui des personnes demander pourquoi, si le corps A descend de A en B, l'autre ne descend pas pareillement de D en E et en F; elles ne s'étoient pas encore accoutumées à observer que le corps A ne descend vers B que parcequ'il est forcé de se rapprocher de la terre, au lieu que le corps E n'a plus rien du côté de F qui puisse le déterminer à se mouvoir, aucune force, aucune loi, aucun objet, aucune cause de mouvement; il n'a de rapport qu'avec la terre, c'est là qu'est sa propension naturelle, c'est la cause et le terme de son mouvement; et en allant de E vers D il obéit à la même cause, il se meut de la même maniere, il suit la même loi que le corps A en descendant vers B : ainsi l'on peut dire que deux corps tombent et descendent l'un et l'autre quoiqu'ils aillent en

deux sens opposés : c'est *tomber* que de s'approcher de la terre. Nous traiterons fort au long de cette loi générale de la pesanteur dans le livre XII, art. 980 et suiv.

144. Il s'en trouve aussi qui demandent comment les étoiles sont suspendues, d'où vient que le soleil ne tombe pas sur nous aussi bien que les corps terrestres que nous voyons, et qui est ce qui tient la terre à sa place. Pour prévenir cette difficulté, il importe de s'accoutumer de bonne heure à cette idée très physique et très simple, que les corps ne changent point de place sans une cause qui les y force : les étoiles ne sont point suspendues, et n'ont pas besoin de l'être, parceque rien ne les déplace ; il suffit qu'elles soient en tels lieux pour y rester toujours ; il ne faut du soutien qu'aux choses qui ont une disposition à tomber vers un endroit, et les étoiles n'ont aucune tendance vers la terre, elles en sont trop éloignées.

Tracer une Ligne méridienne.

145. La définition du méridien et des paralleles (19, 27) fait voir que le méridien coupe en deux parties égales et semblables tous les arcs diurnes des paralleles à l'équateur. D'ailleurs le méridien étant perpendiculaire à l'horizon, à l'équateur et à tous ses paralleles, il se forme entre le méridien, l'horizon et un parallele deux triangles, l'un à l'orient et l'autre à l'occident ; ils sont parfaitement égaux, ayant deux angles et le côté compris qui sont les mêmes ; ainsi la partie orientale du parallele est exactement égale à la partie occidentale. Le soleil en paroissant sur l'horizon s'éleve par degrés ; il décrit sensiblement un parallele à l'équateur ; il parvient à midi au plus haut du ciel, et redescend vers le couchant avec la même vitesse, par les mêmes degrés, et dans le même tems qu'il a employé à s'élever jusqu'au méridien (1) : ainsi le méridien partage la durée de l'apparition du soleil en deux parties égales, et marque en même tems la plus grande hauteur du soleil.

146. De là il suit qu'on a deux manieres de reconnoître la direction du méridien et de savoir le moment où le soleil y arrive, c'est-à-dire l'heure de midi : la premiere consiste à examiner le moment où le soleil est plus élevé et cesse de

(1) On fait abstraction ici d'un petit changement de déclinaison qui arrive dans l'intervalle d'une demi-journée. Pour une étoile cela seroit rigoureusement exact.

monter, et où les ombres des corps qu'il éclaire sont les plus courtes ; alors l'ombre d'un piquet ou d'un style placé verticalement, ou celle d'un fil à-plomb, indiquera la direction du méridien, et formera ce qu'on appelle la LIGNE MÉRIDIENNE, qui est la section des plans de l'horizon et du méridien.

147. Cette méthode seroit bonne dans la pratique si l'on pouvoit reconnoître avec quelque précision le moment de la plus grande hauteur; mais aux environs de midi, et lorsque la hauteur du soleil approche de son *maximum* ou de sa plus grande quantité, le progrès est si lent, qu'on ne peut distinguer la minute de sa plus grande hauteur : il faut donc recourir à un autre moyen pour tracer une méridienne ; il consiste à remarquer l'ombre du soleil levant et l'ombre du soleil couchant; ces deux ombres sont aussi éloignées du méridien l'une que l'autre; ainsi le milieu de ces deux ombres doit donner celle du midi. Soit le cercle SMCBDA (*fig.* 15), qui représente la circonférence de l'horizon, S le soleil levant, C le soleil couchant, P le pied d'un style ou d'un piquet dressé perpendiculairement à l'horizon, au-dessus du point P, PB l'ombre du style quand le soleil se leve, PA l'ombre du même style au soleil couchant; si l'on partage l'angle SPC ou l'arc SC en deux parties égales au point M, la ligne MPD sera la ligne méridienne, puisque le soleil, se levant en S et se couchant en C, est nécessairement à des distances égales du méridien qui passe en M.

Cette méthode exigeroit un horizon extrêmement découvert; aussi je ne l'indique ici que pour faire sentir l'objet qu'on se propose, et le principe sur lequel est fondée la méthode réelle et usitée de tracer une méridienne.

148. Cette méthode, qu'on est obligé d'employer, substitue aux deux points de l'horizon dont nous venons de parler deux autres points qui soient aussi élevés l'un que l'autre, l'un avant midi et l'autre après. Si, au lieu de marquer l'ombre du soleil lorsqu'il étoit à l'horizon même, en S et en C, on la marque une demi-heure après son lever, et ensuite une demi-heure avant son coucher, on aura deux ombres PF, PG, plus voisines du méridien et plus courtes, mais toujours à distances égales du méridien : il suffira donc aussi de prendre le milieu H des deux ombres pour avoir la méridienne PHD.

149. Afin d'avoir ces deux ombres égales, on peut décrire du centre P un arc tel que FG, observer le point où l'ombre

du matin sera en F, et celle du soir en G sur le même arc; on sera sûr qu'alors la hauteur du soleil a été la même dans les deux instans, et par conséquent ses distances au méridien parfaitement égales; ces deux ombres égales devant être à même distance du méridien, on partagera l'intervalle ou l'arc FG en deux parties égales, et l'on trouvera un point H où doit passer la méridienne PHD, tirée par le pied du style P.

Pour plus de précision l'on peut décrire plusieurs cercles concentriques, dont chacun en particulier donnera un des points de la méridienne; et tous ces points pris ensemble détermineront encore plus exactement la ligne entiere que l'on cherche. (1)

150. Enfin on peut, au lieu du style, que je suppose placé en P, se servir d'un instrument portatif et commode; c'est une plaque P (*fig.* 16) d'environ trois pouces, percée d'un petit trou d'épingle, qui laisse passer un rayon solaire; elle est élevée sur un pied AB de 7 à 8 pouces, et le rayon tombe sur la plaque BD qui sert de pied ou sur une table placée de niveau. Du point C, qui répond perpendiculairement au-dessous du trou, et qui est désigné par un à-plomb TC, on décrit plusieurs cercles concentriques; on marque sur chaque cercle le point lumineux du matin K, et celui du soir L. Le milieu H de l'intervalle donne la méridienne CH.

151. Si la plaque P est recouverte d'un grand carton, le point lumineux sera plus sensible et plus vif, ce qui fait un des avantages de ce petit instrument; il procure aussi le moyen de pouvoir placer de niveau la table même par le moyen de l'instrument, en suspendant en T un fil à-plomb où il y ait une pointe; elle devra répondre exactement au point C, si l'instrument est bien fait et que la table soit exactement horizontale, et l'instrument servira de vérification. On peut aussi, lorsqu'on manque de fil à-plomb et de niveau, verser un peu d'eau sur le plan; on appercevra aussitôt de quel côté il incline, et cela suffira pour le redresser avec des calles ou petits morceaux de bois, jusqu'à ce qu'on voie que l'eau reste à l'endroit où on la verse et ne coule ni d'un côté ni de l'autre.

On verra dans la suite (313) que le même principe dont nous venons de parler produit encore la méthode des *hau-*

(1) Cette méthode est sujette à quelques secondes d'erreur, hors le tems des solstices, parceque le soleil ne reste pas exactement sur le même parallele pendant toute la journée. Nous aurons égard à cette petite inégalité dans le livre suivant (317); cela est inutile dans l'usage ordinaire.

teurs correspondantes, employée par les astronomes pour avoir le moment du midi avec la plus scrupuleuse exactitude, au moyen d'un quart-de-cercle et d'une horloge à secondes.

152. La ligne méridienne est le premier fondement d'un observatoire : la plupart des observations supposent une excellente méridienne ; car c'est sur les hauteurs prises dans le méridien et sur les passages au méridien que sont fondées toutes les théories astronomiques ; aussi dit-on que les astronomes sont tournés sans cesse vers le midi comme les géographes vers le nord, les prêtres vers l'orient, et les poëtes vers le couchant.

Ad boream terræ, sed cœli mensor ad austrum ;
Præco Dei exortum videt, occasumque poeta.

153. On peut tracer une méridienne par le moyen de l'étoile polaire aussi bien que par la méthode précédente. L'étoile polaire n'étant éloignée du pole que d'environ 2°, elle désigne toujours à-peu-près le côté du nord, en quelque tems qu'on l'observe ; mais si l'on choisit à-peu-près le tems où elle est dans le méridien, quand on s'y tromperoit même de plusieurs minutes, on aura, par le moyen de cette étoile, la direction du méridien assez exactement ; il suffira d'élever deux fils à-plomb le long desquels on puisse bornoyer, c'est-à-dire viser ou s'aligner à l'étoile. Si l'on fait cette observation quand l'étoile est le plus éloignée à droite et à gauche, le milieu des deux écarts donne encore le méridien.

154. Il est plus simple de choisir le tems où l'étoile polaire est à-peu-près dans le méridien ; pour cela on peut calculer l'heure et la minute du passage par la méthode qui sera expliquée ci-après (360). Mais il y a une maniere commode pour trouver sans aucun calcul l'heure où l'étoile polaire passe au méridien ; il suffit d'observer le tems où elle est dans le vertical de l'étoile ε de la grande ourse (*fig.* 1). C'est la premiere des trois étoiles de la queue, ou celle qui est la plus voisine du carré. On a reconnu que cette étoile est opposée à l'étoile polaire, de façon qu'elles passent au méridien ensemble, l'une au-dessus du pole, l'autre au-dessous ; ainsi quand elles sont l'une sous l'autre, ou qu'elles sont ensemble dans un même vertical, dans un même à-plomb, on est sûr qu'elles sont toutes les deux au méridien : si dans ce moment on aligne deux fils ou deux regles verticales vers ces deux étoiles, les deux objets ainsi alignés seront dans le méridien, et marqueront sur le pavé la direction de la méridienne.

155. On peut employer, au lieu de deux fils à-plomb, trois meches foiblement allumées, dont deux seront placées d'avance dans un même vertical au moyen d'un fil à-plomb ; la troisieme ou la plus proche de l'œil sera mobile, et elle pourra s'aligner avec les autres vers l'étoile polaire. On peut se servir aussi d'une planche placée verticalement le long de laquelle on puisse voir les deux étoiles à la-fois dans un même à-plomb, tandis qu'une autre planche ou un fil vertical plus près de l'œil servira à s'aligner et à mettre l'œil dans le vertical des deux étoiles : un mur qui seroit bien d'à-plomb serviroit au même usage, mais il s'en trouve rarement.

156. Cette opération peut se faire, sur-tout dans le crépuscule, au mois de mai, et au mois de juin, de maniere à ne pas se tromper de quatre minutes sur le tems où ces deux étoiles passent dans le même vertical; et quatre minutes d'erreur ne feroient pas un quart de minute sur le moment du midi, qu'on observeroit ensuite par le moyen de cette méridienne.

157. Ces deux étoiles passoient exactement ensemble dans le mois de juillet 1751 ; mais l'étoile ε de la grande ourse devance l'autre de 1′ 13″ ½ tous les dix ans. Si donc on aspire dans cette opération à une certaine exactitude, il faudra d'abord s'assurer, par le moyen des deux fils à-plomb, du moment où les deux étoiles ont passé dans le même vertical; attendre ensuite cinq minutes (en 1794), et diriger alors les deux fils à l'étoile polaire seule, sans égard à l'étoile ε qui aura déja passé au-delà du méridien et du vertical commun.

Du Globe céleste artificiel, et de ses usages.

158. Le globe céleste est destiné à représenter les constellations et le mouvement diurne, l'écliptique, l'équateur, les cercles de latitude, les cercles de déclinaison, le méridien, l'horizon et les colures.

Celui que nous avons représenté (*fig.* 12) est entouré, comme la sphere, d'un horizon HO et d'un méridien PZR ; il tourne sur un axe PR. On y peut marquer les étoiles suivant leurs ascensions droites et leurs déclinaisons observées (90, 91) : si on ne les connoissoit pas d'avance, il suffiroit d'examiner pendant la nuit les étoiles qui passent au méridien 6 heures, 7h, 8h après le soleil, et qui ont la même hauteur que l'équateur : ensuite celles qui passent un degré, 2°, etc. plus ou moins haut que l'équateur, et les placer sur le globe dans la même situation.

159. On peut marquer sur le globe l'ASCENSION OBLIQUE d'un astre ; c'est là distance du point équinoxial au point de l'équateur qui se leve en même tems que l'astre : soit HEZPO (*fig.* 20) le méridien, P le pole du monde, HO l'horizon ; EC l'équateur, S un astre qui se leve à l'horizon : le point B de l'équateur marque l'ascension droite de l'astre S ; mais le point de l'équateur qui marque l'ascension oblique de l'étoile est en C parceque le point C est celui qui se leve en même tems que l'étoile ; BC est la différence entre l'ascension droite et l'ascension oblique : les anciens astronomes l'appeloient DIFFÉRENCE ASCENSIONNELLE, mais actuellement on n'en fait presque plus d'usage.

Les problêmes que l'on peut résoudre par le moyen d'un globe ou d'une sphere, ne sont pas de simples exercices d'amusement, quoique les résultats ne soient pas d'une précision rigoureuse ; mais en étudiant pour la premiere fois les principes de l'astronomie, il est très utile de s'exercer sur le globe ou sur la sphere armillaire pour en bien comprendre les mouvemens et pouvoir les rapporter sans peine aux objets célestes. Je dis qu'on peut se servir du globe ou de la sphere ; car il n'y a d'autre différence, si ce n'est que la sphere est évidée et percée à jour, tandis que le globe est plein et solide, pour qu'on puisse marquer à sa surface ou les étoiles ou les pays de la terre suivant leurs longitudes et latitudes (44, 48) : voilà pourquoi je préfere le globe.

160. *Connoissant la latitude d'un pays de la terre et le lieu du soleil à chaque jour, trouver l'heure du lever et du coucher du soleil.*

Supposons que Paris est le lieu donné, dont la latitude est de 49^d, et que l'on veuille savoir pour le 20 avril l'heure du lever et du coucher du soleil. 1°. Il faut tourner le méridien, sans le sortir de ses entailles et de son support, de maniere que le pole soit élevé de 49^d au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire qu'il y ait 49^d depuis le pole jusqu'à l'horizon, ou que le 49e degré soit dans l'horizon. 2°. Il faut chercher quel est le degré de l'écliptique répondant au jour donné (79). Dans le cas proposé, l'on trouve que c'est le premier degré du taureau qui répond au 20 avril. 3°. L'on place dans le méridien le degré trouvé, c'est-à-dire le degré de l'écliptique où est le soleil ; on met sur le midi l'aiguille de la rosette P (*fig.* 12), qui étant placée sur l'axe, à frottement dur, peut être mise ou

l'on veut, et y rester malgré le mouvement du globe, ainsi que dans la sphere (*fig.* 11). La raison de cette opération est que l'on doit toujours compter midi à Paris lorsque le degré de l'écliptique où se trouve le soleil, c'est-à-dire le soleil lui-même, est dans le méridien. 4°. On tourne la sphere du côté de l'orient jusqu'à ce que ce degré soit dans l'horizon: si c'est le premier degré du taureau, l'on voit l'aiguille de la rosette sur cinq heures; c'est le lever du soleil. Si l'on tourne de même la sphere vers le couchant, jusqu'à ce que le même degré où est supposé le soleil, arrive dans l'horizon, on verra que l'aiguille de la rosette qui tourne avec son axe est arrivée sur 7 heures, ce qui fera connoître le coucher du soleil. Cette opération fait voir aussi que la durée du jour est de 14 heures; car l'aiguille parcourt un espace de 14 heures tandis que le point de l'écliptique sur lequel nous avons opéré va de la partie orientale à la partie occidentale de l'horizon. Nous expliquerons la maniere de calculer rigoureusement le lever et le coucher des astres (365).

161. La raison de cette pratique tient à ce que nous avons dit sur la division du jour en 24 heures; puisque le mouvement diurne se fait uniformément chaque jour autour de l'axe et des poles du monde, il est évident que l'aiguille de la rosette qui suit le même mouvement, parcourt à chaque révolution les 24^h du cadran, et qu'elle marque 6^h quand la sphere a fait le quart de son tour, et ainsi des autres heures à proportion; par conséquent la sphere étant placée dans la position qui convient au lieu et au jour donné, et ayant le même mouvement que le ciel, la rosette suit le mouvement du globe; elle marque donc les heures du lever et du coucher du soleil.

162. Par une opération inverse l'on trouvera quelle est la latitude d'un pays, si l'on sait à quelle heure le soleil s'y couche à un certain jour de l'année. On marquera le lieu du soleil sur l'écliptique, et l'on placera l'aiguille de la rosette sur midi, ce point étant dans le méridien; on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille soit arrivée à l'heure où l'on sait que le soleil se couche; alors on élevera le pole du globe, sans le laisser tourner, jusqu'à ce que le point de l'écliptique où est le soleil arrive dans l'horizon; et l'on aura la hauteur du pole ou la latitude du lieu.

163. La déclinaison du soleil ou d'un autre astre se trouvera de même par le moyen du globe en conduisant sous le méridien l'astre dont il s'agit, par exemple, le degré de l'écliptique

où le soleil est ce jour-là. Le nombre de degrés compris entre cet astre et l'équateur, compté sur la circonférence du méridien, marquera la déclinaison; elle sera boréale si l'astre est au-dessus de l'équateur dans nos régions septentrionales; elle sera australe si l'astre est moins élevé que l'équateur.

164. *Trouver quels sont les deux jours de l'année où le soleil se leve à une heure marquée.*

Supposons qu'on demande les jours où le soleil se leve à 5^h à Paris: on placera le pole à la hauteur de 49°, qui est celle de Paris; on conduira sous le méridien un des cercles qui passent par les poles, par exemple, un des colures, puisqu'ils peuvent servir à marquer la déclinaison, et l'on mettra l'aiguille polaire ou horaire sur midi. On tournera le globe vers l'orient jusqu'à ce que l'aiguille soit sur 5^h, et l'on marquera le point où le même colure coupe l'horizon: il est certain que si le soleil étoit dans ce point-là, ou à une semblable déclinaison, il se leveroit à 5^h. Il faut savoir quels sont les jours de l'année où il a cette même déclinaison: on conduira sous le méridien le même point du colure qui se trouvoit dans l'horizon, et l'on verra sur le méridien par le nombre des degrés compris entre l'équateur et le point marqué que cette déclinaison est de 12° boréale; on remarquera ce point du méridien, et faisant tourner le globe, on verra 2 points de l'écliptique passer sous le même point du méridien, c'est-à-dire à 12° de déclinaison; ce seront les points cherchés, qui se trouveront être le second degré du taureau et le 28° du lion; les jours correspondans à ces deux points (art. 79) sont le 21 avril et le 21 août.

165. *Trouver quels sont les points de l'horizon où le soleil se leve à chaque jour.*

Ayant marqué sur l'écliptique la longitude du soleil pour le jour donné, et le pole étant élevé à la hauteur du lieu dont il s'agit, on conduira le point de l'écliptique à l'horizon, et l'on examinera combien ce point de l'horizon, auquel répond le soleil, s'éloigne du point de l'orient ou de l'occident: on trouveroit à Paris pour le 21 de juin, que les points où le soleil se leve et se couche sont à 37° ½ des points cardinaux de l'est et de l'ouest, et cela du côté du nord; ceux où le soleil se leve et

se couche le 21 décembre sont à 37° ¼ des mêmes points cardinaux de l'est et de l'ouest, mais du côté du midi. Ainsi depuis le *couchant d'été* jusqu'au *couchant d'hiver*, il y a 74° ½ de distance : cette quantité est encore plus grande quand l'on avance vers le nord ; mais elle diminue au contraire pour les pays méridionaux, en sorte que sous l'équateur on ne trouve plus que 47° de différence entre les points où le soleil se lève dans les deux solstices.

La réfraction produit à Paris trois quarts de degré de différence, en sorte que l'amplitude y est réellement de 38° en été et de 36 ½ en hiver.

166. L'AMPLITUDE *ortive* n'est autre chose que l'arc de l'horizon compris entre le point où le soleil se leve et le vrai point d'orient ; *l'amplitude occase* est la distance du point d'occident à celui où se couche le soleil : on trouvera ci-après la maniere de la calculer (369).

On se sert de l'amplitude en mer pour trouver la déclinaison de l'aiguille aimantée ou la variation ; car si le soleil se couche à 48° de la boussole, tandis que l'amplitude est de 38°, c'est une preuve que l'aiguille est en erreur de 10°.

167. *Trouver l'ascension droite du soleil sur le globe pour un jour donné.*

Il faut d'abord savoir quel est le lieu du soleil dans l'écliptique pour ce jour-là (79), et conduisant dans le méridien ce point de l'écliptique, on voit le point de l'équateur qui est en même tems dans le méridien ; le chiffre marqué vers ce point de l'équateur indique son ascension droite ou la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur d'occident en orient. Ainsi le 20 avril le soleil étant au commencement du taureau, c'est-à-dire sa longitude étant de 30°, l'on verra que l'ascension droite est d'environ 28°.

168. *Trouver à une heure quelconque l'ascension droite du milieu du ciel.*

On cherchera pour le jour donné quel est le lieu du soleil dans l'écliptique (79) ; l'on amenera ce point de l'écliptique sous le méridien, et l'on placera l'aiguille sur midi ; ensuite on fera tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur l'heure donnée ; et dans cette position le point de l'écliptique

situé sous le méridien sera le *point culminant* de l'écliptique ; celui de l'équateur qui sera également dans le méridien marquera *l'ascension droite du milieu du ciel*, et celle de toutes les étoiles qu'on verra sur le globe le long du méridien au même instant.

169. Cette méthode peut servir à reconnoître les étoiles dans le ciel, lorsqu'ayant tracé une méridienne (151) l'on se tournera vers le midi, et qu'on aura reconnu sur le globe quelles sont les constellations situées dans le méridien, et à quelles hauteurs elles sont au-dessus de l'horizon.

170. *Trouver le lieu du soleil et la hauteur du pole par le moyen de la déclinaison observée.*

Si l'on a observé la hauteur du soleil avec un quart-de-cercle ou un gnomon, on connoît sa déclinaison. On peut alors trouver sur le globe le lieu qu'il occupe dans l'écliptique, pourvu que sur les quatre quarts de l'écliptique on prenne celui qui convient à la saison où l'on est. Si par exemple on a observé le 15 avril la hauteur du soleil de 51°, c'est-à-dire de 10° au-dessus de l'équateur, ce qui fait 10° de déclinaison, l'on verra qu'en faisant avancer le premier quart de l'écliptique, ou celui du printems, sous le méridien, le point qui s'y trouve à 10° de l'équateur est le 26° degré du bélier ; c'est le lieu du soleil ce jour-là.

L'on trouveroit également quel est le jour où une semblable observation auroit été faite ; la hauteur ou la déclinaison observée de 10° nous apprennent que ce doit être le 15 avril ou le 27 août, parcequ'il y a toujours au printems et en été deux jours où le soleil a la même déclinaison boréale.

171. La hauteur du soleil peut faire trouver par la même raison la latitude du lieu où l'observation a été faite, si l'on sait quelle est la déclinaison du soleil ce jour-là. Je suppose que le 15 avril on ait observé la hauteur du soleil dans le méridien de 51°, on trouvera la déclinaison ce jour-là de 10° septentrionale, par le moyen indiqué dans l'article 165 : d'où il suit que l'équateur est élevé de 41°, et que la hauteur du pole est de 49°, complément de 41° (34). Si la déclinaison du soleil étoit méridionale, il faudroit l'ajouter à la hauteur observée pour avoir celle de l'équateur ; nous supposons encore l'observateur au nord de l'équateur, et le soleil du côté du midi,

comme on l'a toujours en Europe. On fait un grand usage de cette méthode pour la géographie et la navigation.

172. Si le lieu de l'observation étoit à une latitude sud, on feroit le contraire de ce que nous avons dit; on ajouteroit la hauteur observée avec la déclinaison septentrionale, et l'on retrancheroit la déclinaison australe de la hauteur observée, pour avoir la hauteur de l'équateur.

173. Si l'on étoit entre les deux tropiques, et que soleil fût plus près du pole élevé du même côté que l'observateur, il faudroit prendre le supplément à 180° de la hauteur observée, avant que d'en retrancher la déclinaison du soleil. Ces sortes de changemens dans les regles de la sphere s'apperçoivent par la seule inspection du globe, si aisément, que nous nous dispenserons à l'avenir de les rappeler.

174 LE VERTICAL d'un astre est un grand cercle qui, partant du zénit, descend perpendiculairement à l'horizon et passe par le centre de l'astre (10). On se sert des verticaux pour marquer les hauteurs, parceque la hauteur d'un astre au-dessus de l'horizon n'est autre chose que l'arc du vertical, compris entre l'astre et l'horizon; on s'en sert aussi pour marquer L'AZIMUT, c'est-à-dire l'arc de l'horizon compris entre le point du midi et le point de l'horizon auquel un astre répond perpendiculairement : ainsi ZDF (*fig.* 20) est le vertical de l'astre D, dont DF est la hauteur et HF l'azimut.

175. On ajoute quelquefois aux globes célestes un quart-de-cercle de même rayon que le globe, et qui s'applique immédiatement sur sa circonférence depuis le zénit jusqu'à l'horizon; et même un peu plus bas; on le voit représenté en ZV (*fig.* 12). Il sert à plusieurs usages, comme il paroîtra par les problêmes suivans; mais quand le vertical y manque, on peut y suppléer avec un compas et une équerre de carton qui soit flexible; le compas sert à prendre le nombre de degrés dont on a besoin pour la hauteur d'un astre; l'équerre sert à mettre les deux branches du compas dans un plan qui soit vertical, ou perpendiculaire à l'horizon du globe.

176. *Trouver à quelle heure le soleil doit avoir un certain degré d'azimut à un jour donné.*

Ayant placé le pole et l'aiguille de la rosette comme dans les problêmes précédens (160), on mettra le vertical mobile sur le degré de l'horizon qui marque l'azimut, et l'on amenera

le lieu du soleil sous ce vertical ; l'aiguille marquera l'heure qu'il est quand le soleil a le degré donné d'azimut. Par exemple le 23 avril, le lieu du soleil étant à 3° du taureau, on demande à quelle heure le soleil aura 75° d'azimut : on mettra le vertical sur 75° de l'horizon en partant du midi ; on amenera le 3e degré du taureau, d'abord sous le méridien pour mettre l'aiguille à midi, ensuite sous le vertical, et elle marquera 8h du matin. Du côté du couchant, à 6h 36' du soir, il se trouvera dans la partie occidentale du même vertical, c'est-à-dire à 75° du méridien du côté du nord ; mais alors on dit qu'il a 105° d'azimut, parcequ'on le compte du point de l'horizon qui est vers le midi.

177. En faisant tourner le globe céleste, on verra quelles sont les étoiles qui passent par le zénit du lieu donné ; ce sont celles dont la déclinaison est égale à la latitude géographique du pays où l'on est ; car si une étoile a 49° de déclinaison, le zénit de Paris étant aussi à 49° de l'équateur, l'étoile doit se trouver au zénit dans le moment où elle passe par le méridien.

178. On verra par la même raison quelles sont les étoiles qui ne se couchent point à Paris ; ce sont celles qui sont moins éloignées du pole que le pole ne l'est de l'horizon, c'est-à-dire à Paris celles qui ne sont pas à 49° du pole, ou qui ont plus de 41° de déclinaison boréale ; telles sont les deux ourses, le dragon, céphée, andromede, persée, la chevre, cassiopée, etc. dont nous parlerons ci-après (226).

On reconnoîtra de même sur le globe les étoiles qui sont vers le midi à plus de 41° de déclinaison australe, ou à moins de 49° du pole sud, et l'on verra qu'elles ne paroissent point à Paris, et qu'elles ne se levent jamais pour nous.

179. Le quart-de-cercle mobile qui s'applique sur la circonférence du globe, et qui est représenté en ZV (*fig.* 12), peut servir à marquer la place d'une planete, quand on connoît sa longitude et sa latitude par le moyen des éphémérides (189), ou à trouver celles d'une étoile qui est marquée sur le globe : pour cela on met le pole de l'écliptique dans le méridien, et l'on attache le cercle mobile à l'endroit du méridien où répond le pole de l'écliptique ; il représente alors un cercle de latitude, parcequ'il est perpendiculaire à l'écliptique ; on fait tourner ce cercle autour du pole de l'écliptique jusqu'à ce qu'il touche le point de l'écliptique où l'on sait que la planete doit répondre par sa longitude ; et l'on marque le long de ce cercle de latitude un point qui soit éloigné de l'écliptique autant que la planete a

de latitude : ce point est le vrai lieu de la planete sur le globe céleste.

Si c'est une étoile déja marquée sur le globe dont on veuille connoître la longitude et la latitude, on fera tourner le cercle de latitude autour du pole de l'écliptique jusqu'à ce qu'il passe sur l'étoile ; on verra le lieu où ce même cercle coupera l'écliptique, et ce sera la longitude ou le lieu de l'étoile sur l'écliptique ; on comptera aussi le nombre des degrés de ce cercle mobile compris entre l'écliptique et l'étoile, et ce sera la latitude de l'étoile.

180. *Trouver quelle est la hauteur d'un astre à une heure donnée, et l'heure qui répond à une hauteur donnée.*

On remarquera sur le globe le lieu du soleil dans l'écliptique pour le jour donné (79), et le lieu de l'astre dont on cherche la hauteur (198) ; on placera sous le méridien le lieu du soleil, et on mettra l'aiguille de la rosette sur le midi ; ensuite on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille marque sur la rosette l'heure donnée pour laquelle on cherche la hauteur : alors, approchant le vertical (175) de l'endroit où l'astre est marqué, on verra sur quel degré du vertical il répond, et l'on aura sa hauteur.

181. L'on peut obtenir dans cette opération comme dans les suivantes une exactitude plus grande que celle de la petite rosette, où l'on distingue à peine un demi-quart-d'heure, tandis que sur un globe de 9 pouces de diametre on peut distinguer 4 minutes de tems. Pour cela on convertira en degrés l'heure donnée, pour savoir de combien le soleil étoit éloigné du méridien ; par exemple à 9^h du matin il s'en faut 3^h que le soleil ne soit dans le méridien ; ces trois heures valent 45° de l'équateur, parcequ'elles font la huitieme partie des 24^h, comme les 45° font la huitieme partie du cercle. On examinera quel est le point de l'équateur qui se trouve avec le soleil dans le méridien ; on éloignera ce point-là de 45° du méridien vers l'orient, parceque c'est le matin, en comptant ces 45° le long de l'équateur : le globe étant arrêté dans cette situation, on remarquera la place de l'étoile ; on en approchera le cercle vertical, et l'on verra sur quel degré de hauteur elle répond. S'il y a des minutes, on prendra 4 minutes de tems pour chaque degré.

Cette pratique est fondée sur ce que les arcs de l'équateur sont la mesure la plus naturelle du tems. Imaginons un équateur mobile tournant en 24h avec le soleil et indiquant le mouvement de la sphere : quand cet équateur aura avancé de 15°, ou quand le soleil sera éloigné du méridien de 15°, il sera une heure, parceque le mouvement diurne se faisant uniformément sur l'équateur, il passe régulièrement au méridien à chaque heure la 24e partie de la circonférence.

Les astronomes eux-mêmes se servent quelquefois d'un globe céleste pour trouver la hauteur d'un astre à un instant donné, lorsqu'ils n'ont pas besoin d'une grande précision, par exemple, quand il ne s'agit que de chercher un astre en plein jour par le moyen de sa hauteur, ou de savoir quel est le petit accourcissement que la réfraction a pu produire sur la distance observée entre deux astres, ou l'augmentation du diametre de la lune (582). On se sert aussi du globe pour chercher la position des étoiles dans des tems reculés, lorsqu'on trouve dans les poëtes anciens des passages qui sont difficiles à comprendre sans ce secours.

182. On trouvera par la même méthode à quelle heure l'astre aura une hauteur donnée, en mettant le lieu de l'astre sur le degré du vertical, et regardant à quelle heure la rosette répond, pourvu que la rosette ait été sur le midi quand le lieu du soleil étoit au méridien.

On cherche aussi par ce moyen le commencement et la fin du crépuscule (108), puisqu'il ne s'agit que de trouver à quelle heure le soleil sera de 18° au-dessous de l'horizon, soit avant son lever soit après son coucher (753).

183. On peut avec un globe savoir l'heure qu'il est au soleil, et cela de deux manieres; 1°. par le moyen de la hauteur du soleil. Je suppose qu'on ait dirigé un quart-de-cercle (25) vers le soleil, et qu'on ait mesuré sa hauteur, ou qu'on se soit servi d'un gnomon (72) en mesurant son ombre : connoissant la hauteur du soleil, on élevera sur le globe à pareille hauteur au-dessus de l'horizon le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là; et l'aiguille de la rosette, que je suppose avoir été mise sur midi comme dans le problême précédent (181), marquera l'heure qu'il est.

184. La seconde maniere de trouver l'heure qu'il est n'exige que l'inspection de l'ombre seule du globe; je suppose qu'il soit orienté ou dirigé de maniere que son méridien soit aligné sur une méridienne (146, 217) et en plein soleil; il y aura la moitié du globe qui sera lumineuse, et la moitié qui

sera dans l'obscurité; si les points de l'équateur où se joignent l'hémisphere obscur et l'hémisphere éclairé tombent dans l'horizon même, c'est une preuve qu'il est midi; s'ils en sont à 15° le long de l'équateur, c'est une preuve qu'il est une heure; à 30°, il est 2h, etc.; car le soleil éclaire toujours nécessairement la moitié de l'équateur; donc, s'il a avancé de 15° sur l'équateur, l'ombre a aussi avancé de 15°, et ainsi des autres heures. Je suppose que le soleil est à l'occident, c'est-à-dire que la partie éclairée s'éloigne du point de l'équateur qui est à l'orient; autrement c'est 11 heures du matin, 10 heures, etc.

185. *Trouver l'heure du passage d'une étoile par le méridien.*

1°. On marquera sur le globe le lieu du soleil et celui de l'étoile. 2°. On placera le soleil dans le méridien, et l'on mettra sur midi l'aiguille de la rosette. 3° On amenera le lieu de l'étoile sous le méridien, et l'aiguille de la rosette marquera l'heure qu'il est au moment où l'étoile passe par le méridien.

Si au lieu d'une étoile vous amenez sous le méridien le point équinoxial, vous aurez ce que les astronomes appellent l'heure du passage de l'équinoxe par le méridien, dont on trouvera une table ci-après (223).

186. Pour plus d'exactitude (182), l'on remarquera le point de l'équateur où répond le soleil placé dans le méridien, et ensuite le point de l'équateur où répond l'étoile placée à son tour dans le méridien; on comptera la différence ou l'intervalle de ces deux points de l'équateur, c'est-à-dire la différence d'ascension droite entre le soleil et l'étoile, et l'on aura un nombre de degrés qui, converti en tems, à raison d'une heure pour 15°, donnera l'heure qu'il est, si c'est après midi; ou bien l'on aura ce qu'il s'en faut pour aller à midi, si l'étoile passe le matin, c'est-à-dire si l'on voit que le soleil passe au méridien après l'étoile, en faisant tourner le globe toujours d'orient en occident.

187. *Trouver à quelle heure une étoile se leve et se couche.*

Ayant placé le pole à la hauteur du lieu, on mettra le lieu du soleil sous le méridien, et l'aiguille sur XIIh au haut de la rosette; on amenera l'étoile à l'horizon du côté de l'orient, et l'ai-

guille marquera le lever de l'étoile : on la conduira du côté du couchant, et l'aiguille marquera l'heure du coucher.

188. Pour savoir quel jour de l'année une étoile se leve à une certaine heure, on mettra l'étoile dans l'horizon oriental, on mettra l'aiguille sur l'heure donnée, vers l'orient, si c'est une des heures du matin ; ensuite, faisant tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur le midi, on verra quel est le lieu de l'écliptique situé dans le méridien ; l'on saura quel jour le soleil est dans ce point de l'écliptique (79) ; ce sera le jour où l'étoile devra se lever à l'heure donnée. Par exemple, si l'on suppose que *sirius* se leve à 7^h du soir à Paris, on trouvera le soleil à 11° du capricorne ; ce qui répond au premier de janvier ; c'est le jour où sirius se leve à 7^h du soir à Paris.

189. Le lever et le coucher des étoiles ou des planetes se trouvera aussi sur le globe sans le secours de la rosette par les divisions de l'équateur (182). Pour cela l'on conduira d'abord le lieu du soleil sous le méridien, et l'on marquera le point de l'équateur correspondant ; on conduira ensuite le lieu de l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, ou du côté de l'occident, pour voir quel est le point de l'équateur qui passe alors au méridien ; la différence entre les deux points de l'équateur en prenant une heure pour 15° donnera l'heure du lever de l'étoile.

Exemple. Le 13 octobre 1764 on veut trouver, par le moyen du globe, et plus exactement que par la rosette, à quelle heure saturne doit passer au méridien, et à quelle heure il doit se lever : on marquera sur le globe le lieu du soleil qui est à 20° de la balance, ou 20° après l'équinoxe d'automne, et, conduisant le soleil sous le méridien, on marquera le lieu de l'équateur qui y répond. On marquera encore sur le globe le lieu de saturne, supposé connu par les Ephémérides, ou par le livre de la *Connoissance des Tems*, que l'on publie chaque année depuis 1679 pour l'utilité des astronomes et des navigateurs (1) : il étoit ce jour-là à 50° de l'équinoxe du printems, et 2° au sud de l'écliptique : on conduira ce point du ciel sous le méridien, et l'on marquera sur le globe le point de l'équateur qui y répond ; la distance de ces deux points de l'équateur, dont l'un appartient au soleil et l'autre à la planete, se trouve de 150°, qui valent 10^h, à raison de 15° par heure ; et comme saturne passe alors au méridien avant le

(1) J'ai publié, en 1792, le huitieme volume des *Ephémérides*, qui s'étend depuis 1793 jusqu'en 1800. A Paris, chez la veuve Hérissant.

soleil, ainsi qu'on le verra en faisant tourner le globe vers l'occident; il s'ensuit qu'il étoit 2h du matin lorsque saturne a passé au méridien, parcequ'il s'en falloit 10h que le soleil n'y fût arrivé.

Conduisant ensuite saturne à l'horizon du côté de l'orient, on marquera le point de l'équateur qui dans ce moment passe au méridien, et l'on verra qu'il est éloigné de celui où répond le soleil d'environ 100°, celui du soleil étant le plus occidental des deux; ce qui fera voir que l'heure du lever de saturne est à 6h 40′ du soir; car 90° font 6h, et 10° font 40′ de tems.

190. On voit par les problêmes précédens que le TEMS VRAI, ou l'heure vraie, dans le sens précis et exact de l'astronomie, n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre le méridien et le cercle de déclinaison qui passe par le soleil, converti en tems à raison de 15° par heure.

191. On verra dans la suite que le plus souvent, à la place de cet arc de l'équateur, on substitue l'angle au pole mesuré par cet arc, et formé par le méridien et par un cercle de déclinaison qui seroit supposé accompagner le soleil: on l'appelle ANGLE HORAIRE (366); on emploie cet angle horaire à la place de l'heure même, c'est-à-dire qu'au lieu d'une heure on met 15° (art. 181).

192. C'est ainsi que l'on trouve les longitudes en mer par le moyen de l'heure qu'il est sur le vaisseau, et de l'heure qu'il est dans le lieu du départ (54). Je suppose qu'on ait une de ces montres marines qui dans deux mois de navigation ne varient pas de deux minutes (1); l'ayant mise à l'heure en partant du port, on y voit tous les jours l'heure qu'il est dans ce port; on voit aussi par la hauteur du soleil l'heure qu'il est sur le vaisseau; quand la différence est de 6 heures, on est assuré d'être à 90° du méridien d'où l'on est parti et où la montre a été mise à l'heure.

Trouver à quelle heure deux étoiles se trouvent dans le même vertical.

193. Les étoiles circompolaires, dans leur révolution diurne, se rencontrent souvent sur le même vertical; c'est un problême

(1) Harrison en Angleterre, Berthoud et le Roy en France, ensuite Arnold, Kendal, Mudge, Émery, ont déja fait de ces montres, qui ont été éprouvées en mer avec le plus grand succès: il y en a qui donnent la longitude du vaisseau à un demi-degré près au bout de deux mois de navigation.

d'une

d'une application utile que de trouver à quelle heure elles doivent ainsi passer l'une au-dessous de l'autre ; car en observant ce passage on a une maniere de trouver l'heure qu'il est : ce problême a même lieu pour d'autres étoiles remarquables, quoiqu'assez éloignées du pole, telles que *arcturus* et *l'épi de la vierge*. Pour trouver l'heure où arrive ce passage, on place le globe à la hauteur du pole, on le tourne sur son axe jusqu'à ce que les deux étoiles proposées soient dans le vertical mobile (175), que l'on peut suppléer par une équerre de carton ; et l'on voit par l'aiguille de la rosette l'heure cherchée, en supposant toujours qu'elle ait été mise sur midi lorsque le lieu du soleil étoit dans le méridien.

194. Si l'on veut opérer plus exactement, on mettra le lieu du soleil dans le méridien, et l'on examinera sur l'équateur quelle est son ascension droite ; on placera les deux étoiles dans le même vertical, et l'on remarquera l'ascension droite du milieu du ciel ou du point de l'équateur qui se trouvera dans le méridien; la différence des deux ascensions droites convertie en tems à raison d'une heure pour 15° (182) donnera l'heure cherchée. C'est ainsi qu'on peut construire une figure telle qu'on l'a vue long-tems pour Paris dans la *Connoissance des tems*, pour connoître l'heure qu'il est. On voit les principales étoiles circompolaires, et la quantité qu'il faut ajouter pour chaque étoile au passage de l'équinoxe, afin d'avoir l'heure qu'il est au moment où l'on voit l'étoile répondre perpendiculairement au-dessous de l'étoile polaire ; c'est l'ascension droite du milieu du ciel au moment où ces deux étoiles sont dans le même vertical. Par exemple, la derniere étoile de la queue de la grande ourse marquée (*fig.* 1) étant au-dessous de l'étoile polaire, il y a $1^h\ 33'$ que l'équinoxe a passé par le méridien (186) ; et en ajoutant $1^h\ 33'$ avec le passage de l'équinoxe (223) on aura l'heure et la minute de l'observation.

195. *Trouver quel jour une étoile cesse de paroître le soir après le coucher du soleil, ou recommence à paroître le matin.*

Chaque année le soleil par son mouvement propre rencontre les différentes constellations et les rend invisibles pour nous par l'éclat de sa lumiere (61) ; c'est le *coucher héliaque*. Lorsque, après avoir traversé une constellation, il en est assez loin vers l'orient pour se lever environ une heure plus tard, la constella-

tion se voit avant le lever du soleil; c'est ce qu'on appelle son *lever héliaque.*

Les anciens avoient déja remarqué qu'une étoile de la premiere grandeur, telle que *sirius* ou le *grand chien*, peut s'appercevoir du côté du couchant, pourvu que le soleil soit à 10 ou 12° au-dessous de l'horizon; on mettra donc l'étoile à l'horizon du côté du couchant, et l'on examinera quel est le point de l'écliptique situé verticalement à 10° sous l'horizon. Ce point de l'écliptique étant connu, l'on trouvera le jour où le soleil y étoit (79), et ce sera le jour du coucher héliaque ou de la disparition de l'étoile; le soleil étant plus près d'elle le lendemain, elle devra se trouver enveloppée dans la lumiere du crépuscule, et dans les rayons du soleil, de maniere à n'être plus apperçue.

196. Supposons que l'on cherche le coucher héliaque de *sirius* sous la latitude de Paris; on placera le globe à 49° de hauteur; on mettra cette étoile à l'horizon du côté du couchant, on avancera le quart-de-cercle mobile jusqu'à ce qu'il coupe l'écliptique à 10° au-dessous de l'horizon; le point de l'écliptique abaissé de 10°, ou celui que touchera le 10ᵉ degré du vertical, se trouvera être le 19ᵉ degré du taureau; c'est le lieu du soleil le 5 mai : on saura donc que le coucher héliaque de sirius arrive le 5 mai à Paris, à la fin du dix-huitieme siecle, ou dans la position que sirius occupe actuellement.

197. On trouvera de même quel jour l'étoile reparoîtra le matin avant le lever du soleil, ou sera assez dégagée des rayons solaires pour pouvoir être apperçue, c'est-à-dire son lever héliaque. Pour cela il faut mettre l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient et voir quel est le point de l'écliptique situé à 10° au-dessous de l'horizon le long du vertical : le jour où le soleil se trouvera dans ce point de l'écliptique sera le jour du lever héliaque de l'étoile. C'est le 20 août pour sirius. L'on faisoit autrefois un grand usage de ces sortes de phénomenes; on les observoit, on les calculoit rigoureusement; mais le globe seul peut suffire quand il ne s'agit que d'entendre les anciens auteurs; on peut par cette simple opération éclaircir des passages qui seroient difficiles à entendre sans le secours du globe.

198. L'année cynique des Egyptiens commençoit au lever héliaque de sirius; mais ils avoient une année civile qui étoit continuellement de 365 jours : celle-ci ne pouvoit pas s'accorder avec l'année solaire, et tous les quatre ans le lever héliaque de sirius devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile.

Après un espace de 1425 ans, ou, suivant eux, 1460, l'année astronomique se trouvoit commencer au même point que l'année civile; ainsi l'an 1322 avant notre ere et l'an 138 après notre ere le lever de sirius se trouva arriver le premier jour du mois *thoth* ou le premier jour de l'année civile égyptienne; il répondoit au 20 juillet: c'est cette période *caniculaire* ou *sothiaque* de 1460 ans que Censorinus appelle la grande année des Egyptiens.

199. Lorsqu'on calcule le lever de sirius pour l'année 138, où recommençoit la période sothiaque, on trouve la longitude du soleil $3^s\ 24^\circ$: c'est la longitude que le soleil a maintenant le 16 de juillet. On trouve cette longitude plus petite de $12^\circ \frac{1}{4}$ en remontant 1460 ans plutôt, ou au commencement de la période précédente.

200. Quoique le lever héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les anciens, ils distinguoient encore plusieurs autres especes de levers et de couchers (*Gemini elementa*) : les modernes, à leur imitation, ont encore distingué le lever *cosmique*, qu'on peut appeler le lever du matin; et le coucher *cosmique* ou coucher du matin, aussi bien que le lever et le coucher *acronyques* qui sont le lever et le coucher du soir. Le moment du lever du soleil regle le lever ou le coucher *cosmique* : lorsque des étoiles se levent avec le soleil ou se couchent au soleil levant, on dit que c'est le lever ou le coucher *cosmique;* mais quand les étoiles se levent ou se couchent le soir au moment où se couche le soleil, on dit que c'est le lever ou le coucher *acronyque;* d'où il suit que le coucher acronyque suit, à 12 ou 15 jours près, le coucher héliaque, et que le lever cosmique précede de quelques jours le lever héliaque.

201. On trouve des exemples de ces sortes de levers dans les poëtes latins, et sur tout dans les Fastes d'Ovide. Il parle par exemple du lever héliaque de la constellation du dauphin à l'époque du 9 de janvier.

Interea delphin clarum super æquora sidus
Tollitur et patriis exerit ora vadis. I, 457.

La constellation du dauphin se levoit vers les six heures du matin dans cette saison-là, c'est-à-dire assez long-tems avant le soleil pour pouvoir être observée le matin, et c'étoit à-peu-près le commencement de son apparition, ou son lever héliaque.

Au contraire il place au 10 de juin le lever acronyque, en disant :

Navita puppe sedens, delphina videbimus, inquit,
Humida cum pulso nox erit orta die. VI, 470.

202. Le lever du taureau et le coucher de sirius, qui arrivent au commencement de mai, sont indiqués dans ces vers de Virgile :

Candidus auratis aperit cum cornibus annum
Taurus, et averso cedens canis occidit astro. Georg. I, 217.

Les commentateurs n'ont point compris le mot *averso*; il s'applique au taureau qui est placé à rebours, et qui se leve la tête en bas, comme on le voit dans quatre endroits de Manilius.

Le coucher cosmique du scorpion indiqué pour le premier avril au matin :

Dum loquor, elatæ metuendus acumine caudæ
Scorpios in virides præcipitatur aquas. IV, 163.

C'est cependant au 15 avril qu'on le trouve par le calcul, pour l'étoile *antarès* à cette époque; mais on trouve dans les poëtes de grandes variétes sur ces sortes de dates qu'ils empruntoient souvent de divers siecles et de divers pays, en sorte qu'ils ne sont presque jamais d'accord.

203. Pour faire sur les planetes les opérations que nous avons faites dans tous les problêmes précédens sur les étoiles fixes, il faut supposer qu'on ait les Éphémérides (190) ou le petit *Calendrier de la république*, où je mets chaque année la longitude et la latitude de la planete, et qu'on l'ait marquée sur le globe à la place qui lui convient; on trouvera le lever, le coucher, etc. comme nous l'avons expliqué pour les étoiles.

Du Globe terrestre et de ses usages.

204. Le globe terrestre artificiel est fait pour représenter la terre, ses villes, ses continens et ses mers.

En faisant tourner le globe on amene un lieu quelconque de la terre, comme Paris, sous le méridien fixe qui environne le globe; ce méridien est alors celui de Paris, et il répond à tous les pays qui ont midi ou minuit au même instant que Paris; midi si le soleil y est levé, minuit s'il est couché : si c'est un

pays où le soleil ne se couche point, on a au lieu de minuit l'heure du passage par le méridien au-dessous du pole.

205. Connoissant l'heure qu'il est à Paris, on peut trouver quelle heure il est dans un autre pays, par le moyen du globe terrestre : je suppose qu'il soit 9ʰ du matin à Paris, je commence par mettre Paris sous le méridien du globe terrestre, et en même tems l'aiguille de la rosette sur 9ʰ du matin, c'est-à-dire du côté de l'orient; pour ne pas s'y tromper, il faut avoir soin d'écrire sur la rosette, orient et occident, comme il est écrit sur l'horizon; je fais tourner le globe jusqu'à ce que l'autre ville dont il s'agit, par exemple *Jérusalem*, soit sous le méridien; je regarde alors quelle heure marque l'aiguille de la rosette, et je trouve 11ʰ et un quart, ce qui m'apprend qu'il est $11^h \frac{1}{4}$ à Jérusalem lorsqu'il est 9ʰ à Paris.

206. Toutes les villes d'Asie comptent de même plus qu'à Paris, tandis que celles qui sont situées à l'occident, telles que les villes d'Amérique comptent moins qu'à Paris; ainsi quand il est midi à Paris, il n'est que 5ʰ 16′ du matin à Mexico, c'est-à-dire 6ʰ 44′ de moins qu'à Paris; mais à Pékin il est déja 7ʰ 36′ du soir.

207. Pour trouver la latitude d'un lieu sur le globe, on le place sous le méridien dont les divisions indiquent le degré de latitude cherché. A l'égard de la longitude du lieu, elle est marquée par le point de l'équateur qui se trouve sous le méridien en même tems que ce lieu-là, comme 20° pour Paris.

208. On trouve tous les pays de la terre qui ont la même latitude, et par conséquent les mêmes saisons que Paris, en faisant faire un tour au globe terrestre, et remarquant tous les lieux qui passent successivement sous le point du méridien marqué 49°, qui est la latitude de Paris; si l'on tient un crayon fixé sur ce point-là, il tracera sur le globe le paralle de Paris où sont tous les points que l'on cherche.

209. Pour trouver les pays de la terre qui peuvent avoir le soleil à leur zénit, et connoître les jours où cela doit arriver, on considérera que tous les pays qui ont moins de $23° \frac{1}{2}$ de latitude ont le soleil verticalement deux fois l'année; quand on a choisi un lieu à volonté, on examine quelle est sa latitude, en le conduisant sous le méridien; si l'écliptique est tracée sur le globe terrestre, on le fait tourner et l'on marque sur l'écliptique les deux points qui passent au même endroit du méridien; les jours où le soleil est dans ces points sont ceux où il paroît au zénit à l'instant du midi; l'un de ces deux jours est avant

le solstice et l'autre après, la déclinaison du soleil dans ces deux jours-là étant égale à la latitude géographique du lieu dont il s'agit. Ainsi Cayenne étant à 5° de latitude nord, ce sera le 2 avril et le 9 septembre que le soleil passera au zénit ou à-peu-près, ayant alors 5° de déclinaison boréale.

210. On trouvera de même pour chaque jour quels sont les pays qui ont le soleil au zénit; car ayant amené sous le méridien le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là, on y verra sa déclinaison, et tous les pays qui auront une latitude égale à cette déclinaison auront successivement le soleil au zénit dans le cours d'une journée; ainsi tous les points de la terre qui passeront sous le point du méridien auquel le lieu du soleil répondoit en y passant satisferont au problême.

211. Il est également facile de voir à chaque jour de l'année quels sont les pays où le soleil ne se couche point, c'est-à-dire où son centre paroît à l'horizon à minuit, et cela le premier jour où le soleil ne se couche pas dans ces lieux-là. On marquera pour cet effet le point de l'écliptique où est le soleil au jour donné, et la déclinaison de ce point sera le complément à 90° de la latitude des pays cherchés. Par exemple, le 11 mai, le soleil a 18° de déclinaison boréale, et les pays qui ont 72° de latitude voient le centre du soleil raser l'horizon. En effet, le soleil étant à 18° de l'équateur, il est à 72° du pole, c'est-à-dire aussi éloigné du pole que le pole l'est de l'horizon; donc à minuit il doit être sous le pole et dans l'horizon même. Dans tous les jours suivans il restera sur l'horizon et ne se couchera plus, puisqu'il s'éloignera toujours de l'équateur, jusqu'au premier août, qu'il rasera de nouveau l'horizon de ce lieu-là, en se rapprochant de l'équateur.

212. Par la même raison, le premier jour où le soleil aura une déclinaison australe égale à 18° ou au complément de la latitude boréale des mêmes pays, le soleil ne se levera plus, et ce sera le dernier jour où il paroîtra dans l'horizon. C'est le 13 de novembre que le soleil disparoît dans le cas précédent, et cela dure jusqu'au 28 janvier suivant, que le centre du soleil recommence à se montrer dans l'horizon à midi, étant parvenu à 18° de déclinaison. Nous en avons déja parlé dans l'article des zones glaciales (135).

213. Les pays qui sont dans la zone glaciale depuis 66° ½ de latitude jusqu'au pole ont le soleil sur l'horizon pendant un nombre de jours, qui est toujours plus grand à mesure que la latitude augmente (135). Pour savoir à chaque latitude quel est ce

nombre de jours, on élevera le pole d'une quantité égale à cette latitude; on le fera tourner ensuite en tenant un crayon dans l'horizon, au point du nord; ce crayon tracera sur le globe un parallele à l'équateur, qui coupera l'écliptique en deux points et y fera deux segmens; le plus petit segment indiquera l'arc de l'écliptique décrit par le soleil pendant tout le tems qu'il sera sans se coucher, ou sans toucher l'horizon du lieu donné. En effet, les deux points que l'on a marqués sur l'écliptique par cette opération sont ceux où se trouvoit le soleil quand il passoit précisément à l'horizon du côté du nord, ou quand sa déclinaison étoit égale au complément de la hauteur du pole; ainsi, dans tous les points de l'écliptique, situés à une plus grande déclinaison, il n'y aura point de coucher du soleil pour le lieu proposé: c'est ainsi qu'on peut former la table des climats de mois qui finissent aux latitudes où le jour dure un mois, deux mois, etc. les 24 climats d'heures sont terminés par les latitudes où le jour dure $12^h \frac{1}{2}$, 13, $13\frac{1}{2}$, etc.

214. Si l'on place le crayon dans le point opposé de l'horizon, c'est-à-dire du côté du midi, il tracera un autre parallele; celui-ci, coupant aussi l'écliptique en deux points également éloignés du solstice d'hiver, marquera tout le chemin que le soleil doit faire sans se lever et sans paroître sur l'horizon du lieu proposé; les degrés de cet arc feront connoître les jours, soit par l'art. 79, soit par la table où les jours du mois sont écrits vis-à-vis des degrés correspondans de l'écliptique; elle est ordinairement collée sur l'horizon des globes.

215. Le problême le plus difficile de l'usage des globes est celui dans lequel on demande quel est le pays qui voit au zénit une étoile donnée à une certaine heure à Paris, par exemple la chevre, lorsque nous compterons dix heures du soir le 2 mars. Ce problême exige la réunion du globe céleste et du globe terrestre, et il est expliqué d'une maniere assez obscure dans les livres que j'ai vus. Pour le résoudre, il faut 1°. chercher avec le globe céleste l'heure du passage de la chevre au méridien ce jour-là; on trouvera six heures pour Paris (186); on néglige la petite différence qu'il y auroit si le lieu cherché étoit fort éloigné. 2°. Trouver le méridien de la terre où l'on compte six heures du soir quand nous comptons dix heures, c'est celui qui est de 4 heures à l'occident de Paris; il aura la chevre au méridien. 3°. Prendre sur le méridien le lieu qui a pour latitude $45° \frac{1}{4}$; c'est la déclinaison de la chevre. Ce point se trouve vers Louisbourg dans l'Amérique septentrionale; la chevre y passant au méridien sera au zénit de ce lieu-là.

216. Les globes d'une certaine grandeur ont sur leur pied une boussole qui sert à les orienter; mais pour cet effet il faut connoître la déclinaison de l'aiguille aimantée pour le tems et pour le lieu donné. Cette déclinaison pour Paris est en 1794 de 23° à l'ouest, elle a augmenté jusqu'ici à Paris d'un degré tous les six ans.

217. Sachant donc que la déclinaison de l'aiguille est de 23° à l'occident de la méridienne, il faut tourner le pied du globe jusqu'à ce que l'aiguille tombe sur le 23ᵉ degré de la boussole au couchant; alors la ligne principale marquée d'une fleche et qui doit être parallele au méridien du globe, se trouvant dirigée exactement du nord au sud, et le globe étant supposé à la hauteur du pole, il sera orienté comme la sphere; et c'est ainsi qu'il faut le placer pour trouver l'heure qu'il est (185).

218. Si l'on veut aussi le disposer comme il convient à une certaine heure, on placera Paris sous le méridien; on mettra l'aiguille de la rosette sur midi; on fera tourner le globe jusqu'à ce que cette aiguille soit sur l'heure donnée, et le globe sera disposé convenablement pour y reconnoître quels sont les pays qui voient le soleil et ceux qui l'ont plus ou moins élevé. Les pays où le soleil se leve sont ceux qui sont à l'horizon du globe du côté de l'occident, en supposant le pole élevé de la quantité de la déclinaison du soleil.

Des Constellations.

219. Le nombre des étoiles qu'on apperçoit dans une belle nuit est si considérable, qu'on auroit peine à les reconnoître et à les désigner sans une méthode; c'est pourquoi l'on a divisé le ciel en plusieurs grandes parties ou constellations, telles que la grande ourse et les signes du zodiaque, dont nous avons déja parlé (76). Les circonstances des saisons contribuerent à faire choisir les noms des signes, et quelques ressemblances vagues y firent ajouter une couronne, un chariot, une croix, un triangle, etc.

220. Les Grecs n'avoient formé que 48 constellations, ou 50, si l'on compte antinoüs et la chevelure; elles comprenoient 1022 étoiles, et il paroît que leurs dénominations remontent à environ 1200 ans avant l'ere vulgaire, à l'exception peut-être des douze constellations du zodiaque, qui paroissent avoir une origine égyptienne et doivent être plus anciennes. Les modernes ont ajouté diverses constellations aux anciennes. La Caille, après

avoir dressé son grand catalogue des étoiles australes en 1751, forma 14 nouvelles constellations, qui ne sont point dans le catalogue britannique de Flamsteed. J'y ai encore ajouté le messier. Toutes ces constellations, au nombre de cent, se trouveront dans la table suivante.

Quant au nombre des étoiles, les catalogues de Flamsteed, la Caille, Mayer, en contenoient environ 4000 visibles sur l'horizon, et il y en a plus de 2000 que l'on distingue facilement à la vue simple : j'espere en avoir bientôt trente mille observées avec d'excellens instrumens, par mon neveu le Français et moi dans l'observatoire de l'école militaire. D'après ce que nous avons déja, il paroît qu'il doit y avoir dans tout le ciel plus de 80 mille étoiles visibles avec ma lunette de 7 pieds et demi qui a 2 ½ pouces d'ouverture; on en verroit beaucoup plus si l'on n'éclairoit pas les fils. Avec le télescope de 20 pieds de Herschel ce qu'on en a compté dans un espace de quelques degrés donneroit 75 millions dans tout le ciel, en supposant qu'il y en ait autant partout, quoiqu'on ne les apperçoive pas à cause de leur éloignement.

Dans les trente mille étoiles il y a beaucoup d'étoiles de 5e grandeur qui n'avoient jamais été observées. Il y en a beaucoup de neuvieme et dixieme grandeur ; mais elles pourront servir à déterminer les positions des cometes qui les traverseront. Peut-être y en a-t-il qui se trouveront être des planetes, comme celle de Herschel, reconnue en 1781 pour une planete, mais qui avoit été observée en 1690 par Flamsteed et désignée par lui sous le nom de la 34e étoile du taureau. Elle a même été observée par Mayer et par Lemonnier, et ces observations ont procuré le moyen de faire des tables très exactes de cette planete après peu d'années d'observations. Il étoit tems que les astronomes entreprissent une revue plus détaillée de tout le ciel, afin de préparer à nos successeurs des matériaux pour l'édifice d'une science où il reste encore tant à faire.

221. *Table des cent Constellations qu'on représente sur les Globes célestes.*

12 *constellations du zodiaque.*	*Suite des 23 constellations boréales.*	*Suite des 22 const. ajout. par Hevelius, Halley, etc.*	*Suite des constellations australes.*
Le bélier.	Le serpent.	Le messier.	L'abeil. ou la mouch.
Le taureau.	Hercule.	Le sceptre et la fleur de lis, ou le lézard *Stellio.*	Le triangle austral.
Les gemeaux.	L'aigle.	La colombe.	L'oiseau de paradis.
L'écrevisse.	Antinoüs.	La licorne ou *monoceros.*	Le paon.
Le lion.	La fleche.	La croix.	Le toucan.
La vierge.	La lyre.	Le sextant d'Uranie.	L'hydre mâle.
La balance.	Le cygne.	Le rhomboïde.	Da dorade.
Le scorpion.	Le dauphin.	Les chiens de chasse.	Le poisson volant.
Le sagittaire.	15 *constellations australes des anciens.*	Le petit lion.	Le caméléon.
Le capricorne.	Orion.	Le lynx.	*On y remarque encor* le grand nuage et le petit nuage.
Le verseau.	La baleine.	Le renard et l'oie.	14 *constell. australes de la Caille.*
Les poissons.	L'Eridan.	L'écu de Sobieski.	L'attel. du sculpteur.
23 *constellations boréales des anciens.*	Le lievre.	Le taureau de Poniatowski.	Le fourn. de chymie.
La grande ourse.	Le grand chien.	Le petit triangle.	L'horloge astrono.
La petite ourse.	Le petit chien.	Cerbere et le rameau.	Le rétic. rhomboïde.
Le dragon.	L'hydre femelle.	Le trophée de Frédéric.	Le burin du graveur.
Céphée.	La coupe.	Le mont Ménale.	Le chevalet du peintre.
Cassiopée.	Le corbeau.	Le cœur de Char. II.	La boussole.
Andromede.	Le centaure.	Le chêne de Ch. II.	La machine pneumatique.
Persée.	Le loup.	Le solitaire, sous la balance.	L'octant de réflexi.
Pégase.	L'autel.	14 *const. australes de Théodori, Bayer.*	Le compas.
Le petit cheval.	Le poisson austral.	L'Indien.	L'équerre et la regle.
Le triang'e boréal.	Le navire.	La grue.	Le télescope.
Le cocher.	La couronne australe.	Le phénix.	Le microscope.
La chevelure de Bérénice.	22 *constel. ajout. par Hevelius, Halley etc.*		La montagne de la table.
Le bouvier.	La giraffe, ou caméléopard.		
La couronne boréale.	Le renne.		
Le serpentaire ou Ophiucus.			

222. Parmi le grand nombre d'étoiles qui composent les 100 constellations, on distingue plusieurs grandeurs, premiere, 2ᵉ, 3ᵉ, etc. les étoiles de 7ᵉ grandeur ne s'apperçoivent pas sans le secours des lunettes.

On compte 13 étoiles de la premiere grandeur visibles à Paris; *sirius* ou la gueule du grand chien, *l'épaule d'orion*, le pied d'orion ou *rigel*, l'œil du taureau, *aldébaran*, *la chevre*, *la lyre*, *arcturus*, le cœur du scorpion ou *antarès*, *l'épi de la vierge*, le cœur du lion ou *regulus*, *procyon*, *fomalhaut*; il y en a encore deux que nous ne voyons jamais en Europe, *canopus* et *acharnar*. Plusieurs astronomes mettent au même rang l'aigle, le cœur de l'hydre, la queue du lion et la queue du cygne.

Il y a même en tout 24 étoiles que quelques astronomes mettent au nombre des étoiles de la premiere grandeur.

223. Pour apprendre à connoître les différentes constellations par leurs figures, leurs situations et leurs noms, le plus simple est d'employer un globe ou des cartes célestes, comme celles de Flamsteed, dont il y a une petite édition à Paris (chez la Marche), celles de Bode, ou les deux grands hémispheres de Senex, ceux de Vaugondi, et ceux du P. Chrysologue : mais voici une table qui facilitera la connoissance des plus belles étoiles, en montrant l'heure où elles passent au méridien le premier jour de chaque mois, et leur hauteur pour Paris.

La derniere colonne de cette table contient l'heure du passage de l'équinoxe au méridien (1), à laquelle on ajoute l'ascension droite d'une étoile, ou sa distance au point équinoxial, convertie en tems pour avoir l'heure de son passage au méridien (362). La hauteur méridienne de chaque étoile se trouve en tête de la colonne et au-dessous du nom de l'étoile.

Exemple. Le 1er octobre je veux connoître dans le ciel l'étoile appelée *sirius*, ou le grand chien ; je vois dans la table suivante qu'elle passe au méridien le 1 oct. à $18^h 2'$, c'est-à-dire le 2 oct. à $6^h 2'$ du matin, et que sa hauteur méridienne pour Paris est de $24° 44'$: je place un quart-de-cercle dans le plan du méridien à $6^h 2'$ du matin, et je le mets à la hauteur de $24° \frac{3}{4}$; j'apperçois à l'instant que ce quart-de-cercle est dirigé vers une belle étoile, et je reconnois que c'est là sirius.

J'ai choisi une année moyenne entre deux bissextiles, en sorte qu'il ne peut pas y avoir deux minutes de différence entre l'observation et la table, même en différentes années. Cette table servira de même à trouver l'heure qu'il est quand on aura appris à connoître les étoiles et qu'on saura de quel côté est le méridien. Elle est pour 1786 ; mais elle servira sans erreur sensible pour les années moyennes entre deux bissextiles, comme 1790, 1794, 1798.

(1) Je n'entends pas sous ce terme le vrai moment du passage, mais la quantité dont l'équinoxe est éloigné du méridien à midi, convertie en tems, à raison de 15° par heure, ou le complément de l'ascension droite du soleil ; mais à l'égard des étoiles, c'est le véritable moment de leur passage que j'ai voulu calculer (362).

HEURES DU PASSAGE AU MÉRIDIEN des principales étoiles pour le 1 de chaque mois, avec leur hauteur méridienne pour Paris en 1786.

MOIS.	Aldébaran.	La Chevre.	α d'Orion.	Sirius.	Procyon.	Régulus.
	Hauteur. 57d 14′	*Hauteur.* 86d 56′	*Hauteur.* 39d 49′	*Hauteur.* 24d 44′	*Hauteur.* 46d 56′	*Hauteur.* 54d 10′
Janv.	9h 32′	10h 9′	10h 34′	11h 44′	12h 36′	15h 5′
Févr.	7 21	7 58	8 23	9 33	10 25	12 53
Mars.	5 33	6 10	6 34	7 44	8 36	11 5
Avril.	3 39	4 16	4 41	5 51	6 43	9 10
Mai.	1 48	2 25	2 50	4 0	4 52	7 21
Juin.	23 42	0 23	0 47	1 58	2 50	5 18
Juill.	21 38	22 15	22 39	23 52	0 46	3 14
Aout.	19 34	20 11	20 35	21 45	22 38	1 10
Sept.	17 38	18 15	18 40	19 50	20 42	23 11
Octob.	15 50	16 27	16 52	18 2	18 54	21 23
Nov.	13 54	14 31	14 56	16 5	16 58	19 26
Déc.	11 50	12 27	12 52	14 2	14 54	17 22

MOIS.	L'Épi.	Arcturus.	Antarès.	La Lyre.	Fomalhaut.	Passage de l'équinoxe au méridien.
	Hauteur. 31d 8′	*Hauteur.* 61d 28′	*Hauteur.* 15d 14′	*Hauteur.* 79d 45′	*Hauteur.* 10d 25′	
Janv.	18h 21′	19h 13′	21h 23′	23h 36′	3h 56′	5h 10′
Févr.	16 10	17 2	19 12	21 25	1 44	2 58
Mars.	14 21	15 13	17 24	19 36	23 52	1 9
Avril.	12 28	13 20	15 30	17 43	21 59	23 13
Mai.	10 37	11 29	13 38	15 52	20 8	21 21
Juin.	8 35	9 26	11 36	13 49	18 5	19 19
Juill.	6 31	7 23	9 33	11 46	16 1	17 15
Aout.	4 26	5 18	7 28	9 41	13 57	15 11
Sept.	2 31	3 23	5 33	7 46	12 1	13 15
Octob.	0 43	1 35	3 46	5 58	10 13	11 27
Nov.	22 43	23 35	1 49	4 2	8 17	9 31
Déc.	20 39	21 31	23 41	1 58	6 13	7 27

Les hauteurs que j'ai marquées au-dessous du nom de chaque étoile diminuent quand on avance vers le nord, et augmentent si l'on s'en éloigne vers le midi; ainsi chacun peut les réduire à la latitude du lieu qu'il habite par l'addition ou la soustraction de la différence entre cette latitude et celle de Paris, 48° 50'. Par exemple à Marseille, où il y a 43° 18' de latitude, c'est-à-dire 5° 32' de moins qu'à Paris, la hauteur d'aldébaran, au lieu d'être de 57° 14', devient 62° 46'.

224. Il faut observer que les tems marqués dans la table précédente sont des tems comptés astronomiquement, c'est-à-dire d'un midi à l'autre pendant 24 heures; ainsi, quand on voit dans la premiere colonne que l'étoile *aldébaran* passe au méridien le 1 juin à $23^h\ 42'$, cela veut dire dans l'usage ordinaire le 2 juin $11^h\ 42'$ du matin, parceque le jour astronomique ne commence qu'à midi, et il ne finit, suivant eux, qu'à midi du lendemain, lorsque dans la société il y a déja 12 heures que l'on compte le 2 juin, tems civil.

225. Cette méthode pour reconnoître les étoiles de la premiere grandeur pourroit s'appliquer à toutes les autres; mais j'y ajouterai des alignemens propres à faire reconnoître les principales constellations, même par ceux qui seroient dépourvus de globes célestes et d'instrumens.

Méthode des alignemens.

226. La grande ourse (*fig.* 1) nous a servi à reconnoître l'étoile polaire (art. 6); et comme elle paroît toujours, on peut s'en servir pour connoître plusieurs autres constellations: je commence par celles qui ne se couchent point à Paris.

227. Cassiopée est directement opposée à la grande ourse, l'étoile polaire entre deux, en sorte que la ligne ou le cercle qui va du milieu de la grande ourse ou de l'étoile ε par l'étoile polaire va passer au milieu de cassiopée de l'autre côté du pole; elle est formée de six à sept étoiles, qui font comme un Y, ou, si l'on veut, une chaise renversée; cette forme est assez équivoque, mais les étoiles de cassiopée se font suffisamment connoître, plusieurs étant de la seconde grandeur.

228. La petite ourse a presque la même figure que la grande ourse; elle lui est parallele, mais dans une situation renversée; l'étoile polaire, qui est de la 3e grandeur, fait l'extrémité de la queue, les quatre étoiles suivantes sont fort petites, n'étant que de la 4e grandeur; mais les deux dernieres du carré sont

encore de 3e grandeur; on les appelle *gardes de la petite ourse,* elles sont sur la ligne menée par le centre du carré de la grande ourse perpendiculairement à ses deux grands côtés.

229. ARCTURUS, qui est la principale étoile du *bouvier,* est une étoile de la premiere grandeur, indiquée par la queue de la grande ourse (art. 6), dont elle n'est éloignée que de 31°. Les deux dernieres étoiles de la grande ourse ζ et η forment une ligne qui va presque se diriger vers arcturus.

230. Lorsque la grande ourse est dans le méridien, l'on voit encore deux étoiles de la premiere grandeur, la *lyre* (254), et la *chevre* (243), l'une à l'orient et l'autre à l'occident, sur une ligne menée par l'étoile polaire perpendiculairement à celle qui va de la grande ourse à cassiopée ; la chevre est à l'orient si la grande ourse est au-dessous du pole.

231. Le DRAGON est situé sur la ligne menée de l'étoile α de la grande ourse par les gardes de la petite ourse entre la lyre et la petite ourse, où les quatre étoiles de sa tête forment un lozange assez visible ; sa queue est entre l'étoile polaire et le carré de la grande ourse ; la ligne menée par les deux gardes de la petite ourse β et γ va se diriger vers l'étoile η du dragon ; celle-ci est entre θ plus méridionale et ζ plus boréale, sur une ligne qui se dirrige presque vers le pole de l'écliptique.

232. Cette ligne, prolongée un peu plus loin vers δ et ι du dragon, va traverser ensuite CÉPHÉE entre α et β de cette constellation.

233. La ligne menée de l'étoile polaire sur ces deux étoiles de céphée va passer près de la queue du cygne, belle étoile qui ne se couche point à Paris. Nons nous servirons bientôt de la grande ourse pour connoître encore d'autres constellations (252).

234. Pour les constellations d'hiver, je suppose qu'au mois de janvier ou de février on soit dans un lieu dégagé vers 7 ou 8 heures du soir ; on verra du côté du midi, du moins en Europe, la grande constellation d'ORION ; elle est formée de 3 étoiles de la seconde grandeur, qui sont fort près l'une de l'autre, sur une ligne droite, et dans le milieu d'un très grand quadrilatere où il y a 2 étoiles de la premiere grandeur α et β, ou RIGEL ; on en voit la forme dans la figure 19 ; d'ailleurs il est impossible de méconoître cette constellation après les caracteres que je viens d'indiquer.

235. Ces trois étoiles forment le *baudrier d'orion,* vulgairement les *trois rois* ou *le rateau;* elles indiquent par leur

direction d'un côté *sirius*, et de l'autre les *pléiades*. Sirius, la plus belle étoile du ciel, se fait remarquer par sa scintillation et son éclat; elle est du côté de l'orient ou du sud-est par rapport à orion.

236. Les pléiades sont du côté de l'occident en tirant vers le nord; c'est un grouppe d'étoiles qui se distingue facilement; il est d'ailleurs sur le prolongement de la ligne menée de sirius par le milieu des 3 étoiles du baudrier; et leur direction qui tend presque vers les pléiades, ou un peu plus au midi, les fera connoître aisément; elles sont sur le dos du taureau.

237. Aldébaran, qui forme l'œil du taureau, est une étoile de la premiere grandeur, située fort près des pléiades, sur la ligne menée de l'épaule occidentale d'orion γ aux pléiades (1).

Procyon ou le petit chien est une étoile de la premiere grandeur, située au nord de sirius et plus orientale qu'orion; elle fait avec sirius et le baudrier d'orion un triangle presque équilatéral, et cela suffit pour la distinguer.

238. Les Gemeaux sont deux étoiles de la seconde grandeur, assez proche l'une de l'autre, situées dans le milieu de l'espace qu'il y a entre orion et la grande ourse. On les distinguera encore par le moyen d'orion, car en tirant une ligne de rigel ou β d'orion (*fig* 19) par l'étoile ζ, elle se dirige aussi vers les deux têtes des gemeaux. Enfin les deux premieres étoiles de la queue de la grande ourse ζ, ι, (*fig.* 1) avec la diagonale du carré menée par δ et β, forment une ligne qui va encore se diriger vers les deux têtes des gemeaux, après avoir passé sur une des pattes de la grande ourse.

239. Cette ligne prolongée au-delà des têtes des gemeaux passe sur les pieds des gemeaux, qui sont quatre étoiles sur une ligne droite perpendiculaire à la premiere. Cette même ligne tirée de la grande ourse aux gemeaux, étant prolongée au-delà des pieds des gemeaux, va aboutir à l'épaule orientale d'orion, c'est-à-dire à l'étoile α (235).

240. La ligne menée de rigel par l'épaule occidentale d'orion γ va rencontrer vers le nord la corne australe du taureau ζ de 3e grandeur, à la même distance de γ d'orion que celle-ci l'est de rigel, c'est environ 14°. La corne boréale du taureau β, qui appartient aussi au pied du cocher, est de la seconde grandeur, elle est sur la ligne menée par l'épaule orien-

(1) Tous les astronomes se servent de lettres grecques pour désigner les étoiles, d'après les cartes célestes ou l'*Uranométrie* de Bayer, publiée en 1603.

tale α d'orion et par la corne australe ζ, à 8° de celle-ci. L'écliptique passe entre les deux cornes du taureau.

241. Le LION peut se reconnoître par les deux étoiles précédentes α et β du carré de la grande ourse (*fig.* 1); car ces deux étoiles qui nous ont servi à trouver l'étoile polaire du côté du nord (6) indiquent le lion du côté du midi à 45° de la grande ourse. Le lion est un grand trapeze, où l'on remarque sur-tout une étoile de la premiere grandeur, appelée RÉGULUS ou le cœur du lion; elle est sur la ligne menée de rigel par procyon, mais à 37° de celui-ci; c'est une seconde maniere de la reconnoître. La queue du lion β est une étoile de la seconde grandeur, située un peu au midi de la ligne qui va de régulus à arcturus; elle est à 24° de régulus vers l'orient; elle fait un triangle presque équilatéral avec arcturus et l'épi.

242. Le CANCER ou l'écrevisse est une constellation formée de petites étoiles qui sont difficiles à distinguer. La nébuleuse du cancer est un amas d'étoiles moins sensible que celui des pléiades; on le rencontre à-peu-près en allant du milieu des gemeaux au cœur du lion, ou de procyon à la queue de la grande ourse.

243. Au midi des trois étoiles du baudrier d'orion on voit une traînée d'étoiles qui forme ce qu'on appelle l'*épée* et la nébuleuse d'orion (284): la direction de ces étoiles prolongée sur l'étoile ε, au milieu du baudrier, va passer sur la corne australe ζ du taureau, et ensuite sur le milieu de la constellation du COCHER; c'est un grand pentagone irrégulier, dont la partie la plus septentrionale est la CHEVRE (230). On rencontre aussi la chevre par le moyen d'une ligne menée sur les deux étoiles δ et α, les plus boréales du carré de la grande ourse.

244. Le BÉLIER, la premiere des douze constellations du zodiaque, est remarquable par deux étoiles de troisieme grandeur, assez voisines l'une de l'autre, dont la plus occidentale β est accompagnée d'une plus petite étoile de 4ᵉ grandeur, appelée γ, ou *la premiere étoile du bélier*, parcequ'elle étoit autrefois la plus voisine du point équinoxial: on reconnoît cette constellation par une ligne menée de *procyon* à *aldébaran*, qui va se diriger vers le bélier, 35° plus loin qu'aldébaran.

245. La ceinture de PERSÉE, entre cassiopée et la chevre, ou entre cassiopée et les cornes du taureau, est formée par 3 étoiles, dont une de la seconde grandeur passe à-peu-près au zénit de Paris. Elles forment comme un arc courbé vers la grande ourse.

ourse; la ligne tirée de l'étoile polaire aux pléiades passe sur la ceinture de persée, et suffit pour la reconnoître; mais on y peut encore employer un autre alignement, celui des gemeaux et de la chevre, dont la ligne se dirige à persée; une ligne tirée vers le sud-ouest perpendiculairement aux trois étoiles de la ceinture de persée, et la ligne menée du baudrier d'orion par aldébaran, vont sur la tête de méduse β, entre aldébaran et les deux plus belles étoiles de cassiopée: cette étoile, appelée *algol*, change de lumiere tous les trois jours (278).

247. Le CYGNE est une constellation fort remarquable, qui a la forme d'une grande croix et où il y a une étoile de seconde grandeur; la ligne menée des gemeaux à l'étoile polaire va rencontrer le cygne de l'autre côté et à pareille distance de l'étoile polaire. Cette remarque ne sert que dans les tems de l'année où on les voit ensemble sur l'horizon. Nous donnerons ci-après un autre alignement pour le cygne (249).

248. Le carré de PÉGASE est formé par quatre étoiles de seconde grandeur; la plus boréale des quatre de ce carré forme la *tête d'andromede :* la ligne tirée des deux précédentes de la grande ourse, β et α, par l'étoile polaire, va passer au-delà du pole, sur le milieu du carré de pégase. La ligne menée du baudrier d'orion par le bélier va sur la tête d'andromede; la ligne menée des pléiades par le bélier va sur l'aile de pégase γ, ou *algénib*, qui est une des quatre du carré; les deux autres sont à l'occident; la plus boréale des deux occidentales est β, *schéat;* la plus méridionale, α ou *markab.*

249. L'une des diagonales du carré de pégase se dirige au nord-ouest vers la queue du cygne α; l'autre diagonale tirée par α et par la tête d'andromede se dirige au nord-est vers la ceinture de persée; elle passe d'abord vers l'étoile β de la ceinture d'ANDROMEDE, et ensuite vers l'étoile γ au pied d'andromede. Ces deux étoiles β et γ, de seconde grandeur, divisent en trois parties égales l'espace compris entre la tête d'andromede et la ceinture de persée; la ligne qui les joint passe entre cassiopée et le bélier.

250. Les CONSTELLATIONS qui paroissent le soir en été n'ont pas de caracteres aussi marqués que celles d'hiver; mais on les reconnoîtra par le moyen des précédentes. Quand le milieu de la queue de la grande ourse, ou l'étoile ζ, est dans le méridien au-dessus de l'étoile polaire et au plus haut du ciel, ce qui arrive à 9h du soir à la fin de mai, on voit *l'épi de la* VIERGE dans le méridien du côté du midi, à 31° de hauteur à Paris; c'est une

étoile de la premiere grandeur. La diagonale du carré de la grande ourse, menée par α et γ, va marquer aussi à peu-près cette étoile par sa direction, quoiqu'elle en soit éloignée de 68°. Enfin, cette étoile fait à-peu-près un triangle équilatéral avec arcturus et la queue du lion, dont elle est éloignée d'environ 33° (242).

251. On voit alors un peu à droite et un peu plus bas que l'épi de la vierge un trapeze formé par les 4 principales étoiles du CORBEAU, qui sont aussi sur la ligne menée par la lyre et l'épi de la vierge.

252. La ligne menée des dernieres étoiles du carré de la grande ourse δ et γ, par le cœur du lion, *regulus*, va rencontrer, à 22° plus au midi, le cœur de *l'hydre;* sa tête est au midi de l'écrevisse, entre procyon et regulus, sur la même ligne, ou un peu au midi. L'hydre s'étend depuis le petit chien jusqu'au-dessous de l'épi de la vierge.

253. LA COUPE est située entre l'hydre et le corbeau, à l'occident de celui-ci; le trapeze formé par les quatre principales étoiles de la coupe est assez remarquable.

254. LA LYRE est une étoile de la premiere grandeur, l'une des plus brillantes de tout le ciel, qui fait presque un triangle rectangle avec arcturus et l'étoile polaire, l'angle droit étant vers l'orient, à la lyre.

255. LA COURONNE est une petite constellation, située près d'arcturus, sur la ligne menée d'arcturus à la lyre. On la reconnoît facilement par les sept étoiles en forme de demi-cercle dont elle est composée : il y en a une de la seconde grandeur. Les deux premieres étoiles de la queue de la grande ourse et ζ forment une direction qui va rencontrer aussi la couronne.

256. L'AIGLE contient une belle étoile de la seconde grandeur qui est au midi de la lyre et du cygne; on la distingue facilement parcequ'elle est entre deux autres étoiles β et γ, de 3e grandeur, qui forment une ligne droite avec la belle étoile et qui en sont fort proche.

257. ANTINOÜS est une petite constellation située au-dessous de l'aigle.

258. La ligne ou le grand cercle qui passe par regulus et l'épi de la vierge (c'est à-peu-près l'écliptique) va rencontrer plus à l'orient la constellation du SCORPION qui est fort remarquable; elle est composée de 4 étoiles au front du scorpion, dont une est de la seconde grandeur, qui forment un grand arc du nord au sud, et d'une étoile plus orientale, qui est comme

le centre de l'arc; cette étoile est de la premiere grandeur, et s'appelle ANTARÈS ou le cœur du scorpion. Les étoiles du front, en commençant par le nord, sont β, δ, π, ρ.

259. LA BALANCE contient deux étoiles de seconde grandeur, qui en forment les deux bassins; la ligne de ces deux étoiles est à-peu-près perpendiculaire sur le milieu de celle qui est menée depuis arcturus jusqu'au front du scorpion; car elles sont placées vers le milieu de l'intervalle et un peu au midi de cette ligne. Le bassin austral est entre l'épi de la vierge et antarès, toutes trois étant fort près de l'écliptique; il y a 21° entre l'épi et le bassin austral, et 25° entre celui-ci et antarès.

260. LE SAGITTAIRE est une constellation qui suit le scorpion, c'est-à-dire qui est un peu à l'orient; elle est sur la direction de l'épi de la vierge et d'antarès, qui suit à peu-près l'écliptique. Le sagittaire contient plusieurs étoiles de troisieme grandeur qui forment un grand trapeze, et deux étoiles du trapeze en forment un plus petit avec deux autres étoiles; mais ce second trapeze est dans un sens perpendiculaire au premier.

Le sagittaire est aussi marqué par une ligne menée depuis le milieu du cygne sur le milieu de l'aigle, car le sagittaire est environ 35° au midi de l'aigle, comme le cygne est au nord de l'aigle. Le sagittaire est encore indiqué par la diagonale du carré de pégase, menée de la tête d'andromede par α de pégase, et prolongée du côté du midi; c'est cette diagonale qui, prolongée du côté du nord, indiquoit la ceinture de persée (249).

261. Le cercle mené depuis antarès jusqu'à l'étoile polaire traverse d'abord la constellation d'OPHIUCUS ou du serpentaire, et plus haut rencontre celle d'HERCULE. Ces deux constellations étant un peu difficiles à débrouiller, je vais les suivre avec quelque détail. La ligne menée depuis antarès jusqu'à la lyre passe vers la tête d'ophiucus voisine de celle d'hercule; ce sont deux étoiles de seconde grandeur, dont la ligne se dirige vers la couronne. La plus méridionale et la plus orientale des deux est la tête d'ophiucus.

La ligne menée par ces deux têtes va rencontrer γ d'hercule 13° plus loin que celle d'hercule, et l'étoile β d'hercule est à 3° au nord-est de γ. La ligne menée de γ à β d'hercule va rencontrer ϵ d'hercule vers le nord, et cette ligne va sur α du serpent vers le midi, ou plutôt vers le sud-ouest; celle-ci forme aussi un triangle équilatéral avec la tête d'hercule et la couronne.

La ligne tirée de la tête d'ophiucus au bassin austral de la balance passe sur les étoiles ε et δ, l'une de 4e grandeur, l'autre de 2e, qui sont à 1° ½ l'une de l'autre, sur une direction perpendiculaire au milieu de cette ligne ; l'étoile δ est la plus septentrionale et la plus occidentale. Ces étoiles δ et ε se dirigent au sud-est vers ζ au genou occidental d'hercule, qui est à 7° ½ de ε, et presque vers η au genou oriental, qui est 9° ½ plus loin que ζ du côté du sud-est. Ces étoiles δ et ε se dirigent un peu au-dessous de α du serpent ; le grouppe de ces deux étoiles δ et ε d'ophiucus fait à-peu-près un triangle équilatéral avec β de la balance ou le bassin boréal, et α du serpent. Près de celle-ci est δ du serpent 4° ½ au nord-ouest, et ε qui est 3° au sud-est. La direction de ces trois étoiles indique encore δ et ε d'ophiucus, qui sont à 11° de ε du serpent.

Les étoiles β et γ, sur l'épaule orientale d'ophiucus, sont sur la ligne menée de la tête d'hercule à celle du sagittaire (260), un peu au midi et à l'orient de la tête d'ophiucus ; β est à 8°, et γ à 11° plus au midi que la tête d'ophiucus ; leur direction passe entre les deux têtes d'ophiucus et d'hercule.

262. La ligne menée de la tête d'hercule à celle d'ophiucus se dirige vers θ, extrémité de la queue du serpent, qui est à 22° de la tête d'ophiucus, vers l'occident ; c'est une étoile changeante qui varie de 3e à 5e grandeur, et que nous désignerons encore ci-après (266).

263. La ligne menée des étoiles les plus orientales de la couronne qui regardent la lyre, jusqu'à α du serpent, passe sur la tête du serpent entre γ et β de troisieme grandeur : celle-ci est la plus occidentale des deux. Le pied occidental d'ophiucus est entre antarès et β, ou la boréale au front du scorpion. Son pied oriental est entre antarès et μ, qui est la supérieure et l'occidentale, ou précédente de l'arc du sagittaire : ses deux pieds sont sur l'écliptique même.

264. Le CAPRICORNE est marqué par le prolongement de la ligne qui passe par la lyre et l'aigle ; il y a deux étoiles de troisieme grandeur α et β à deux degrés l'une de l'autre, placées sur le prolongement de cette ligne, qui marquent la tête du capricorne ; et à 20° de là, du côté de l'orient, deux autres étoiles γ et δ, situées de l'orient à l'occident à 2° l'une de l'autre, font la queue du capricorne.

265. FOMALHAUT, ou la bouche du poisson austral, étoile de la premiere grandeur, est indiquée par la ligne menée de l'aigle à la queue du capricorne, et prolongée 20° au-delà.

266. Le DAUPHIN est une petite constellation située environ 15° à l'orient de l'aigle, formée par un lozange de quatre étoiles de 3ᵉ grandeur. La ligne menée du dauphin par le milieu des trois étoiles de l'aigle, perpendiculairement à la ligne que forment ces étoiles, va passer vers θ, extrémité de la queue du serpent (262).

267. Le VERSEAU est désigné par une ligne menée de la lyre sur le dauphin, prolongée vers le midi à la même distance du dauphin que le dauphin de l'aigle, c'est-à-dire environ à 30° : le verseau est un peu à l'orient de cette ligne. En allant du dauphin à fomalhaut on traverse dans toute sa longueur la constellation du verseau, et l'on passe vers le milieu de cet intervalle entre les deux épaules α et β, qui sont deux étoiles de 3ᵉ grandeur, à 10° l'une de l'autre, les plus remarquables de cette constellation.

268. La BALEINE est une grande constellation située au midi du bélier, au-dessous de l'espace qui est entre les pléiades et le carré de pégase. La ligne menée de la ceinture d'andromede entre les deux étoiles du bélier va passer sur l'étoile α à la mâchoire de la baleine, qui est une étoile de seconde grandeur ; à 25° des deux cornes du bélier. La ligne menée de la chevre par les pléiades va passer aussi vers α de la baleine. La ligne menée par aldébaran et la mâchoire de la baleine va passer sur la queue β de la baleine, autre étoile de la seconde grandeur, qui est à 42° plus loin, tout près de l'eau du verseau.

269. Le seul carré de pégase suffit pour distinguer la baleine ; car la ligne menée par les deux étoiles les plus méridionales va vers la tête de la baleine, passant entre le bélier et le nœud des poissons, et la ligne menée par les étoiles les plus orientales du carré va vers la queue de la baleine.

En allant de la tête à la queue on passe entre γ et δ de la baleine, et un peu plus loin sur la changeante de la baleine (276) qui est quelquefois de seconde grandeur, quelquefois absolument invisible ; elle est au tiers de l'intervalle qu'il y a de la mâchoire à la queue.

270. Les POISSONS, qui forment le douzieme signe du zodiaque, sont peu remarquables dans le ciel ; l'un des poissons est placé le long du côté méridional du carré de pégase (248), sous α et γ de pégase ; l'autre poisson est placé à l'orient du carré de pégase, entre la tête d'andromede et la tête du bélier. L'étoile α au nœud du lien des poissons, qui est de 3ᵉ grandeur, est située sur la ligne menée du pied d'andromede par la tête du bélier,

et sur celle qui va des pieds des gemeaux par aldébaran à 40° à l'occident de celle-ci ; elle fait aussi un triangle rectangle avec α de la baleine et β ou γ du bélier au midi de celles-ci ; c'est l'étoile la plus remarquable de la constellation des poissons.

Je ne conduirai pas plus loin ce détail des constellations ; les autres étant plus petites et moins remarquables, on aura besoin des cartes célestes (223) pour les bien distinguer.

271. Après avoir appris à connoître le pole du monde (5), on doit être curieux de distinguer aussi le pole de l'écliptique, puisque c'est un des points les plus remarquables dans le ciel. Le pole boréal de l'écliptique est situé au nord de la tête du dragon (232), sur la ligne menée par les deux étoiles γ et δ de la grande ourse les plus voisines de la queue ; il fait un triangle presque équilatéral avec la lyre et α du cygne ; il est aussi sur les lignes menées par le milieu des deux précédentes du carré de la grande ourse et par le milieu des gardes de la petite ourse (229). Enfin le pole de l'écliptique fait un triangle rectangle et isoscele avec l'étoile polaire et ε de la petite ourse, qui est la plus septentrionale des deux dernieres de la petite ourse ; l'angle droit est à l'étoile ε.

Des étoiles changeantes et nébuleuses.

272. L'HISTOIRE fait mention de plusieurs étoiles remarquables et nouvelles qui ont paru et disparu ensuite totalement : nous en connoissons encore actuellement qui disparoissent de tems à autre, qui augmentent de grandeur et diminuent ensuite sensiblement. Il y en a d'autres qui ont été décrites par les anciens comme des étoiles remarquables, et qui ne paroissent plus ; d'autres enfin qui paroissent constamment aujourd'hui, quoiqu'elles n'aient pas été décrites par les anciens ; mais on peut attribuer une partie de ces différences à leur inattention, ou à l'erreur du catalogue des anciens, qui ne nous a été conservé qu'avec beaucoup de fautes dans l'Almageste de Ptolémée.

273. Les plus anciens auteurs, tels qu'Homere, ne comptoient que six pléiades ; Ptolémée en comptoit sept, et l'on prétendit que la septieme avoit paru avant l'embrasement de Troie : mais cette différence a pu venir de la difficulté de les distinguer et de les compter à la vue simple.

274. Il y eut des apparitions d'étoiles nouvelles, 125 ans avant notre ere, au tems d'Hipparque : (*voyez* Pline, *l. II*, *c.* 24, 26), et au tems de Hadrien, l'an 130.

Fortunio Liceti (*de novis Astris*) rapporte que Cuspinianus observa une étoile nouvelle l'an 389, près de l'aigle; qu'elle parut aussi brillante que vénus pendant trois semaines, et disparut ensuite. Il en cite plusieurs autres de différens siecles.

275. La plus fameuse de toutes les étoiles nouvelles a été celle de 1572 : elle fut remarquée au commencement de novembre, faisant un rhombe parfait avec les étoiles α, β, γ, de la constellation de cassiopée. Cette étoile parut dès le commencement fort éclatante, comme si elle se fût formée tout-à-coup avec tout son éclat; elle surpassoit sirius, la plus brillante des étoiles, et même jupiter lorsqu'il est périgée; on l'appercevoit même pendant le jour. Dès le mois de décembre 1572 elle commença de diminuer jusqu'au mois de mars 1574 qu'on la perdit de vue. Elle n'avoit aucune parallaxe sensible (441) ni aucun mouvement; d'où il est aisé de conclure qu'elle étoit beaucoup plus loin que saturne, la plus éloignée des planetes alors connues, sans quoi elle auroit eu une parallaxe annuelle sensible; elle n'avoit point de chevelure comme les cometes; mais elle brilloit comme les étoiles.

La nouvelle étoile du serpentaire, qui parut le 10 octobre 1604, fut à-peu-près aussi brillante que celle de 1572. Képler assure qu'elle n'avoit aucune parallaxe ni aucun mouvement par rapport aux autres étoiles; on cessa de la voir le 8 octobre 1605.

276. La changeante de la baleine fut remarquée par Fabricius en 1596: dans l'espace de 331^j 10^h elle paroît de seconde grandeur, et disparoît totalement, comme le 7 février 1780; mais le 21 octobre 1790 elle étoit aussi belle que la mâchoire de la baleine.

277. On a observé dans le cygne trois étoiles changeantes: la plus remarquable des trois est celle qui est appelée χ dans Bayer, et dont on observe encore les variations. Kirch remarqua en 1686 ces diversités de lumiere. Elle disparoît quelquefois, et devient ensuite de troisieme et de cinquieme grandeur; la période de ses variations est de 396^j et 21^h; Pigott l'a observée à son plus grand éclat le premier septembre 1785, mais elle n'étoit que de cinquieme grandeur.

278. La tête de méduse, *algol*, est ordinairement de seconde grandeur, mais quelquefois elle n'est que de cinquieme, comme Goodricke l'a remarqué en 1783; la période est de 2 jours 20^h 49$'$ 1$''$; elle étoit à sa moindre lumiere le 2 janvier 1794 à 2^h 30$'$ suivant la table que j'en ai donnée. Goodricke a aussi remarqué

que β de la lyre diminue de troisieme à cinquieme grandeur en 6j 9h, et δ de céphée en 5j 9h; Pigott a reconnu que l'étoile η d'antinoüs varie de troisieme à cinquieme grandeur en 7j 5h: j'en ai cité beaucoup d'autres dans mon *Astronomie*.

279. Dans la revue générale du ciel que je fais depuis 1789 pour parvenir à un catalogue de trente mille étoiles, il y en a déja 136 des anciens catalogues qui ne se trouvent point à la place qu'on leur avoit assignée, soit qu'elles aient disparu, soit qu'on se soit trompé dans les observations ou les calculs.

280. Il est difficile de se former une idée nette de la cause qui peut faire changer et disparoître les étoiles, ou nous en montrer de nouvelles. Riccioli et Boulliaud pensoient qu'il y avoit des étoiles qui n'étoient pas lumineuses dans toute leur étendue, et dont la partie obscure pouvoit se tourner vers nous plus ou moins par une rotation des étoiles (930); c'est ce qui me paroît encore de plus vraisemblable.

Maupertuis, dans son *discours sur les différ. fig. des Astres*, en 1732, ayant fait voir que le mouvement de rotation d'un astre sur son axe peut produire dans cet astre un applatissement considérable, s'en sert pour expliquer le phénomene des étoiles changeantes.

281. La voie lactée est une blancheur irréguliere qui semble faire le tour du ciel en forme de ceinture. On l'a appelée cercle de junon, chemin de S. Jacques, etc. Démocrite jugea autrefois que la blancheur de cette trace céleste devoit être produite par une multitude d'étoiles trop petites pour être apperçues distinctement; c'étoit le sentiment de Manilius, et cela est probable.

282. De même que la voie lactée forme une blancheur autour du ciel, on trouve aussi dans d'autres parties où la voie lactée ne s'étend point de petites blancheurs qui, à la vue simple, ressemblent à des étoiles peu lumineuses, et qui, dans le télescope, font une blancheur large et irréguliere, dans laquelle on ne trouve point d'étoiles, ou des espaces mêlés de cette blancheur et de petites étoiles: c'est ce qu'on appelle proprement nébuleuses; car il y en a quelques unes qui, dans la lunette, ne paroissent autre chose que des amas de petites étoiles.

283. La premiere nébuleuse proprement dite qu'on découvrit après l'invention des lunettes d'approche fut celle d'andromede remarquée en 1612 par Simon Marius: elle ne paroît à la vue simple que comme un nuage, mais dans la lunette elle paroît formée par trois rayons blancs, pâles, irréguliers, plus

clairs en approchant du centre. Elle occupe environ un quart de degré. Boulliaud dit qu'il en est parlé dans un manuscrit du dixieme siecle.

284. La nébuleuse d'orion est au-dessous du baudrier (236) : c'est la plus remarquable de toutes les nébuleuses ; cependant Huygens fut le premier qui l'observa par hasard en 1656 ; elle est d'une figure irréguliere, alongée et courbe ; sa blancheur est vive dans la lunette, et l'on n'y distingue cependant que sept petites étoiles dans une clraté pâle mais uniforme.

285. Il y a encore plusieurs nébuleuses remarquables, comme celles du sagittaire, d'antinoüs, d'hercule, du centaure, d'andromede, du serpentaire, du sagittaire, etc. Herschel a donné un catalogue de 2000 nébuleuses en 1786 et 1789, et il a reconnu que les plus belles ne sont que des amas de petites étoiles ; mais parmi les autres il y en a beaucoup qu'il n'a pu décomposer ainsi, et qui ne paroissent qu'une blancheur pâle dans le télescope.

286. La LUMIERE ZODIACALE, que Mairan compare à celle des nébuleuses, est une clarté ou une blancheur souvent assez semblable à celle de la voie lactée : on l'apperçoit après le coucher du soleil, sur-tout au commencement de mars, en forme de pyramide ou de fuseau dont le soleil est la base ; dans la zône torride on la voit constamment; elle a plus de 100° de longueur. Il paroît que cette lumiere n'est que l'atmosphere du soleil ; elle a une situation semblable à celle de l'équateur solaire (958), et paroît en forme de sphéroïde, peut-être à cause de la rotation du soleil (946). Cette lumiere zodiacale est amplement décrite dans le *traité des Aurores boréales* par Mairan, imprimé en 1731 et en 1754, *in-4°*.

287. LES AURORES BORÉALES, qui font le sujet principal du même ouvrage, sont un phénomene lumineux, ainsi nommé parcequ'il a coutume de paroître du côté du nord ou de la partie boréale du ciel, et que sa lumiere, lorsqu'elle est proche de l'horizon, ressemble à celle du point du jour ou à l'aurore.

288. On voit souvent de ces aurores boréales dans les pays du nord; on en observe rarement en Italie : on en vit une fameuse le 19 octobre 1726 à Paris, qui fut suivie de plusieurs autres : elles porterent Mairan à rechercher la cause de ces phénomenes ; et il pensa l'avoir trouvée dans la lumiere zodiacale (286).

289. Mais les aurores boréales me semblent avoir bien plus de

rapport avec les phénomenes électriques; elles font varier sensiblement la direction de l'aiguille aimantée : on assure avoir entendu dans les aurores boréales un pétillement semblable à celui des étincelles électriques. Suivant les rapports qu'on observe entre la matiere de l'aimant et celle de l'électricité, il est naturel que la matiere électrique se porte vers le nord, et sorte par les poles de la terre, vers les parties sur-tout où il y a le plus de minéraux; dans ce cas elle doit produire les aurores boréales, qui sont en effet presque continuelles dans les régions septentrionales.

Nous n'avons renfermé dans ce 1er livre que les premiers principes de la sphere et la connoissance la plus simple des constellations et des étoiles fixes : le détail de leurs mouvemens, soit réels, soit apparens, se trouvera dans le livre VII.

LIVRE SECOND.

Fondemens de l'Astronomie, et Systêmes du Monde.

290. Les premiers fondemens de l'astronomie sont ceux dont l'application doit être la plus générale et influer le plus sur tout le reste de cet ouvrage. J'ai renfermé sous ce titre, 1°. la recherche des mouvemens du soleil, auquel nous sommes obligés de rapporter tous les autres mouvemens ; 2°. les positions des étoiles fixes, qui servent à connoître exactement celles de tous les autres astres ; 3°. la mesure du tems, ses inégalités, et son équation, qui est un préliminaire de tout calcul astronomique ; 4°. la maniere de trouver l'heure du passage au méridien, du lever et du coucher d'un astre ; enfin j'y ai joint, à mesure que l'occasion s'en est présentée, les problêmes qui sont les plus usités dans l'astronomie sphérique, c'est-à-dire celle qui ne traite des astres que relativement aux cercles de la sphere.

291. Il sembleroit qu'on ne peut lire cette partie sans connoître un peu les regles de la trigonométrie sphérique, ou savoir du moins les employer, c'est-à-dire faire une regle de trois par le moyen des sinus et des logarithmes : mais on peut avoir une idée assez complete de l'astronomie sans en exécuter les calculs, et l'on peut encore les exécuter même sans connoître les démonstrations de la trigonométrie sphérique. On les trouvera dans les traités de Parcieux, Mauduit, Ozanam, Rivard, la Caille, Bezout, comme dans mon *Astronomie* ; et, après une premiere lecture des principes de cette science, on pourra s'exercer sur la trigonométrie sphérique pour relire l'astronomie avec plus de fruit, sur-tout dans le cas où l'on se proposeroit d'approfondir cette science et d'en faire des applications.

292. Il importe seulement de bien remarquer trois choses avant que d'entrer en matiere. 1°. Les angles sphériques dans le ciel sont formés par la rencontre de deux grands cercles, et sont mesurés par un autre arc de grand cercle qui auroit son pole dans le sommet de l'angle que l'on mesure : ainsi l'angle ♈ (*fig.* 18), formé par l'équateur ♈Q et par l'écliptique ♈C, est de la même quantité que l'arc CQ décrit à 90° du sommet ♈ ; l'arc est la mesure de l'angle. 2°. Les arcs perpendiculaires à

un grand cercle vont tous se rencontrer au pole de ce cercle. 3°. Dans tout triangle sphérique dont on connoît trois choses prises à volonté parmi les trois côtés ou les trois angles, on peut toujours trouver les trois autres par les regles de la trigonométrie sphérique. Ces notions suffisent pour entendre ce que nous avons à dire dans cet ouvrage. Nous n'avons pas voulu embarrasser les commencemens de ce traité par un détail ennuyeux de formules et de calculs.

Du mouvement et des inégalités du Soleil.

293. L'OBSERVATEUR qui voudroit former un cours d'observations et suivre les progrès des anciens astronomes dans leurs recherches doit commencer par déterminer la hauteur du pole ou la latitude du lieu où il est (33); il reconnoîtra la direction de l'écliptique ou du cercle que décrit le soleil en un an; enfin il reconnoîtra les points où l'écliptique coupe l'équateur (66), la quantité dont elle s'en éloigne dans les points solstitiaux (70): il sera pour lors en état de déterminer le progrès du soleil dans l'écliptique, et les points où il se trouve chaque jour (170): c'est la premiere espece d'observations dont nous ayons à parler.

294. Soit EQ (*fig.* 21) l'équateur, HO l'horizon, ES l'écliptique inclinée en E de $23°\frac{1}{2}$ sur l'équateur; S le soleil à midi au moment qu'il passe par le méridien SAB: si j'observe (23) de combien de degrés est sa hauteur au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire que je mesure l'arc SB, et que j'en retranche la hauteur AB de l'équateur, qui est toujours la même (à Paris de 41° 10′), je connoîtrai SA, distance du soleil à l'équateur, que l'on appelle *déclinaison du soleil* (91); or, dans le triangle sphérique SEA, formé par des arcs de l'équateur, de l'écliptique et du méridien, on connoît l'angle E de $23°\frac{1}{2}$, et le côté opposé SA, qui est la déclinaison du soleil, avec l'angle A qui est droit, parceque les méridiens sont nécessairement perpendiculaires à l'équateur (21): on trouvera par la trigonométrie sphérique (292) l'hypoténuse ES, qui est la longitude du soleil, c'est-à-dire sa distance au point équinoxial E, mesurée le long de l'écliptique.

295. Le côté ES, trouvé par cette proportion, n'est que la distance à l'équinoxe le plus prochain E; si l'observation avoit été faite au mois de septembre dans le tems que le soleil se rapproche de l'équateur et que sa déclinaison va en diminuant, le résultat de notre opération seroit seulement la distance à

l'équinoxe d'automne mesurée le long de l'écliptique. Soit ♈ DKCB ♎ NR (*fig.* 22) l'équateur développé en ligne droite; ♈ H ♎ ♑ l'écliptique, dont la premiere moitié ♈ H ♎, étant au-dessus ou au nord de l'équateur, a une déclinaison boréale, tandis que les six derniers signes ♎ ♑ R ont une déclinaison australe; si le soleil étoit en G avec une déclinaison BG, l'opération précédente auroit fait trouver l'hypoténuse G ♎; et son supplément à six signes, ♈ SHG, seroit la longitude du soleil. Si la déclinaison du soleil étoit australe, telle que AF, sa hauteur seroit moindre que la hauteur de l'équateur, du moins dans nos régions septentrionales; il faudroit retrancher la hauteur observée de la hauteur de l'équateur pour avoir la déclinaison; l'hypoténuse trouvée par l'operation précédente seroit ♎ A, distance à l'équinoxe d'automne, et il faudroit y ajouter 180°, ou le demi-cercle entier ♈ H ♎, pour avoir la longitude du soleil comptée depuis l'équinoxe du printems ou depuis le bélier, c'est-à-dire l'arc ♈ H ♎ A.

Enfin, si la déclinaison du soleil étant encore australe étoit comme PQ, entre le solstice d'hiver ♑ et l'équinoxe du printems R, on ne trouveroit par notre regle que l'hypoténuse PR, et il faudroit prendre son complément à 12 signes ou à 360° pour avoir la longitude entiere ♈ SHGAP, comptée d'occident en orient depuis le point d'où l'on étoit parti pour compter les longitudes.

296. Telle est la méthode dont les anciens astronomes se sont servis pour trouver chaque jour la longitude du soleil par le moyen de sa hauteur et de sa déclinaison. (Copernic, *de Revolutionibus, lib. II, c.* 14). Les astronomes modernes ont cherché le moyen de supprimer dans cette méthode la nécessité de connoître la hauteur de l'équateur, et par conséquent la déclinaison du soleil. Suivant la méthode de Flamsteed, suivie par le Monnier, la Caille, Maskelyne, et par tous les astronomes, on observe le passage au méridien (307, 313,) du soleil et d'une étoile E ou L (*fig.* 22) lorsqu'il est dans le même parallele que l'étoile E, c'est-à-dire qu'il a la même déclinaison comme en S et en G, ou qu'il est également éloigné du parallele de l'étoile L; par ces deux observations, faites à 4 ou 5 mois l'une de l'autre, on a les différences d'ascensions droites BC et CD, c'est-à-dire le mouvement total BD, dont la moitié BK est le complément de B ♎ ou ♈ D, c'est-à-dire de l'ascension droite du soleil; d'où il est aisé de conclure en même tems l'ascension droite de l'étoile ou l'arc ♈ C.

297. Connoissant l'ascension droite ♈D avec l'angle ♈, il est aisé de trouver par la trigonométrie la longitude ♈S du soleil; c'est ainsi qu'on détermine le lieu du soleil par observation pour tous les jours. On peut voir ensuite si elle augmente régulièrement ou uniformément; car, connoissant la durée de l'année (82), c'est-à-dire le tems que le soleil emploie à décrire 360°, il est aisé de trouver combien de degrés de longitude il doit avoir tous les jours de l'année, et de voir si cela est d'accord avec les degrés de la vraie longitude observée de jour à autre. En effet, lorsqu'on partage 360° ou 1296000″ en 365¼ parties, on trouve que le soleil doit faire 59′ 8″ et $\frac{3}{10}$ par jour; ainsi, en additionnant cette quantité une fois, deux fois, et jusqu'à 365 fois, on peut trouver pour tous les jours de l'année combien de degrés et de minutes doit avoir la longitude du soleil, en supposant qu'elle croisse régulièrement et d'une maniere uniforme, c'est-à-dire tous les jours d'une même quantité : la longitude ainsi trouvée pour chaque jour par l'addition successive du mouvement diurne, ou de 59′ 8″, s'appelle LONGITUDE MOYENNE.

298. Lorsque les astronomes eurent observé pendant une année de suite, en suivant la méthode précédente (294), le lieu vrai du soleil dans l'écliptique tous les jours à midi, ils virent que cette longitude vraie observée n'étoit pas toujours égale à la longitude moyenne calculée par avance pour chaque jour : la longitude vraie du soleil n'est égale à la longitude moyenne que vers le commencement de janvier et de juillet; elle est plus grande au mois d'avril d'environ 2°, ou plus exactement 1° 55′ 36″; c'est-à-dire que le premier avril le soleil est réellement au point où il devroit être le 3, ou deux jours après, s'il avoit avancé uniformément dans l'écliptique depuis le premier de janvier et si sa longitude vraie étoit toujours égale à sa longitude moyenne; au contraire, vers le commencement d'octobre, la longitude vraie est moins avancée de la même quantité que n'est la longitude moyenne : cette inégalité du soleil ou cette différence s'appelle ÉQUATION DE L'ORBITE ou *équation du centre*.

Depuis ce tems-là on a reconnu dans toutes les planetes des inégalités ou des équations semblables.

299. La premiere idée que l'on eut de la cause de cette inégalité fut qu'elle étoit seulement apparente. Le soleil, disoient les premiers philosophes, doit décrire un cercle, puisque c'est la plus parfaite de toutes les figures; et il doit le décrire uniformément, puisque le mouvement uniforme est le plus parfait de

tous : mais si la terre où nous sommes placés n'est pas le centre de ce cercle, dès lors les parties du cercle les plus éloignées de nous paroissent plus petites que les portions les plus voisines et le mouvement du soleil nous paroît plus lent dans les parties, les plus éloignées. Soit E (*fig.* 23) le centre du cercle NAPB, que décrit le soleil chaque année, et F un autre point où la terre soit placée; le soleil étant en N sera plus éloigné de nous que lorsqu'il sera en P, les espaces qu'il parcourt chaque jour nous paroîtront plus petits, et le soleil sera plus long-tems à parcourir la portion BA que la partie CD, quoique l'une et l'autre nous paroissent être de 90° étant mesurées par des angles droits BFA, CFD.

Si l'on tire par le centre E les lignes GE, HE, qui fassent aussi des angles droits, on verra bien que le quart de la révolution moyenne s'acheve de G en H, quoique le quart de la révolution vraie n'ait lieu que de A en B : les arcs BH et AG marquent l'inégalité du soleil, ou l'équation de l'orbite (482). Dans la suite on apperçut que c'étoit en un autre point K qu'il falloit placer le centre d'égalité ou le point duquel on verroit les planetes se mouvoir uniformément, et Ptolémée faisoit EK égal à EF.

300. Le point N du grand orbe qui est le plus éloigné de la terre s'appelle APOGÉE (1); et le point opposé P, où il est le plus près de nous, se nomme PÉRIGÉE (2); la quantité EF, ou la distance entre le centre de l'orbite et le point où est supposé l'observateur, s'appelle l'EXCENTRICITÉ du soleil ; la distance à son apogée s'appelle l'ANOMALIE (3); c'est par exemple l'arc AN, lorsque le soleil est en A. Quand nous aurons démontré dans le livre suivant que c'est véritablement la terre qui décrit une orbite semblable autour du soleil, nous appellerons APHÉLIE (4) le point N où la terre sera le plus éloignée du soleil F, et PÉRIHÉLIE le point P qui en sera le plus près (482).

On donne aussi en général le nom d'APSIDES (5) aux deux points extrêmes N et P d'une orbite lorsqu'on les considere re-

(1) Ἀπὸ, loin.

(2) Περὶ, autour, γῆ, *terre.*

(3) Ἀνώμαλος, inégal. *Anomalie* signifie proprement, en astronomie, l'*indication* ou l'*argument* de l'inégalité.

(4) Ἥλιος, *soleil.*

(5) *Apside* vient de ἄψις, *courbure en roue*, qui signifie aussi une tortue, parceque les apsides sont les points où l'orbite se replie pour ainsi dire en changeant de direction.

lativement au point F, où l'observateur est placé et autour duquel se fait le mouvement.

301. Ce que nous venons d'expliquer par un cercle excentrique peut s'expliquer tout de même par un cercle non excentrique, mais chargé d'un épicycle. Soit F (*fig.* 24) le centre du cercle ABL que le soleil est supposé décrire autour de la terre placée au centre ; GHK un petit cercle, appelé épicycle, dont le centre B parcourt uniformément la circonférence ABL d'occident en orient, tandis que le soleil lui-même parcourt l'épicyle en sens contraire de G en H ou d'orient en occident : on suppose que le point G de l'épicycle, que l'on appelle l'apogée, parcequ'il est le plus éloigné de la terre, se soit trouvé sur le rayon FA au commencement du mouvement ; on prend l'arc GH du même nombre de degrés que l'arc AB, et le point H est le lieu où l'on suppose le soleil, tandis que le point B est le centre de l'épicycle. Si nous prenons ensuite FE parallele et égale à BH, et que du point E comme centre nous décrivions un autre cercle NHPC, dont le rayon EH soit égal à FB ou FA ; ce cercle NHC sera précisément la même chose que l'excentrique décrit par le soleil dans l'hypothese précédente (299), tel que le supposoit Ptolémée. L'angle NEH est le même dans les deux cas ; c'est le mouvement vrai et uniforme du soleil, égal à l'arc NH, tandis que le mouvement vu du point F est plus petit, parceque la distance FN du soleil dans l'apogée est plus grande que la distance FP dans le périgée. L'arc NH décrit sur l'excentrique dans la premiere hypothese est le même que l'arc AB décrit par le centre de l'épicycle dans la seconde hypothese ; l'un et l'autre est proportionnel au tems, c'est-à-dire augmente de 59′ 8″ par jour : l'inégalité dans la premiere hypothese consiste en ce que l'arc NH est vu du point F au lieu d'être vu de son centre E ; et dans l'hypothese des épicycles c'est toujours la quantité NH vue du point F qui est le véritable arc décrit par le soleil, puisqu'il étoit en N au commencement du mouvement, et qu'il se trouve parvenu en H. Ainsi l'on expliquoit également dans ces deux hypotheses l'inégalité apparente du soleil vue de la terre, en supposant le mouvement du soleil circulaire et uniforme.

302. Cette inégalité du soleil, que tous les anciens expliquoient par le moyen d'une orbite excentrique ou d'un épicycle, et qui fut également observée dans les planetes, se remarque sur-tout dans les tems de leurs conjonctions et de leurs oppositions au soleil, c'est-à-dire quand elles sont du même côté que le

le soleil ou directement opposées ; mais toutes les fois qu'elles sont à droite ou à gauche du soleil et qu'elles ne sont pas par rapport à nous dans la même ligne que cet astre, les planetes ont pour nous une autre inégalité encore plus considérable (379); elle vient de ce que nous ne sommes point dans le soleil auquel se rapportent réellement leurs orbites, et autour duquel elles tournent : mais les anciens, qui ne connoissoient pas cette explication et qui ne comprenoient rien à la cause de cette *seconde inégalité*, se contentoient de l'expliquer par un second épicycle, ou bien par un cercle excentrique qu'ils chargeoient d'un épicycle.

303. Quand on connoît tous les jours ou la longitude ou l'ascension droite du soleil, il est aisé de voir le jour et l'heure où arrive l'équinoxe, c'est-à-dire où le soleil a zéro de longitude, et où son ascension droite et sa déclinaison sont également nulles. Les anciens observoient les équinoxes par le moyen d'un cercle ou anneau de bronze qui étoit incliné et orienté comme l'équateur ou parallele à l'équateur céleste. Sa concavité cessoit d'etre éclairée le jour que le soleil étoit dans le plan de l'équateur.

304. La DURÉE DE L'ANNÉE est une suite de la détermination des équinoxes, car l'intervalle entre un équinoxe et celui de l'année suivante est la durée de l'*année solaire* ou du retour des saisons. Si l'on prend deux équinoxes observés à 1800 ans l'un de l'autre et qu'on partage l'intervalle total en 1800 parties, on aura plus exactement la longueur de l'année (82), que j'ai trouvée de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

305. On est obligé de faire les années civiles de 365 ou de 366^j. Dans le calendrier julien, établi l'an 45 avant l'ere chrétienne, il fut décidé qu'il y auroit tous les quatre ans une année bissextile ou de 366^j; ce qui revenoit à $365^j\ 6^h$ pour chacune : mais il y avoit onze minutes à ôter. Pour cela, dans le calendrier grégorien établi en 1582, on y ajouta une exception pour les années séculaires 1700, 1800, 1900, qui ne sont point bissextiles ; il n'y a que les années 2000, 2400, 2800, etc. On retranche trois bissextiles en 400 ans. La durée de l'année, que j'ai trouvée de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$, exigeroit qu'on ôtât 28 jours au lieu de 27 en 36 siecles, ou 7^j en neuf siecles au lieu de 6 en 8 siecles ; par-là il faudroit ôter la bissextile de l'an 5200, et il n'y en auroit point entre 4800 et 5600. Mais cette différence est insensible et ne mériteroit pas qu'on altérât la simplicité de la regle.

Au tems du concile de Nicée, l'an 325, l'équinoxe arrivoit le

21 mars ; on voulut en 1582 l'y rétablir, et l'on ôta dix jours de l'année : ce qui a fait la différence du vieux style au nouveau, qui s'est accru d'un jour en 1700.

306. L'ascension droite du soleil trouvée immédiatement par la méthode précédente (303) sert à trouver celles des étoiles pour en former des catalogues. En effet, pour connoître la longitude d'une étoile ou d'un astre quelconque, il faut en observer d'abord l'ascension droite et la déclinaison. Pour connoître l'ascension droite d'un astre, il suffit de le comparer avec le soleil dont l'ascension droite peut être connue tous les jours par la méthode de l'article 303, ou bien avec une des étoiles qu'on a déterminées en même tems (296). Ainsi le problême se réduit à trouver l'ascension droite du soleil : c'est ici le terme fixe donné par la nature, d'où il faut absolument partir, et auquel on doit tout rapporter. En effet les longitudes se comptent d'un point qui n'est donné et connu que par le mouvement du soleil (puisque c'est l'intersection de la route du soleil avec l'équateur) ; ce point n'est pas marqué dans le ciel, c'est le soleil qui nous en indique la place : ce n'est donc que par le moyen du soleil qu'on peut déterminer la distance d'un astre au point équinoxial, en déterminant séparément la distance de l'astre au soleil et celle du soleil à l'équinoxe.

307. Quand on connoît exactement l'ascension droite du soleil ou d'une étoile, on observe la différence entre son passage au méridien et ceux des autres étoiles, et l'on en conclut l'ascension droite de chacune. Pour avoir l'heure du passage au méridien d'une étoile, ou la différence entre le tems de son passage et celui d'une autre étoile, on pourroit se servir d'une méridienne sur laquelle on auroit élevé des fils-à-plomb ; mais on se sert actuellement de la méthode des hauteurs correspondantes (313), ou bien d'un *instrument des passages* (336).

Pour avoir la déclinaison d'une étoile il suffit d'observer sa hauteur méridienne et de prendre la différence entre cette hauteur et celle de l'équateur, ainsi que nous l'avons fait pour le soleil (294).

308. Connoissant l'ascension droite et la déclinaison d'un astre, on trouvera sa longitude et sa latitude par la trigonométrie sphérique ; mais à cause de l'usage des sinus il faut avoir soin de prendre, au lieu de l'ascension droite donnée, la distance au plus prochain équinoxe (295).

Soit AE (*fig.* 25) l'ascension droite d'un astre quelconque ; AS la déclinaison du même astre, ou sa distance à l'équateur ;

EC l'écliptique; SB la latitude cherchée de l'astre S, mesurée par un arc perpendiculaire à l'écliptique; et EB sa longitude comptée sur l'écliptique: on imaginera un grand cercle ES, allant du point équinoxial à l'étoile pour former un triangle sphérique SEA, rectangle en A, avec l'ascension droite et la déclinaison de l'astre, et un autre triangle sphérique SBE, rectangle en B, avec la longitude et latitude du même astre. On résoudra d'abord le triangle SAE rectangle en A, dans lequel on connoît les deux côtés, et l'on trouvera l'angle SEA et l'hypoténuse SE. Par le moyen de l'angle SEA et de l'angle BEA, qui est l'obliquité de l'écliptique de 23° ½ on formera l'angle SEB, qui sera leur différence si le point S et le point B sont tous les deux au-dessus ou tous les deux au-dessous de l'équateur EA; au contraire l'angle SEB sera la somme de l'angle SEA et de l obliquité AEB si l'astre S et le point B de l'écliptique qui lui répond sont l'un au nord et l'autre au midi de l'équateur, comme dans la fig. 26. Lorsqu'on aura formé l'angle SEB, on s'en servira avec l'hypoténuse SE pour connoître la longitude EB et la latitude BS d'une étoile rapportée à l'écliptique.

C'est ainsi que l'on a construit des catalogues d'étoiles où sont marquées les longitudes et les latitudes de chacune en signes, degrés, minutes et secondes. Les plus considérables sont le catalogue britannique de *Flamsteed* et celui des étoiles australes de *la Caille*, ceux de *Mayer*, *Bradlei*, *Zach*, *Delambre*, et celui des étoiles boréales, dont j'ai publié une partie dans la Connoissance des tems de 1794 et 1795.

309. En même tems qu'on calcule la longitude il est facile de calculer *l'angle de position* formé par le cercle de latitude et le cercle de déclinaison qui passent par le même astre. Si c'est pour le soleil, on a le triangle SEA (*fig.* 21), dans lequel on connoît l'ascension droite EA (296) avec l'obliquité de l'écliptique, ou l'angle E: on trouvera l'angle S formé par l'écliptique ES et par le cercle de déclinaison SA; le complément de cet angle est GSA, c'est celui du cercle de déclinaison SA, perpendiculaire à l'équateur, et du cercle SG, perpendiculaire à l'écliptique ES. Nous en ferons usage pour le calcul des éclipses (708). Pour les étoiles c'est l'angle BSA ou BSF (*fig.* 25), formé par le cercle de latitude BS et le cercle de déclinaison SA. On le trouveroit également par la figure 27, en supposant que PZ soit le colure des solstices, P le pole du monde, et Z le pole de l'écliptique, l'angle P le complément de l'ascension droite, l'angle Z la longitude augmentée de 90°, PS le complément de

la déclinaison ou la somme de la déclinaison australe et de 90°; ZS le complément de la latitude de l'étoile: ainsi l'on peut prendre trois de ces quantités pour trouver l'angle de position PSZ.

310. Lorsqu'on eut ainsi déterminé les positions des différentes étoiles, on ne tarda pas à reconnoître que leurs longitudes augmentoient peu-à-peu. Hipparque, le plus célebre des anciens astronomes, reconnut, 128 ans avant l'ere vulgaire, que les longitudes des étoiles par rapport aux équinoxes étoient toutes plus grandes que suivant les observations de Tymocharès et d'Aristylle, 294 ans avant notre ere, et suivant la sphere d'Eudoxe, qui avoit écrit un siecle auparavant, mais dont la sphere se rapportoit à des siecles encore plus éloignés. Ce changement des étoiles en longitude est bien plus sensible aujourd'hui, quand on compare le catalogue d'Hipparque avec les nôtres, ou les observations rapportées par Ptolémée avec celles que nous faisons.

L'épi de la vierge, suivant les observations d'Hipparque, 128 ans avant notre ere, précédoit de 6 degrés l'équinoxe d'automne, c'est-à-dire, en comptant les longitudes par signes de 30 degrés chacun, que sa longitude étoit de . . . $5^s\ 24^\circ\ 0'$.

Mais on trouve pour 1750 cette longitude plus avancée que l'équinoxe, et de . . . . $6^s\ 20^\circ\ 21'$.

La différence ou l'augmentation est de . . . . $26^\circ\ 21'$.

311. Après un grand nombre de comparaisons semblables, je trouve que le changement des étoiles, ou la précession des équinoxes, est de $1^\circ\ 23'\ 30''$ par siecle, et que la révolution totale des étoiles, ou plutôt celle des équinoxes par rapport aux étoiles, est de 25773 ans. Cette quantité n'est pas parfaitement uniforme, on trouve quelque différence d'un siecle à l'autre (757).

312. Les étoiles n'étant pas toujours à la même distance des équinoxes, et s'en éloignant chaque année de $50''$, le soleil ne revient aux mêmes étoiles que $20'$ plus tard qu'aux équinoxes, parcequ'il lui faut $20'$ pour faire $50''$; ce retour est ce qu'on appelle l'*année sidérale*, et sa durée est de $365^j\ 6^h\ 9'\ 12''$, tandis que le retour des saisons, qu'on appelle aussi *année tropique*, n'est que de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$ (82); c'est cette année tropique dont on se sert pour former les années civiles du calendrier, qui sont de 365 jours, et quelquefois de 366 (art. 305).

Des Hauteurs correspondantes.

313. Les différences d'ascension droite étant le fondement de la méthode par laquelle nous venons de déterminer les lieux du soleil et des étoiles fixes (306), il est nécessaire d'expliquer ici la méthode la plus naturelle et la plus exacte qu'on ait pour déterminer ces différences d'ascension droite, ou les différences des passages au méridien entre deux astres, c'est-à-dire pour déterminer le moment où chacun des deux astres a passé par le méridien.

On a vu, à l'occasion de la maniere de tracer une méridienne (145), que les astres sont également élevés une heure avant le passage au méridien et une heure après; ainsi, pour avoir rigoureusement le tems où un astre a passé au méridien, il suffit d'observer, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où il s'est trouvé à une certaine hauteur vers l'orient en montant et avant son passage par le méridien, et d'observer ensuite le tems où il se trouve à une hauteur égale en descendant vers le couchant après le passage au méridien; le milieu entre ces deux instans à l'horloge sera le tems que l'horloge marquoit quand l'astre a été dans le méridien.

314. Supposons que le bord du soleil ait été observé le matin avec le quart-de-cercle (322), et qu'on ait trouvé sa hauteur de 21° lorsque l'horloge marquoit $8^h 50' 10''$; supposons qu'après midi l'on retrouve encore sa hauteur de 21° vers le couchant, au moment où l'horloge marquoit $2^h 50' 30''$; il s'agit de savoir combien il y a de tems écoulé entre $8^h 50' 10''$ du matin et $2^h 50' 30''$ du soir: on prendra le milieu de cet intervalle, et ce sera le moment du midi sur l'horloge dont on s'est servi, soit qu'elle fût bien à l'heure, ou qu'elle n'y fût pas.

315. Pour prendre le milieu entre ces deux instans, il faut, suivant une regle de la plus simple arithmétique, ajouter ensemble les deux nombres, et prendre la moitié de la somme; mais, au lieu de 2 heures après midi, il faut écrire 14 heures, parceque l'horloge doit être supposée avoir marqué de suite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 heures jusqu'à 14; au lieu que, dans le fait et par l'usage de l'horlogerie, elle a fini à 12

pour recommencer 1, 2, etc. Cette irrégularité de l'horloge dérangeroit le calcul si l'on n'y avoit pas égard.

Heure où le bord du soleil étoit à 21° le matin,	$8^h\ 50'\ 10''$
Heure où le bord étoit à 21° le soir	14 50 30
Somme des deux nombres.	$23^h\ 40'\ 40''$
Moitié de la somme	11 50 20

Ainsi, quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande hauteur et à distances égales des deux hauteurs observées, l'horloge marquoit $11^h\ 50'\ 20''$, c'est-à-dire qu'elle étoit en retard sur le soleil de $9'\ 40''$. Les astronomes s'inquietent peu que leurs horloges avancent ou retardent, pourvu qu'ils connoissent exactement la quantité de l'avancement ou du retard, et ils la connoissent toujours par la méthode précédente. Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée ; on voit assez que de $8^h\ 50'\ 10''$ à $11^h\ 50'\ 20''$, il y a $3^h\ 0'\ 10''$ d'intervalle, et qu'il y a la même distance entre $11^h\ 50'\ 20''$ et $2^h\ 50'\ 30''$ du soir.

316. On ne se contente pas de prendre une seule fois le matin la hauteur du bord du soleil et une fois le soir pour déterminer l'instant du midi ; on en prend 7 à 8 le matin et autant le soir sur le même bord du soleil et sur les mêmes degrés correspondans ; on compare chaque hauteur du matin avec celle du soir, qui a été prise au même degré, et l'on a autant de résultats différens qu'il y a de degrés ou de hauteurs comparées. Si l'on avoit rigoureusement bien opéré, on trouveroit par chacune le même résultat ; mais il est rare qu'il n'y ait pas de différence d'une demi-seconde ; alors on prend le milieu entre tous les résultats, en les additionnant ensemble, et divisant la somme par le nombre des résultats.

317. L'opération précédente suppose que le soleil ait décrit le matin et le soir un seul et même parallele, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire qu'il ait été depuis neuf heures du matin jusqu'à trois heures du soir à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire (191) ait été le même à la même hauteur. Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte ; car le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ 1°, il s'approche ou s'éloigne nécessairement un peu de l'équateur, et la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure.

318. On a vu (118) que l'arc diurne du parallele que décrit un astre dans la sphere oblique est d'autant plus grand que l'astre est plus près du pole élevé, c'est-à-dire par rapport à nous plus septentrional ; il en est de même de l'arc sémi-diurne, c'est-à-dire de l'arc du parallele compris entre le méridien et l'horizon : si le soleil en se couchant est plus près du pole qu'il ne l'étoit en se levant, l'arc sémi-diurne du soir est plus grand que l'arc sémi-diurne du matin, c'est-à-dire qu'il y a eu plus de tems depuis le midi jusqu'à son coucher qu'il n'y en avoit eu depuis le lever jusqu'à midi; ainsi le midi vrai ne s'est pas trouvé à égales distances entre le lever et le coucher. Il ne suffiroit donc pas de prendre un milieu entre le lever et le coucher du soleil pour avoir le moment du midi. En prenant ce milieu, l'on feroit la même chose que si l'on ajoutoit ensemble les deux arcs sémi-diurnes exprimés en tems, et que l'on prît la moitié de la somme, comme nous venons de le faire (315). Mais s'il y a un des deux nombres plus grand que l'autre de 40″, la demi-somme devra être plus grande de 20″ que le premier nombre, et l'on aura dans le résultat 20″ de trop ; il faudroit donc ôter 20″ (dans le cas où le soleil s'est rapproché du pole élevé), de la demi-somme, ou du milieu trouvé entre le lever et le coucher, pour avoir le moment du vrai midi. Le milieu pris entre les deux instans approche également du lever et du coucher ; il en est à des distances égales, puisqu'on a pris exactement un milieu ; mais le méridien est plus près du soleil levant; le soleil est donc arrivé au méridien plutôt qu'il n'est arrivé au point qui tient le milieu entre le lever et le coucher; il faut donc retrancher quelque chose de ce milieu pour avoir le moment du midi vrai.

319. Ce que nous venons de dire du lever et du coucher du soleil il le faut dire d'une hauteur quelconque, par exemple, d'un cercle parallele à l'horizon imaginé à 21° de hauteur ; le tems qu'emploîra le soleil à aller depuis ce cercle de 21° parallele à l'horizon jusqu'au méridien, sera moindre que le tems employé à aller depuis le méridien jusqu'au même cercle du côté du soir, si le soleil dans cet intervalle s'est rapproché du pole élevé : au lieu des arcs sémi-diurnes dont nous venons de parler, ce seront ici les angles horaires (191) qui augmenteront; ainsi il faudra ôter quelque chose du milieu pris entre les tems de deux hauteurs égales pour avoir le midi vrai. Ce seroit le contraire si le soleil, au lieu de s'être rapproché du nord, s'en étoit éloigné du matin au soir, l'angle horaire du soir seroit plus

petit que celui du matin, et il faudroit ajouter une petite quantité à l'instant du milieu pour avoir celui du midi.

320. Soit P le pole élevé (*fig.* 27), Z le zénit, S le soleil, ASBC un cercle parallele à l'horizon, en sorte que le point B et le point S soient à la même hauteur; PS la distance du soleil au pole le matin, PB sa distance au pole devenue plus petite le soir. Au moment où le soleil sera parvenu le soir au point B, que je suppose élevé de 21°, comme dans l'observation du matin, l'angle horaire du soir ZPB, ou la distance du soleil et de son cercle horaire PB au méridien PZA, sera plus grand que l'angle horaire du matin ZPS; on a donc deux triangles ZPS, ZPB, qui ont chacun le côté commun PZ, et les côtés égaux ZS, ZB, tous les deux de 69°, puisqu'ils font le complément de la hauteur, qui est de 21° dans les deux cas; les côtés PS et PB sont différens de la quantité dont la déclinaison du soleil a changé dans l'intervalle des deux hauteurs. Si l'on résout séparément ces deux triangles pour trouver les deux angles horaires ZPS, ZPB, on les trouvera différens; la moitié de leur différence réduite en tems à raison de 15° par heure, sera la correction qu'il faudra faire au tems du milieu des deux hauteurs égales pour avoir le véritable instant du midi, c'est l'équation des hauteurs correspondantes.

321. Par exemple, au commencement de mars, où le soleil change de déclinaison de 22′ 53″ par jour, si l'on prend des hauteurs à 9^h du matin et à 3^h du soir, on trouvera 20″ à ôter de l'heure trouvée par les hauteurs. Il y a des formules pour trouver cette équation du midi sans résoudre les deux triangles; mais il suffit d'avoir indiqué la méthode la plus facile à comprendre.

Description du quart-de-cercle mobile.

322. Le principal instrument d'astronomie, et celui qui sert pour les hauteurs correspondantes dont nous venons de parler est le quart-de-cercle mobile; c'est de tous nos instrumens celui dont l'usage est le plus ancien, le plus général, le plus indispensable, le plus commode: c'est pourquoi je vais en donner ici la description. On a déja vu la maniere dont il faut concevoir l'usage du quart-de-cercle pour mesurer des hauteurs (23); il ne s'agit plus que des détails de l'instrument porté à sa derniere perfection.

Je suppose un quart-de-cercle de trois pieds de rayon, C 3 A (*planche V*, *fig.* 33). Le limbe qui forme la circonférence ADB est assemblé avec le centre C par trois regles de fer CA, CD, CB.

de deux pouces de large, fortifiées chacune par derriere d'une regle de champ qui en empêche la flexion. Vers le centre de gravité X de la masse entiere du quart-de-cercle est fixé un axe ou cylindre de deux pouces de diametre sur 5 à 6 pouces de long, perpendiculairement au plan de l'instrument ; ce cylindre entre dans une douille, c'est-à-dire dans un cylindre creux E, représenté séparément en EE (*fig.* 36) ; cette piece, qu'on appelle *le genou*, est composée non seulement d'une douille horizontale EE, mais d'un autre cylindre *e*, fondu tout d'une piece avec la douille, et que l'on place verticalement en *n* sur le pied de l'instrument, sur lequel il tourne librement. Pour empêcher que le quart-de-cercle ne sorte de sa place, on applique derriere la douille ou le canon E (*fig.* 33) une plaque de fer qui recouvre le tout ; cette plaque est arrêtée par une forte vis, qui pénetre dans l'axe du quart-de-cercle, et qui tourne avec cet axe sans lui permettre de sortir de la douille.

323. Le double genou représenté en VST (*fig.* 36) ne sert que dans les cas où l'on veut placer le quart-de-cercle horizontalement, ou l'incliner à l'horizon pour prendre des angles sur le terrain.

Il y a des vis de pression au-dessus de la douille horizontale E, et à côté de la douille verticale F, comme on le voit au-dessous de *p*, avec lesquelles on presse le canon dans sa douille lorsqu'on veut fixer le quart-de-cercle à une hauteur donnée, ou dans un vertical déterminé, et l'empêcher de tourner.

324. Vers l'un des rayons CB du quart-de-cercle on fixe une lunette GM : c'est une découverte importante que Picard fit en 1667 pour les quarts-de-cercles : cette lunette passe dans une douille de cuivre, fixée en G par des rebords ou empattemens, où passent de fortes vis qui l'assujettissent inébranlablement sur la carcasse de l'instrument ; à l'autre extrémité M est la boîte du micrometre (534), fixée aussi par des empattemens. A l'égard du tuyau qui s'étend de G en M ; il n'importe de quelle maniere il soit fait, ce n'est que pour donner de l'obscurité dans la lunette : la solidité en est indifférente ; mais celle des deux pieces G, M, qui portent les verres, est essentielle, parceque leur solidité assure celle de l'axe optique de la lunette, qui doit être exactement parallele au plan de l'instrument, et au rayon qui passe par le point B à 90° de hauteur.

325. Au centre C de l'instrument est un cylindre de cuivre, exactement tourné, qui porte à son centre un point très-délicat

et très fin. Dans ce point on place la pointe d'une aiguille, sur laquelle on fait passer la boucle du fil à-plomb : on voit séparément en AA le cylindre, ainsi que l'aiguille *a* placée au centre. Autour de l'aiguille *a* l'on fait une boucle avec un cheveu ou un fil d'argent très fin ; à cette boucle, placée tout contre le cylindre du centre, on suspend le fil à-plomb chargé d'un poids, que l'on voit en *q* (*fig.* 33) ; ce fil marque sur la division du limbe le degré de la hauteur à laquelle est dirigée la lunette MG. L'extrémité du cylindre AA, qui porte le point du centre et la pointe de l'aiguille, doit être un peu arrondie ou convexe pour que le fil n'y éprouve pas un trop grand frottement.

326. Autour du cylindre qui porte le centre du quart-de-cercle il y a une plaque de cuivre plus large, ronde, fixée sur la charpente de l'instrument. Sur cette piece est suspendu le *garde-filet* CH (*fig.* 33) ; c'est une longue boîte de cuivre mince, soutenue vers le centre, autour duquel elle tourne pour se mettre toujours d'à-plomb, et contenir le fil à-plomb ou le cheveu qui pend du centre pour marquer la division. Ce garde-filet a une longue porte qui se ferme avec deux petits crochets, pour garantir mieux le fil de l'agitation de l'air ; on la voit ouverte sur la gauche. A la partie inférieure H est une boîte plus large : il y a des astronomes qui y placent un vase d'eau où trempe le poids du fil à-plomb, afin que la résistance de l'eau diminue les oscillations et en abrege la durée. La boîte inférieure a une porte Z, où est attaché un microscope et une lampe à deux meches ; la lampe sert à éclairer le limbe et le fil à-plomb, pour voir sur quelle division il répond ; le microscope sert à grossir les points, pour mettre facilement et exactement le fil du quart-de-cercle sur le point que l'on veut.

327. La verge de conduite ou *verge de rappel* LKI est une addition utile introduite pour mettre le fil sur tel point du limbe que l'on veut ; on la voit représentée séparément en IL (*fig.* 34 et 35) avec tous ses détails ; mais il faut supposer que la partie L (*fig.* 34) est placée au-dessus et sur le prolongement de la partie I (*fig.* 35). La tringle a trois pieds de long ; elle est logée par ses deux bouts dans deux boîtes de cuivre I, L. Quand elle est arrêtée en I (*fig.* 33), au moyen de la vis de pression *c*, qui l'empêche de glisser dans la boîte I, l'extrémité inférieure sert de point d'appui : en tournant l'écrou, qui est en *z*, l'on fait monter la boîte L, qui est fixée par une piece ou mâchoire *r*, derriere le quart-de-cercle, à la regle de champ

du limbe, par le moyen d'une cheville qui traverse et la mâchoire et la regle de champ ; en faisant mouvoir ainsi la boîte L, on fait tourner le limbe du quart-de-cercle.

328. A l'extrémité inférieure I de la verge de rappel on a pratiqué un semblable mouvement pour que l'observateur qui est occupé à regarder le fil à-plomb en *q* puisse faire tourner le quart-de-cercle d'une petite quantité, et le mettre exactement sur celui des points de la division qui approche le plus de la hauteur de l'astre qu'on se propose d'observer. Pour cet effet la boîte I (*fig.* 35) est fixée sur une piece coudée de fer ou de cuivre *f*, qui passe dans une autre boîte *g*, et se termine par une autre vis *m*, qui est prise dans un écrou arrêté par un collet sur la base de la boîte *g*, dans laquelle il tourne librement ; en faisant tourner l'écrou *m*, on fait avancer la vis, la piece *f*, et la boîte I, dans laquelle est serrée la verge de rappel par une vis de pression *c* ; cette verge est obligée d'avancer et de faire mouvoir avec elle le quart-de-cercle.

329. Le montant ON (*fig.* 33), ou pied du quart-de-cercle, est un arbre de fer de deux pouces de diametre sur trois pieds et demi de hauteur ; il se termine par un carré qui passe au travers des barres P, P, qui font les traverses du pied. Dans ce carré l'on passe une clavette au-dessous de Q ; aussitôt que les quatre arcs-boutans R ont été mis en place, on serre cette clavette Q à coups de marteau ; cela fait descendre l'arbre NO sur les arcs-boutans, et forme un assemblage ferme et invariable de l'arbre avec ses arcs-boutans R et ses traverses PP.

330. Pour caler l'instrument ou le mettre droit, on emploie les quatre vis que l'on voit aux extrémités P, P, des traverses du pied ; elles sont de cuivre et ont un pouce de diametre ; elles servent à soutenir le pied de l'instrument, à le changer pour rendre son arbre ON exactement vertical, ce qu'on reconnoît quand le fil à-plomb rase le limbe de l'instrument ; alors on peut faire tourner le quart-de-cercle sur son pied sans que le plan cesse d'être vertical, du moins sensiblement. Ces vis portent sur des coquilles de fer, qui servent par leur frottement à empêcher que le quart-de-cercle ne charie ou change de place quand on tourne la vis.

331. Le cercle azimutal *ph* a 6 pouces de diametre ; il est fixé à une douille de cuivre qui est attachée sur le pied de l'instrument ; le canon F du genou porte à son extrémité inférieure une alidade *k*, qui tourne avec le quart-de-cercle, tandis que la plaque azimutale est fixe ; l'alidade marque par

son mouvement le degré d'azimut ou le point de l'horizon auquel le plan est dirigé, du moins à-peu-près.

332. Le limbe ADB du quart-de-cercle est la piece essentielle; il a deux pouces de large; son épaisseur, qui est de quatre lignes, est formée de deux lames, une de fer et l'autre de cuivre: il est important que le limbe de cuivre soit bien dressé et que toutes ses parties soient dans un seul et même plan avec le point du centre. Pour parvenir à cette opération difficile on se sert d'une regle qu'on fait tourner autour d'un grand axe, et l'on voit si, malgré son mouvement, l'extrémité de la regle est toujours également proche du limbe dans tous ses points.

333. Les divisions les plus ordinaires consistent en des points très fins marqués de dix en dix minutes, mais que je n'ai pu indiquer que de degré en degré dans la figure. Le fil du micrometre M suffit pour tenir lieu des minutes intermédiaires. Lorsqu'on n'a point de micrometre, on divise le limbe en minutes par des *transversales* que l'on voit dans la figure 38; l'arc AB et l'arc CD étant chacun de dix minutes, et la ligne AC étant divisée en dix parties égales, si l'on tire une transversale AD avec dix cercles concentriques dans l'intervalle AC, le fil à-plomb AC marquera une minute, six minutes, etc. suivant qu'il tombera sur la premiere intersection *a*, ou sur la sixieme *f*.

334. En Angleterre les quarts-de-cercles mobiles ont une alidade ou lunette mobile, en sorte que le limbe du quart-de-cercle ne change point, et que la lunette seule tourne autour du centre, comme dans un quart-de-cercle mural (c'est-à-dire fixé contre un mur), dont les astronomes font aussi un usage fréquent. On se contente alors d'employer un fil à-plomb, qui pend sur le dernier point de la division, ou du moins qui est parallele au rayon vertical de 90° de hauteur. Mais dans ce cas-là on emploie un *vernier*, ou petite piece de division qui se place sur la lunette.

Cette division fut imaginée en 1631 à l'imitation d'une autre division donnée par Nonius en 1542. L'auteur fut Pierre Vernier, dont on donne le nom à cette partie de nos instrumens. Le vernier est une alidade ou piece de cuivre AB (*fig.* 39) qui glisse sur le limbe d'un quart-de-cercle, et dont les divisions en nombres pairs correspondent à un nombre impair de la division du limbe: si le vernier est divisé en 20 parties égales, il sera placé sous une portion de 21 parties du quart-de-cercle; il procurera le moyen de diviser chacune de celles-ci en 20 parties: en effet, si l'on

pousse l'alidade d'un vingtieme de division, l'on verra concourir la seconde division du vernier avec une division du limbe ; et si l'on voit concourir la troisieme, on sera certain d'avoir avancé l'alidade de deux parties ou de deux vingtiemes de division.

335. On ne peut se servir d'un quart-de-cercle sans l'avoir vérifié. Pour cet effet on observe la hauteur méridienne d'un astre voisin du zénit dans les deux situations de l'instrument, c'est-à-dire le limbe regardant l'orient et ensuite l'occident. Si la lunette n'est pas bien parallele à la ligne qui passe par le centre et par le commencement de la division, elle donnera une hauteur plus grande dans une situation que dans l'autre; la moitié de la différence sera l'erreur des hauteurs dont il faudra toujours tenir compte.

336. La lunette méridienne ou *instrument des passages* est un instrument aussi important dans l'astronomie que le quart-de-cercle. On le voit représenté dans la figure 37 ; la lunette AB passe au travers d'un axe CD de deux ou trois pieds de long, terminé par deux pivots qui se placent dans deux supports fixés sur une pierre. On met cet axe bien horizontal par le moyen d'un niveau, qu'on a soin de retourner dans les deux sens pour le vérifier. On rend la lunette bien perpendiculaire à l'axe en la dirigeant sur un objet terrestre dans les deux situations de l'axe, le pivot C étant d'abord à droite, ensuite à gauche ; car si la lunette répond parfaitement au même point, on est sûr qu'elle est à angles droits. Pour s'assurer que cette lunette tourne bien dans le méridien on observe une étoile circompolaire au-dessus et au-dessous du pole; si l'intervalle des passages est exactement le même, on est sûr que le vertical dans lequel se meut la lunette passe bien par le pole, et par conséquent est le vrai méridien.

Cet instrument donne les passages au méridien, et par conséquent les différences d'ascension droite aussi exactement que l'observation des hauteurs correspondantes. On éleve la lunette vers l'astre qui est près du méridien, et l'on compte l'heure, la minute et la seconde où il passe au fil de la lunette ; c'est le tems du passage au méridien.

De la Mesure du Tems.

337. Le soleil étant l'objet le plus frappant de l'univers entier, il a été pris dans tous les siecles et chez tous les peuples du monde pour la mesure naturelle du tems ; les jours

marqués par ses apparitions ont été les premieres portions de tems qu'on ait entrepris de compter.

Tous ces intervalles sont supposés d'abord égaux entre eux; les 24 heures du jour sont 24 intervalles égaux; les heures d'aujourd'hui doivent être égales à celles d'hier; et le mouvement diurne du soleil autour de la terre, qui se partage en 24 parties égales, doit être supposé uniforme pour former tous les jours 24 portions égales, dont chacune répond à 15° de l'équateur ou de l'angle au pole (182).

Ce changement diurne est produit, comme nous le ferons voir bientôt, par la rotation de la terre autour de son axe, rotation qui est supposée uniforme, parceque l'on n'a point encore apperçu de phénomenes qui puissent y dénoter quelque inégalité; on la suppose même parfaitement égale, soit pour le tems où nous sommes, soit pour les siecles passés.

338. Le soleil, par son mouvement propre d'occident vers l'orient, avance tous les jours d'environ un degré ou 59′ 8″ par rapport aux étoiles fixes (61, 297): ainsi quand une étoile qui avoit passé au méridien à midi et avec le soleil paroît avoir fait le tour du ciel, et qu'elle est revenue au méridien le jour suivant, le soleil n'y est pas encore; ayant avancé d'un degré vers l'orient, il est éloigné de l'étoile, et par conséquent du méridien, d'un degré; et comme il lui faut environ 4′ de tems pour parcourir un degré (182) par le mouvement diurne, le soleil passera par notre méridien 4′ plus tard que l'étoile, ou, si l'on veut, l'étoile y passera 4′ plutôt que le soleil; car le soleil étant l'objet le plus frappant, c'est à lui que nous rapportons tout, c'est son retour qui fait nos 24^h; et nous disons que les étoiles reviennent au méridien en 23^h 56′, tandis que le soleil y revient au bout de 24 heures. Les horloges à pendule, qu'on appelle souvent par abréviation *des pendules*, et dont on se sert dans la société, sont réglées sur le moyen mouvement du soleil, marquent les heures solaires moyennes; c'est-à-dire qu'au bout de chaque année ces horloges doivent se retrouver d'accord avec le soleil comme elles l'étoient au commencement de l'année, et tous les jours marquer 23^h 56′ 4″ dans l'intervalle du passage d'une étoile par le méridien au passage suivant. La plupart des astronomes reglent les leurs de même, afin que l'horloge puisse indiquer toujours à-peu-près l'heure qu'il est pour les usages de la société, et donner à-peu-près le tems vrai des différentes observations qu'ils ont à faire.

339. Cependant les étoiles étant fixes, tandis que le soleil avance

ou paroît avancer tous les jours d'un degré, plus ou moins, le retour de l'étoile au méridien seroit une mesure bien plus fixe, bien plus égale, que le retour du soleil; c'est le retour de l'étoile qui nous indique le mouvement entier de la sphere et la rotation complete de la terre; aussi y a-t-il eu des astronomes célebres, tels que de l'Isle, la Caille, qui régloient leurs horloges sur les étoiles, et qui pour cela les faisoient avancer de 4′ tous les jours sur le soleil. Je suis la même méthode; et j'y trouve cet avantage que la même étoile passe toujours à la même heure. Quand il s'est écoulé une heure sur cette horloge, on est sûr qu'il a passé par le méridien 15° de la sphere étoilée, et l'on a ainsi les différences d'ascension droite entre les astres qu'on observe, en convertissant à raison de 15° par heure les tems qu'on a observés entre leurs passages; c'est ce que nous appelons le *tems du premier mobile,* dont une heure fait toujours 15° du ciel par le mouvement diurne et commun, qu'on appeloit autrefois le *premier mobile.*

340. Les heures solaires sont plus longues que les heures du premier mobile, puisque le soleil emploie 4′ de plus qu'une étoile à revenir au méridien. Parlons d'abord des heures solaires moyennes, c'est-à-dire de celles que le soleil indique quand on fait abstraction des inégalités de son mouvement (298): nous parlerons bientôt aussi des heures solaires vraies, qui n'ont pas la même uniformité (359).

Les 24 heures répondent à 360° 59′ 8″, puisqu'en 24 heures solaires moyennes, non seulement l'étoile revient au méridien, ce qui complete les 360°, mais le soleil lui-même, qui avoit fait 59′ 8″ en sens contraire, y arrive à son tour, ce qui termine les 24 heures solaires moyennes. Une horloge réglée sur ces 24 heures n'indique plus 15° par heure, mais 15° 2′ 28″, qui est la 24ᵉ partie de 360° 59′ 8″, et ainsi des autres parties du tems; c'est ce qu'on appelle *convertir les heures solaires moyennes en degrés:* on trouve une table pour cet effet dans la *Connoissance des Tems* de chaque année, et elle est d'un usage continuel pour les astronomes dont les horloges suivent les heures solaires moyennes; car ils observent les différences d'ascension droite d'une étoile à l'autre, en prenant les différences de passages et comptant pour chaque heure de l'horloge 15° 2′ 28″ de la sphere étoilée. Si l'un des astres est une planete, la différence trouvée est celle qui a lieu au moment où la planete a passé.

341. Les horloges réglées sur les heures du premier mobile,

et qui suivent le mouvement diurne des étoiles, ou la rotation véritable de la terre (338), avancent tous les jours de 3′ 56″ à midi moyen sur le moyen mouvement du soleil, et ne marquent jamais l'heure du soleil, si ce n'est le jour de l'équinoxe : on trouve un avantage dans cette maniere de régler une horloge, c'est que les étoiles passent tous les jours au méridien à la même heure comptée sur l'horloge, au lieu qu'elles y passoient 3′ 56″ plutôt sur les autres horloges; mais ce *plutôt* étoit relatif au soleil, sur lequel on a coutume de régler les horloges ordinaires ; c'est une extrême facilité pour ceux qui observent beaucoup d'étoiles au méridien, que d'appercevoir d'un coup-d'œil sur l'horloge quelle est l'ascension droite de l'étoile qui va passer ; mais aussi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire une regle de trois pour savoir quel est le tems vrai de chaque observation et pour se préparer à observer le passage du soleil et de chaque planete au méridien.

342. L'ACCÉLÉRATION diurne des étoiles fixes est la quantité dont une étoile précede chaque jour le soleil, comptée en tems solaire moyen à l'instant où l'étoile passe au méridien ; c'est la quantité dont il s'en faut alors que le soleil ne soit arrivé au méridien, ou le tems qu'il lui faut pour parcourir encore les 59′ 8″ dont il avance vers l'orient par rapport à l'étoile en 24 heures solaires moyennes. Cette accélération se trouve en faisant cette proportion : 360° 59′ 8″$\frac{1}{3}$ sont à 24^h comme 360° sont à 23^h 56′ 4″, 098 (1) ; tems que l'étoile emploie à décrire les 360° ou à revenir au méridien : pour aller à 24^h, il reste 3′ 55″ 902 ; c'est l'accélération diurne des étoiles. Les 59′ 8″ que je viens d'employer pour le mouvement diurne du soleil sont moindres de 0″, 1264 que le mouvement qu'on emploie dans les tables astronomiques de 59′ 8″ 3305 par rapport aux équinoxes, parceque, dans le calcul de l'accélération, c'est le mouvement par rapport aux étoiles dont on doit faire usage, et celui-ci est plus petit, parcequ'il est la différence entre le mouvement du soleil et celui des étoiles (311).

343. L'horloge réglée sur les étoiles fixes, ou sur le premier mobile, marque toujours 0^h 0′ 0″ au moment où l'équinoxe passe au méridien, et marque toujours l'ascension droite du POINT CULMINANT (168), c'est-à-dire du point de l'écliptique qui est dans le méridien, réduite en tems à raison de 15° par heure ; ainsi, au moment que le soleil est dans le méridien,

(1) Les chiffres que nous plaçons quelquefois après les secondes sont des fractions décimales, dixiemes, centiemes, milliemes, etc. de seconde.

l'horloge

l'horloge des étoiles marque l'ascension droite du soleil en tems, et il suffit, pour savoir quelle heure elle marquera chaque jour à midi, de convertir en tems l'ascension droite du soleil pour ce jour-là. On trouve chaque année dans le livre de la *Connoissance des Tems* une colonne qui a pour titre, *Distance de l'équinoxe au soleil,* et qui n'est autre chose que le complément à 24 heures de l'ascension droite du soleil : il suffira donc à ceux qui auront ce livre entre les mains de prendre chaque jour le complément à 24 heures de la distance de l'équinoxe au soleil, et ce sera l'heure de l'horloge à midi. Ainsi, le premier janvier la distance de l'équinoxe est 5^h $10'$ (223), son complément est 18^h $50'$; c'est l'heure que l'horloge doit marquer à midi, ou plutôt 6^h $50'$, puisque dans l'usage on ne met que 12 heures sur les cadrans.

344. Les heures solaires vraies different aussi des heures moyennes, mais la différence ne va jamais au-delà de 30 secondes : nous en parlerons après avoir expliqué la différence entre le tems moyen et le tems vrai (359).

Trouver le tems vrai d'une observation.

345. Après avoir vu le moyen de chercher l'heure vraie du midi par des hauteurs correspondantes du soleil (313), l'on aura aisément l'heure vraie de toute autre observation : je suppose que l'on ait trouvé par cette méthode qu'une horloge marquoit à midi 0^h $3'$ $57''$, et que le lendemain on ait encore trouvé par la même méthode que l'horloge marquoit 0^h $4'$ $45''$ à midi, c'est-à-dire $48''$ de plus que la veille ; dans ce cas-là on voit que l'horloge avançoit de $48''$ par jour sur le soleil, elle faisoit 24^h et $48''$, tandis qu'elle ne devoit faire que 24^h $0'$ $0''$ juste par rapport au tems vrai. Supposons actuellement qu'on ait observé le commencement d'une éclipse lorsque l'horloge marquoit 9^h $30'$ $57''$; il s'agit de savoir quel est le tems vrai qui répond à cette heure de l'horloge ; on prendra d'abord la différence entre 0^h $3'$ $57''$ et 9^h $30'$ $57''$, et l'on trouvera que l'éclipse est arrivée 9^h $27'$ $0''$ plus tard sur l'horloge que le midi vrai. Mais puisque l'horloge avance de $48''$ par jour ou pendant qu'elle marque 24^h $0'$ $48''$, on fera cette regle de trois : 24^h $0'$ $48''$ sont à $48''$, comme 9^h $27'$ $0''$, dont l'observation est arrivée plus tard sur l'horloge que le midi de l'horloge, sont à $19''$, quantité dont elle a dû avancer entre midi et l'observation dont il s'agit ; on ajoutera ces $19''$ avec 0^h $3'$ $57''$ que marquoit l'horloge à midi, puisque l'avancement augmente d'un jour à l'autre, et l'on

aura $0^h\ 4'\ 16''$, quantité dont l'horloge avançoit à l'heure de l'observation ; c'est ce qu'il faut ôter de l'heure qu'elle marquoit au moment de l'observation, c'est-à-dire $9^h\ 30'\ 57''$, et il reste $9^h\ 26'\ 41''$ pour le tems vrai cherché.

346. Il est indifférent pour les astronomes que l'horloge soit bien ou mal réglée, que les heures en soient plus longues ou plus courtes que les 24 heures du soleil, que l'horloge marque l'heure qu'il est, ou qu'elle ne la marque pas ; la méthode que nous venons d'indiquer fait trouver dans tous les cas la quantité dont l'horloge avance ou retarde au moment de l'observation, et les astronomes n'ont pas besoin d'autre chose. Tout ce qu'on suppose nécessairement dans ce calcul, c'est l'uniformité du mouvement de l'horloge ; si dans 24 heures elle avance de 48'', il faut que dans 12 heures elle avance de 24'', sans quoi l'uniformité ne s'y trouveroit plus, et son mouvement ne pourroit plus servir à mesurer le mouvement diurne des astres, qui est uniforme, ou du moins que l'on suppose tel (337). Mais on a maintenant des horloges qui ne varient pas d'une seconde en un mois.

De l'équation du Tems.

347. Jusqu'ici nous n'avons parlé que du tems vrai ou tems apparent, que nous observons par des hauteurs correspondantes, du tems qui est marqué par le soleil sur nos méridiennes et nos cadrans, et qui s'emploie dans les différens usages de la société aussi bien que dans l'astronomie. Nous avons supposé que le soleil revenoit au méridien au bout de 24^h, et qu'il employoit le même tems à y revenir d'un midi au suivant que de celui-ci au troisieme : les anciens astronomes durent s'en tenir long-tems à cette supposition ; mais, en observant plus exactement, on remarqua bientôt que le soleil n'avoit pas une marche uniforme (298), et que le tems vrai mesuré par cette marche inégale ne pouvoit pas être régulier et égal. Ainsi le soleil n'est pas, à proprement parler, une juste mesure du tems, et l'heure vraie qu'il indique ne peut pas servir à mesurer le tems, dont l'essence est l'égalité ; mais le tems vrai ayant l'avantage de pouvoir être observé en tout tems, nous nous en servirons d'abord pour trouver ensuite un *tems moyen* et uniforme qui puisse être employé dans nos calculs.

348. Le tems moyen ou égal est celui que marqueroit à

chaque instant une horloge absolument parfaite, qui dans le cours d'une année auroit continué de marcher sans aucune inégalité, en marquant midi le premier et le dernier jour de l'année au même instant où le soleil est dans le méridien; cette horloge n'a pas dû marquer également midi à tous les autres jours intermédiaires, avec le soleil, car il faudroit pour cela que le soleil eût été tous les jours avec la même vitesse, ce qui n'arrive point (298).

349. Quand le soleil quitte le méridien et y retourne le lendemain, il a décrit 360° en apparence; mais véritablement il a parcouru les 360°, qui font une révolution entiere de tout le ciel étoilé, et encore un degré de plus, qui est la quantité dont le soleil s'est avancé vers l'orient parmi les étoiles fixes dans l'intervalle de son retour au méridien, et qu'il a parcouru de plus pour arriver au méridien (61, 338).

350. Pour que tous les retours du soleil au méridien fussent égaux il faudroit que ce mouvement propre du soleil vers l'orient fût tous les jours de la même quantité, c'est-à-dire de 59′ 8″; mais, à cause des inégalités dont nous avons parlé, il arrive qu'au commencement de juillet le soleil ne fait que 57′ 11″ par jour vers l'orient, et qu'au commencement de janvier il fait 61′ 11″, c'est-à-dire 4′ de plus qu'au mois de juillet le long de l'écliptique par son mouvement propre. Telle est la premiere cause qui rend les jours inégaux: l'on compte toujours 24 heures d'un midi à l'autre; mais ces 24 heures seront plus longues quand le soleil aura fait 61′ 11″, que quand il n'aura fait que 57″ 11′ vers l'orient, parcequ'il sera obligé de parcourir 4′ de plus par le mouvement diurne d'orient en occident avant que d'arriver au méridien.

351. A cette premiere cause, qui dépend de l'inégalité du mouvement solaire dans l'écliptique, il s'en joint une autre qui dépend de la situation de l'écliptique: il ne suffit pas que le mouvement propre du soleil sur l'écliptique soit égal pour rendre les jours égaux, il faut que ce mouvement soit égal par rapport à l'équateur et par rapport au méridien où il s'observe.

La durée des 24 heures dépend en partie de la petite quantité dont le soleil avance chaque jour vers l'orient; mais cette quantité devroit être mesurée sur l'équateur, parceque c'est autour de l'équateur que se comptent les heures; ce n'est donc pas seulement son mouvement propre qu'il faut considérer par rapport à l'inégalité des jours, mais c'est ce mouvement

rapporté à l'équateur. Si le soleil tournoit dans l'équateur même ou parallèlement à l'équateur, cette partie de l'équation du tems seroit nulle; et si le soleil avoit un mouvement tel qu'il continuât de répondre perpendiculairement au même endroit de l'équateur ou à des points plus avancés chaque jour de la même quantité, l'équation du tems n'existeroit point, puisque les retours au méridien seroient égaux. Par la même raison le soleil pourroit décrire un degré tous les jours dans l'écliptique, et cependant en faire plus ou moins par rapport à l'équateur, suivant qu'il en seroit plus ou moins éloigné.

352. Supposons donc le mouvement du soleil parfaitement uniforme, le soleil faisant tous les jours un arc EF ou SK (*fig.* 21) d'un degré juste : supposons qu'hier le soleil fut en S dans le méridien SB, et qu'aujourd'hui le point S étant revenu au méridien, le soleil soit en K sur un cercle de déclinaison KQ, qui doit arriver sur le méridien SAB par le mouvement diurne pour qu'il soit midi ; alors l'arc AQ de l'équateur mesure le tems qu'il faudra pour que le soleil arrive au méridien, quelle que soit la longueur de l'arc SK de l'écliptique ; cet arc n'emploiera à passer que le tems qui est mesuré par l'arc AQ de l'équateur, c'est-à-dire que si l'arc AQ est d'un degré, il faudra 4′ à l'arc SK, grand ou petit, pour traverser le méridien. Or dans la figure 21 l'on voit que AQ est plus grand que SK ; ainsi dès que SK est d'un degré, AQ est de plus d'un degré, et il faudra plus de 4′ au soleil pour arriver de K en S. La distance du soleil à l'équateur fait que l'arc KS est plus petit que l'arc AQ, parcequ'il est compris entre deux cercles de déclinaison SA et KQ, qui sont perpendiculaires à l'équateur EAQ et qui vont se rencontrer au pole, en sorte que leur distance est moindre vers K que vers Q.

Au contraire, dans les équinoxes et lorsque le soleil parcourt un arc EF d'un degré, il ne fait, par rapport à l'équateur, qu'un arc DE, qui est plus petit qu'un degré, parceque EF est l'hypoténuse du triangle EFD, et est par conséquent plus grand que le côté ED.

353. Mais que l'arc KS soit plus long ou plus court, c'est toujours l'arc AQ de l'équateur qui regle le tems employé par le soleil à venir du point K jusqu'au méridien SAB. Supposons donc que SK soit tous les jours de 59′, AQ sera plus grand dans les solstices, et le soleil retardera ; AQ sera plus petit dans les équinoxes, comme on voit que ED est plus petit que EF, et le soleil avancera. La différence entre ES et EA

sera la mesure totale de l'équation du tems pour cette partie ; car tous les jours le soleil décrit un arc EF, auquel répond un arc ED de l'équateur. Si celui-ci est plus petit, le soleil passe un peu plutôt, et quand il aura décrit EFS, ce sera la différence totale entre ES et EA qui exprimera la somme de toutes les petites différences entre les portions EF de l'écliptique et les portions ED de l'équateur.

Supposons que le soleil, au bout de 45 jours, ait fait sur l'écliptique un arc ES de 45°, l'arc AE de l'équateur ne sera que de 43°. Si le soleil avoit été sur l'équateur avec la même vitesse, il auroit fait EL égal à ES ; mais le point L passera au méridien SAB huit minutes plus tard que le point A ou le point S ; ainsi le soleil vrai avance de 8' sur le soleil moyen L, même en faisant abstraction de l'inégalité réelle de son mouvement et en le supposant mû uniformément sur l'écliptique ES. Le soleil vrai S passe au méridien avec le point A de l'équateur, c'est-à-dire 8' plutôt qu'il ne passeroit si le même mouvement EL s'étoit fait sur l'équateur.

354. Pour combiner les deux causes de l'équation du tems considérons le soleil vrai à la fin d'octobre ; son mouvement ayant été fort petit en été, il se trouve être moins avancé vers l'orient de deux degrés qu'il ne devroit l'être, et il passe au méridien huit minutes trop tôt ; il y a donc alors 8' à ôter du midi vrai, pour avoir le tems moyen à raison de la première cause. Mais alors le soleil, en avançant dans son orbite inclinée sur l'équateur, se trouve aussi répondre perpendiculairement à un point A de l'équateur qui est moins avancé de 2° que ne l'est le point S où il est parvenu ; il passe donc au méridien 8' plutôt qu'il ne devroit passer ; il a fait par exemple 45° réellement sur l'écliptique, et il répond cependant au même point que s'il n'avoit fait que 43°, mais qu'il les eût faits sur l'équateur, et ces 8' viennent de la seconde cause : ainsi dans ce cas les deux causes conspirent ; et voilà pourquoi à la fin d'octobre le soleil avance de 16' ; la pendule uniforme retarde de 16' ; le *tems moyen au midi vrai* n'est que 11^h 44', c'est-à-dire que quand le soleil vrai est dans le méridien une bonne horloge ne doit marquer que 11^h 44'.

355. On peut aussi combiner ensemble ces deux causes qui rendent inégaux les retours du soleil au méridien, en conservant un soleil moyen et uniforme qui tourne dans l'équateur, de maniere à faire chaque jour 59' 8'' (350) et les 360°, en même tems que le soleil par son mouvement propre, c'est-à-dire dans

l'espace d'un an : supposons que le soleil moyen parte de l'équinoxe du printems au moment où la longitude moyenne du soleil est zéro, toutes les fois que ce soleil moyen arrivera au méridien nous dirons qu'il est midi moyen ; et si le soleil vrai se trouve plus ou moins avancé, en sorte qu'il soit plus ou moins de midi, nous appellerons la différence ÉQUATION DU TEMS.

356. L'ascension droite moyenne du soleil se trouve marquée par le lieu de ce soleil moyen qu'on imagine tourner uniformément dans l'équateur : l'ascension droite vraie du soleil, celle qui est marquée par le cercle de déclinaison qui passe par le vrai lieu du soleil, peut différer de plus de 4° de la moyenne par les deux causes dont nous avons parlé ; ainsi le soleil vrai peut passer un quart-d'heure plutôt ou plus tard que le soleil moyen ; l'équation du tems va même jusqu'à $0^h\ 16'\ 12''$, ou à-peu-près, le 1 novembre de chaque année.

357. Il suit de ces principes que la différence entre l'ascension droite moyenne du soleil et son ascension droite vraie, convertie en tems, donnera l'équation du tems ; mais l'ascension droite moyenne est nécessairement de la même quantité que la longitude moyenne, puisque l'une et l'autre commencent et finissent à l'équinoxe, sont toujours proportionnelles au tems, et augmentent chaque jour de $59'\ 8''$; ainsi *l'équation du tems est la différence entre la longitude moyenne et l'ascension droite vraie du soleil convertie en tems.*

358. Mais nous ne pouvons dans la pratique trouver cette différence que par une double opération et d'après deux principes différens (350, 351). Soit la longitude moyenne du soleil EM sur l'écliptique, ou EL sur l'équateur, la longitude vraie ES égale à EN, et l'ascension droite vraie EA ; la différence totale AL est composée de NL et NA, savoir NL (égale à SM) qui est l'équation du soleil (298, 497), et AN qui est la différence entre la longitude vraie ES (égale à EN) et l'ascension droite vraie EA, l'une et l'autre converties en tems.

La premiere va jusqu'à $7'\ 42''$, la seconde jusqu'à $9'\ 53''$; on en trouve des tables pour chaque degré jointes à toutes les tables du soleil.

La combinaison de ces deux causes d'équation, qui s'augmentent ou se détruisent en partie réciproquement, forme *l'équation du tems,* qui ne passe jamais $16'\ 12''$, et qui est nulle quatre fois l'année, vers les 15 avril, 15 juin, 31 août, et 24 décembre.

359. Cette équation du tems, qui change de 30″ par jour vers la fin de décembre, fait que les 24 heures solaires vraies different des 24 heures solaires moyennes, tantôt en plus, tantôt en moins; les heures solaires vraies sont plus longues à la fin de décembre qu'à la fin de mars de 2 secondes chacune.

Des passages au méridien; du lever et du coucher des astres.

360. Le passage d'un astre au méridien se calcule par le moyen de la différence d'ascension droite entre le soleil et l'astre: en effet, pour trouver l'heure où une étoile doit passer, il suffit de savoir de combien elle a suivi le soleil, ou de combien son ascension droite surpasse celle du soleil; si cette différence est de 15° au moment où elle passe dans le méridien, on est sûr qu'il est une heure de tems vrai (191), qu'il y a une heure que le soleil a passé au méridien, c'est-à-dire que l'étoile passe à une heure; tel est l'esprit de la méthode générale, à laquelle il est nécessaire d'ajouter quelques considérations.

Toutes les ascensions droites qu'on trouve dans le catalogue des étoiles, et qui y sont exprimées en degrés, minutes et secondes de degrés, étant converties en tems, si l'on en retranche l'ascension droite du soleil, aussi convertie en tems, pour un jour donné, l'on aura l'heure du passage de chacune de ces étoiles pour ce jour-là. On a vu en quoi consiste la conversion des degrés en tems (191).

361. Soit ♈ (*fig.* 29) l'équinoxe du printems, que je mets toujours à l'occident ou à la droite dans toutes mes figures; M une étoile dans le méridien; ♈ M l'ascension droite de l'étoile en M comptée de l'occident vers l'orient, ou de droite à gauche quand on regarde le midi; ♈ ☉ l'ascension droite du soleil; M ☉ leur différence, ou l'ascension droite de l'étoile moins celle du soleil; cette distance M ☉ du soleil au méridien marque toujours l'heure ou le tems vrai (191); cette distance est de 15° à une heure, de 30° à deux heures. La figure fait voir que pour avoir l'heure du passage au méridien il suffit de retrancher l'ascension droite du soleil pour le même instant de celle de l'étoile; la différence M ☉, distance du soleil au méridien, étant convertie en tems, est l'heure cherchée. Pour éviter les conversions de tems en degrés et de degrés en tems, les astronomes ont coutume d'employer ces ascensions droites du soleil et des étoiles déja réduites en tems.

362. On demande le passage de la lyre au méridien le premier mai 1760, compté astronomiquement, c'est-à-dire le passage qui suivra le midi du premier mai dans l'espace de 24 heures. Je suppose l'ascension droite apparente de la lyre pour ce jour-là 277° 12′ 17″, qui, convertie en tems, est de 18^h 28′ 49″ ; la distance de l'équinoxe au soleil le premier mai à midi, tirée des éphémérides, ou le complément de l'ascension droite du soleil, de 21^h 23′ 51″ : j'ajoute l'ascension droite de la lyre avec la distance de l'équinoxe, la somme est 39^h 53′ ; j'en retranche 24^h qui font un jour entier, et j'ai 15^h 53′ pour l'heure cherchée. Cette premiere regle d'approximation pourroit être défectueuse de 4′ si l'étoile passoit à 23^h, parceque la différence d'ascension droite a été prise pour midi, et non pour 23^h ; c'est à l'heure même où l'étoile est dans le méridien que la différence d'ascension droite donne le tems vrai ; mais le changement n'est pas considérable dans l'espace de quelques heures (si ce n'est pour la lune) ; ainsi pour l'étoile on en est quitte pour calculer une seconde fois la différence d'ascension droite entre le soleil et l'étoile pour l'heure trouvée à-peu-près du passage au méridien, afin de corriger l'erreur de la premiere opération.

363. On se fait quelquefois de ce calcul une idée qui n'est pas exacte : on dit, par exemple : l'équinoxe passoit au méridien le premier mai à 21^h 24′, la lyre passoit 18^h 29′ plus tard ; donc elle passoit le 2 mai à 15^h 53′. Cela seroit exact si tous ces tems-là étoient des tems solaires vrais ; mais comme ce tems solaire est trop inégal en différens mois de l'année, on préfere de convertir les ascensions droites en tems du premier mobile ; et dès lors il n'est pas exact de dire que l'équinoxe passoit au méridien à 21^h 24′, et que la lyre y passoit 18^h 29′ après ; il y a quelques minutes de différence, et l'on leve tous les embarras en calculant la différence des ascensions droites pour l'heure même où l'étoile est dans le méridien, comme je l'ai dit. Il est vrai que dès lors on suppose connue la chose même qu'on veut chercher, c'est-à-dire l'heure du passage ; mais on la suppose connue à-peu-près, et on la cherche exactement ; or pour la connoître à-peu-près on n'a pas besoin des considérations que je viens de détailler, il ne faut qu'ajouter la distance de l'équinoxe au soleil pour midi et l'ascension droite de l'étoile.

364. L'ANGLE HORAIRE d'un astre est l'angle au pole, formé par le méridien du lieu de l'observateur et le cercle de déclinaison qui passe par l'astre dont il s'agit ; c'est encore

si l'on veut, l'arc de l'équateur compris entre le méridien et le cercle horaire de l'astre ; c'est la distance de l'astre au méridien (182). Cet angle horaire est essentiel dans les calculs astronomiques pour trouver la hauteur d'un astre à un moment donné, son azimut, et l'angle du vertical avec le cercle horaire de déclinaison.

Soit QEM l'équateur (*fig.* 30), MCD le méridien, M le milieu du ciel, ME l'arc de l'équateur qui mesure l'angle horaire, ou la distance d'une étoile au méridien, comptée d'un passage par le méridien à l'autre, c'est-à-dire d'orient en occident jusqu'à 360°; ♈☉ est l'ascension droite du soleil, ☉M est l'angle horaire du soleil mesuré par le tems vrai donné ; on les ajoutera pour avoir ♈M ascension droite du milieu du ciel, dont on ôtera l'ascension droite ♈E de l'étoile ; et l'on aura l'arc ME, qui mesure l'angle horaire de l'étoile ; d'où résulte la regle suivante : *le tems vrai réduit en degrés, moins la différence des ascensions droites (qui est celle de l'astre moins celle du soleil), sera l'angle horaire de l'astre, compté jusqu'à 24 heures et d'orient vers l'occident.* Cela revient au même que d'ajouter l'ascension droite du soleil avec le tems vrai réduit en degrés, et d'en ôter l'ascension droite de l'astre pour avoir l'angle horaire.

365. Lorsque le soleil est précisément dans l'horizon, sa distance au méridien ou son angle horaire (364) s'appelle *arc sémi-diurne ;* il répond en effet à la moitié de l'arc du parallele du soleil qui est au-dessus de l'horizon. C'est la premiere chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du lever ou du coucher (160). Soit HZO (*fig.* 31) la moitié du méridien ; HO la moitié de l'horizon ; EQ une portion de l'équateur ; P le pole ; Z le zénit ; L le soleil placé à l'horizon au moment de son lever ; ZL sa distance au zénit, qui est de 90° ; PL sa distance au pole boréal du monde ; c'est le complément de sa distance à l'équateur, ou de sa déclinaison LA, si elle est boréale ; mais c'est la somme de 90° et de cette déclinaison, si elle est australe. L'arc PZ est la distance du pole au zénit dans le lieu où l'on est, c'est-à-dire le complément de la latitude ZE ou de la hauteur du pole PO ; les trois côtés PL, PZ et ZL du triangle PZL étant connus, on en peut tirer la valeur de l'angle P par les regles de la trigonométrie sphérique ; cet angle P ou ZPL est l'angle horaire de l'astre ; c'est sa distance au méridien dans le moment où il se leve, ou son arc sémi-diurne. Quand l'arc sémi-diurne du soleil est de 8^h, on est sûr que le

soleil se levera à 4^h du matin. De même, pour trouver l'heure du coucher du soleil, il suffit d'avoir l'arc sémi-diurne du soir, c'est l'heure même du coucher du soleil ; car si l'arc sémi-diurne est de $4^h\ 5'$, comme cela arrive le 21 décembre à Paris, on est sûr que le soleil se couchera a $4^h\ 5'$. Pour calculer exactement le lever du soleil il faut avoir sa déclinaison pour le moment où il se leve, et faire le côté ZL de 90° 33', parceque la réfraction horizontale fait paroître le soleil trop élevé de 33' (747). Sa parallaxe n'étant que 8'' peut ici se négliger : mais quand il s'agit de la lune il faut retrancher de 90° 33' la parallaxe horizontale (598). A l'égard des planetes et des étoiles fixes, il faut connoître l'heure du passage au méridien (360) aussi bien que la déclinaison de la planete; et quand on a trouvé l'arc sémi-diurne ; on l'ajoute avec le passage au méridien pour savoir l'heure du coucher de la planete ou de l'étoile ; on le retranche pour avoir le lever.

366. Si le point L, au lieu d'être dans l'horizon, est à une certaine hauteur, on trouvera de la même maniere l'angle horaire P, et par conséquent l'heure qu'il est ; on est obligé d'employer cette méthode sur mer pour trouver la longitude ; c'est pour épargner ce calcul que j'ai publié en 1793 des *Tables horaires* très étendues dans mon *Abrégé de navigation.*

367. Le calcul des éclipses et ceux de beaucoup d'autres observations exigent que l'on connoisse la HAUTEUR d'un astre S (*fig.* 31) pour un moment donné, ou sa distance ZS au zénit ; on la trouve en supposant, comme dans l'article 365, que l'on connoît la distance PZ du pole au zénit, la distance PS de l'astre au pole, et l'angle horaire P, formé au pole du monde par le méridien du lieu et par le cercle de déclinaison qui passe par l'astre : cet angle horaire, quand il s'agit du soleil pour l'après-midi, est égal à l'heure donnée convertie à raison de 15° par heure ; mais pour le matin c'est son complément à 12^h, converti également en degrés. Quand il s'agit d'une étoile située en S, c'est l'ascension droite du soleil, moins celle de l'étoile, ajoutée avec le tems vrai réduit en degrés (364), ou le tems vrai, plus l'ascension droite du soleil, dont on ôte celle de l'étoile. Il faut alors résoudre le triangle PZS pour avoir le côté ZS opposé à l'angle connu, dont le complément à 90° est la hauteur SL de l'astre au-dessus de l'horizon.

368. L'angle PSZ, formé par le vertical et par le cercle de déclinaison ou cercle horaire d'un astre, est nécessaire pour avoir *l'angle parallactique* (708) qui sert à calculer les éclipses.

On peut le trouver en résolvant le triangle PZS avec les mêmes données.

Enfin on trouve l'angle PZS ou l'angle HZL qui est l'*azimut;* il est égal à l'arc LH de l'horizon compris entre le point du midi H et le point L de l'horizon auquel l'astre répond perpendiculairement.

369. L'AMPLITUDE (166) se trouve de même que l'azimut, puisqu'elle est la différence ou la somme de 90° et de l'azimut d'un astre qui est dans l'horizon.

Du Systême du Monde.

370. La question du mouvement de la terre est un des objets qui ont été le plus discutés parmi les astronomes; cependant elle n'étoit pas difficile pour de véritables physiciens: mais la peine que les esprits ont toujours à s'élever au-dessus de leurs anciens préjugés, ensuite le scrupule mal-entendu des théologiens, ont retardé long-temps le progrès de la lumiere; enfin, depuis environ un siecle, il n'y a pas eu d'astronome un peu distingué qui se soit refusé à l'évidence du *systéme de Copernic;* c'est donc celui-là que j'appellerai le *systéme du monde*, et je ne parlerai des autres que parceque l'histoire des progrès de l'esprit est toujours liée avec l'histoire de ses erreurs.

371. Le systême du monde (1) comprend les planetes principales, les satellites et les cometes : les planetes principales sont, 1° le soleil, ou plutôt la terre; 2° mercure; 3° vénus; 4° mars; 5° jupiter; 6° saturne; 7° la nouvelle planete de Herschel. Leurs élémens particuliers, ou les détails de chacun, feront la matiere du livre suivant; il ne s'agit ici que de leur disposition générale. La lune est réputée un satellite par rapport à la terre; et comme elle a des inégalités d'une espece toute différente, elle fera seule la matiere du livre IV. La théorie des satellites de jupiter et de saturne sera expliquée dans le IX[e] livre, et celle des cometes dans le X[e].

372. Mais, avant que de parler de la véritable situation des orbites planétaires, qui pour être connue exigeoit des observations et des réflexions approfondies, nous parlerons de ce qu'il y a de plus apparent et de plus simple à concevoir, et d'abord de l'hypothese ancienne, imaginée pour représenter le mouvement annuel du soleil; c'est le systême suivant lequel Ptolémée et plusieurs anciens astronomes expliquoient la disposition générale du monde; nous viendrons ensuite au systême de Coper-

(1) Σύστημα, disposition, assemblage, c'est-à-dire l'arrangement des corps célestes.

nic, et nous donnerons les preuves des mouvemens réels de la terre, dont il importe au lecteur d'être bien convaincu, avant que de passer à la théorie des planetes. Le système de Tycho-Brahé, postérieur à celui de Copernic, se trouvera réfuté par les preuves mêmes de celui-ci; enfin, les phénomenes qui résultent du mouvement de la terre viendront naturellement à la suite des preuves de ce mouvement.

373. Les anciens philosophes, qui connoissoient très-peu les circonstances du mouvement des planetes, n'avoient pas de moyens évidens pour connoître la véritable disposition de leurs orbites, et ils varierent beaucoup sur ce sujet. Pythagore et quelques-uns de ses disciples supposerent d'abord la terre immobile au centre du monde, comme chacun est porté à le croire avant que d'avoir discuté les preuves du contraire. Il est vrai que dans la suite plusieurs disciples de Pythagore s'écarterent de ce sentiment, firent de la terre une planete, et placerent le soleil immobile au centre du monde. Mais Platon fit revivre le système de l'immobilité de la terre; Eudoxe, Calippus, Aristote, Archimede, Hipparque, Sosigenes, Pline, et Ptolémée, suivirent ce sentiment. (Riccioli, *Almagestum novum*, t. II, p. 276, 279.)

374. Ptolémée, qui écrivit environ l'an 140 de notre ere ou vers les premieres années de l'empereur Antonin, est celui qui a donné son nom à ce système, parceque son *Almageste* est le seul livre détaillé qui nous soit parvenu de l'ancienne astronomie. Il essaie de prouver dans deux chapitres de cet ouvrage que la terre est véritablement immobile au centre du monde, et il place les planetes autour d'elle dans l'ordre suivant: la lune, mercure, vénus, le soleil, mars, jupiter, et saturne. Sa principale raison pour placer mercure et vénus au-dessous du soleil étoit de placer le soleil au milieu des planetes, entre celles qui ne s'en écartent jamais que jusqu'à un certain point (mercure et vénus), et celles qui lui paroissent quelquefois opposées. Pour ce qui est de l'ordre des trois autres planetes, il pensa qu'elles devoient être d'autant plus près de nous, qu'elles tournoient en moins de tems; cette loi étoit du moins indiquée par l'exemple de la lune, qui, tournant beaucoup plus vîte que le soleil, étoit évidemment plus près de nous, puisqu'elle éclipsoit si souvent le soleil: il voyoit aussi que saturne étoit la moins lumineuse de toutes les planetes, ce qui la faisoit présumer la plus éloignée, en même temps qu'elle étoit la plus lente de toutes. C'est à cela que je réduis les neuf raisons apportées par Riccioli en faveur de cette partie du système de Ptolémée.

Le systême de Ptolémée est représenté dans la figure 40; d'après son Almageste, la terre est au milieu, la lune tourne autour de la terre; ensuite mercure, vénus, le soleil, mars, jupiter et saturne. Chaque planete y est marquée sur son orbite par le signe qui lui convient (83); en sorte que cette figure n'a pas besoin d'explication.

375. Platon avoit changé quelque chose au systême de Pythagore: plusieurs auteurs disent qu'il mettoit mercure et vénus au-delà du soleil; sa raison, disent-ils, étoit que vénus et mercure n'avoient jamais éclipsé le soleil, ce qui devoit arriver si ces planetes étoient, aussi bien que la lune, plus basses que le soleil. Ce systême fut soutenu par *Théon* dans son Commentaire sur l'Almageste, et ensuite par *Géber*, le seul, entre les auteurs arabes, qui se soit écarté du systême de Ptolémée.

376. Les premiers observateurs remarquerent certainement que vénus ne s'écartoit jamais du soleil que de 45 à 48°, et mercure de 18 à 28°; mais il étoit très naturel de croire que si vénus eût tourné comme le soleil autour de la terre, elle auroit paru souvent opposée au soleil, ou éloignée de lui de 180°; aussi les Égyptiens imaginerent que vénus devoit tourner autour du soleil comme dans un épicycle, au moyen de quoi ils expliquoient très bien pourquoi elle paroissoit plus ou moins brillante dans certains tems, sans jamais cesser d'accompagner le soleil; et il en étoit de même de mercure. C'est Macrobe qui raconte avec éloge ce sentiment des anciens Égyptiens. (*Somn. Scip. lib. I, cap.* 19.)

377. Vitruve dit formellement que mercure et vénus entourent le soleil, et tournent autour de son centre, ce qui produit leurs stations (379) et leurs rétrogradations apparentes (*Archit. lib. IX, c.* 4); en sorte qu'on peut le regarder comme le plus ancien de ceux qui ont adopté ce systême des Égyptiens.

Martianus Capella, auteur du 5ᵉ siecle, développe encore mieux ce systême, et il y a un chapitre exprès de ses mélanges dont voici le titre: *Quod tellus non sit centrum omnibus planetis.* Il explique très bien que les orbites de vénus et de mercure n'environnent point la terre, mais seulement le soleil qui est au centre de leurs cercles; que ces planetes sont quelquefois au-delà du soleil, quelquefois en-deçà; que dans le premier cas mercure est moins éloigné de nous que vénus; que dans l'autre il est plus loin de nous. Ce systême des Égyptiens fut le principe des belles idées de Copernic sur le systême général du monde. Indépendamment de la preuve tirée de la proximité constante de vénus

au soleil, on y trouvoit l'avantage de rendre raison de ces inégalités, appelées *stations et rétrogradations*, sans la ressource absurde des épicycles.

378. Ptolémée faisoit tourner vénus et mercure chacun dans un épicycle autour d'un centre vuide et idéal, au lieu de transporter le même épicycle un peu plus haut autour du soleil, qui, étant un corps réel, devoit bien plus naturellement servir de centre à ces révolutions. Cette idée d'ailleurs avoit été déja celle des Egyptiens; il falloit avoir bien peu de physique pour faire des suppositions si étranges, étant si près de la vérité.

Le systême des Egyptiens est représenté dans la figure 41, tel que nous venons de le décrire; la terre est placée au centre de la figure; elle est environnée par les orbites de la lune et du soleil: le globe du soleil, en décrivant son orbite, est environné et accompagné des orbites de mercure et de vénus. Au-dessus du soleil sont les trois autres orbites, placées comme dans le systême de Ptolémée (374).

379. L'hypothese des Égyptiens satisfaisoit aux inégalités les plus remarquables de mercure et de vénus: à l'égard de mars, jupiter, et saturne, il restoit dans ces planetes des inégalités aussi singulieres à expliquer. Toutes les fois que ces planetes approchent de leur conjonction avec le soleil, ou qu'elles sont dans la même région du ciel, elles ont un mouvement propre (85), prompt et direct, c'est-à-dire vers l'orient; elles paroissent petites et fort éloignées de nous; lorsqu'elles sont opposées au soleil ou à 180° de cet astre, elles sont plus grosses, plus brillantes, elles paroissent reculer vers l'occident, et leur mouvement propre est *rétrograde*. Dans les tems intermédiaires elles sont *stationnaires*, paroissent immobiles dans le ciel, et d'une grandeur moyenne. Ces inégalités revenant toujours les mêmes toutes les fois que les planetes paroissent à même distance du soleil, il sembloit à quelques philosophes que les aspects et les rayons du soleil avoient une force ou une influence qui produisoient dans les planetes toutes ces alternatives, qui étoient en effet toujours les mêmes quand les planetes étoient à même aspect, à même élongation ou distance apparente par rapport au soleil. Les astronomes la représentoient par un épicycle; c'est ce qu'ils appeloient la seconde inégalité, la premiere étant de même espece que celle du soleil, n'ayant lieu toute seule que dans les oppositions, et ne se rétablissant qu'une fois dans la durée d'une révolution de la planete.

380. Pour que le lecteur pût comparer la simplicité du sys-

tême de Copernic avec l'absurde complication du système de Ptolémée, il faudroit rapporter l'hypothese de la seconde inégalité des planetes selon Ptolémée, au moyen de l'épicycle porté sur un excentrique; mais il vaut mieux passer à des choses plus satisfaisantes : il suffira de dire que chaque planete, étant en conjonction avec le lieu moyen du soleil, étoit supposée partir du sommet ou de l'apogée de son épicycle; elle employoit à parcourir cet épicycle tout le tems qui s'observe entre une conjonction moyenne et la suivante, c'est-à-dire le tems d'une révolution synodique (455, 558, 1100), par exemple un an et 13 jours pour saturne, tandis que chaque épicycle parcouroit l'orbite pendant la durée de la révolution périodique de la planete (85, 454).

381. Copernic, qui préféroit les cercles concentriques aux excentriques, se servoit d'un premier épicycle pour la premiere inégalité; et en faisant tourner le centre d'un second épicycle sur la circonférence du premier, il auroit pu exprimer la seconde inégalité : mais on va voir avec quel succès il évita celle-ci par le mouvement de la terre.

Toutes les planetes décrivoient leurs épicycles, suivant les anciens, précisément dans l'intervalle de tems qu'il leur falloit pour revenir en conjonction avec le soleil; en sorte que la *seconde inégalité* paroissoit dépendre du soleil (379); ainsi elle dut inspirer l'idée d'examiner si un œil placé dans le soleil ne pourrot pas voir les choses dans un ordre plus simple, et si le soleil ne seroit pas le véritable centre de tous ces mouvemens, qui avoient tant de rapport avec lui; on avoit eu recours à cet expédient pour sauver les inégalités de mercure et de vénus (377); il étoit naturel d'y recourir pour les autres planetes.

Système de Copernic.

382. Ce fut l'embarras que trouva Copernic dans les hypotheses des anciens pour expliquer la seconde inégalité des planetes (379, 392) qui lui fit souhaiter de pouvoir les simplifier, ou en imaginer une qui fût moins absurde et moins compliquée. Il nous apprend dans la préface de son livre (*de Revolutionibus orbium*, *Norimbergæ*, 1543) que dans cette intention il avoit commencé, vers l'an 1507, par lire tout ce qu'il avoit pu trouver là-dessus dans les anciens philosophes, pour savoir s'il n'y en avoit aucun qui eût attribué à la sphere d'autres mouvemens que ceux dont on parloit depuis si long-

tems dans les écoles. Voici ce qu'il y trouva de plus remarquable.

Cicéron dit que *Nicétas* de Syracuse, au rapport de Théophraste, avoit pensé que le ciel, le soleil, la lune, les étoiles, ne tournoient point chaque jour autour de la terre, mais que la terre seule, tournant sur son axe avec une très grande vitesse, faisoit paroître tout le reste en mouvement. Plutarque raconte aussi que *Philolaüs* le pythagoricien, qui vivoit environ 450 ans avant notre ere, vouloit que la terre eût un mouvement annuel autour du soleil dans un cercle oblique, tel que celui qu'on attribuoit au soleil. *Héraclide* de Pont, et *Ecphantus*, pythagoricien, attribuoient, à la vérité, un mouvement à la terre, mais seulement sur son axe, semblable à celui d'une roue. Héraclide et les autres pythagoriciens soutenoient que chaque étoile étoit un monde, qui avoit, comme le nôtre, une terre, une atmosphere, et une étendue immense de matiere éthérée. Aristote (*de Cœlo, lib. II*, *cap.* 13) dit aussi que les philosophes d'Italie, appelés *Pythagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, et mettoient la terre au nombre des planetes qui tournoient autour du soleil comme leur centre commun.

383. Diogene Laërce, dans la vie de Philolaüs, dit que les uns lui attribuoient la premiere idée du mouvement de la terre, et que les autres l'attribuoient à Nicétas. Il paroît même que c'étoit l'opinion de la secte ionique fondée par Thalès; et probablement il l'avoit apportée de l'Égypte, où il avoit voyagé 600 ans avant l'ere vulgaire. Archimede dit la même chose d'Aristarque de Samos, qui vivoit 280 ans avant l'ere vulgaire. On cite encore Anaximandre et Séleucus parmi ceux qui admettoient le mouvement de la terre. On peut y ajouter ce passage remarquable de Séneque sur les rétrogradations des planetes : « Il s'est « trouvé des philosophes qui nous ont dit : Vous vous trompez « en croyant qu'il y ait des astres qui rétrogradent et qui s'ar« rêtent; cette bizarrerie ne peut avoir lieu dans les corps « célestes ; ils vont du côté où ils ont été jetés ; ils ne sus« pendent jamais leurs cours ; ils ne changent jamais leur direc« tion. Pourquoi donc paroissent-ils quelquefois retourner en « arriere ? C'est le soleil qui en est cause : leurs orbes ou leurs « cercles sont placés de maniere à nous tromper dans certains « tems, tout ainsi qu'on croit souvent immobile un vaisseau « qui va pourtant à pleines voiles ». (*Sen. quæst. nat. l. VII,* c. 25 et 26.) Il faut voir, sur les idées des anciens philosophes,

à

à cet égard les observations de Freret, *Acad. des inscript. t. XVIII, p.* 102.

Des autorités si positives donnerent de la confiance à Copernic, et lui firent admettre d'abord le mouvement diurne, ou le mouvement de rotation de la terre sur son axe. Ce simple mouvement retranchoit de la physique des milliers de mouvemens à chaque jour: la simplicité de cette hypothese suffisoit pour la faire admettre, et c'est une véritable démonstration pour tout homme qui peut s'affanchir des préjugés de son enfance.

384. En effet, quand on voit cette concavité immense de tout le ciel remplie d'une multitude d'étoiles, qui sont toutes à des distances prodigieuses de nous, des planetes qui ont toutes des mouvemens contraires à ce mouvement de tous les jours; quand on réfléchit à la petitesse de la terre en comparaison de toutes ces énormes distances, il devient impossible de concevoir que tout cela puisse tourner à la fois d'un mouvement commun, régulier et constant, en 24 heures de tems, autour d'un petit globe tel que la terre. Non seulement le mouvement diurne de tous les astres en 24 heures autour de la terre est une chose invraisemblable, j'ose dire qu'elle est absurde, et qu'il faut être aveuglé par le préjugé ou l'ignorance pour pouvoir se prêter à cette idée. Toutes ces planetes qui sont à des distances si différentes, et dont les mouvemens propres sont si différens les uns des autres; toutes ces cometes qui semblent n'avoir presque aucune ressemblace avec les autres corps célestes; toutes ces étoiles fixes que les lunettes nous font voir par millions dans toutes les parties du ciel; tous ces corps, dis-je, qui n'ont aucun rapport les uns avec les autres, qui different tout autant que le ciel et la terre, qui sont indépendans l'un de l'autre, et à des distances que l'imagination a peine à concevoir, se réunitoient donc pour tourner chaque jour tous ensemble et comme tout d'une piece autour d'un axe ou aissieu, lequel même change de place. Cette égalité dans le mouvement de tant de corps, si inégaux d'ailleurs à tous égards, devoit seule indiquer aux philosophes qu'il n'y avoit rien de réel dans les mouvemens diurnes; et, quand on y réfléchit, elle prouve la rotation de la terre d'une maniere qui ne laisse point de soupçon et à laquelle il n'y a point de réplique.

Enfin, depuis qu'à l'aide des lunettes nous voyons sans aucune espece d'incertitude le soleil et jupiter tourner sur leur axe (970), il est encore plus difficile de révoquer en doute la ro-

tation de la terre, qui est incontestablement moins grosse que le soleil.

385. Les anciens étoient obligés de supposer des spheres solides et transparentes comme le crystal, où ils enchâssoient tous les astres, et ils faisoient tourner ces calottes sphériques les unes dans les autres: Riccioli même est obligé d'y avoir recours (*Almag. nov. II*, 288). Mais depuis qu'on a vu les planetes se rapprocher visiblement de nous, et s'en éloigner ensuite, depuis qu'on a vu des cometes descendre si près de la terre, et remonter ensuite à perte de vue, les cieux solides sont une absurdité démontrée; il devient donc également absurde de supposer que le ciel entier puisse tourner tous les jours et tout à la fois, tandis qu'il est composé de tant de milliers de pieces détachées, sans qu'aucune paroisse jamais recevoir plus ou moins de mouvement que les autres, même en décrivant des cercles qui sont tous de grandeurs différentes; à moins qu'on n'y applique des intelligences conductrices, occupées sans cesse à empêcher l'effet des loix du mouvement qui sont établies d'ailleurs dans toute la nature.

386. Riccioli oppose à tout cela des passages de l'Écriture, où il est dit que le soleil se leve et se couche (410). Il emploie 200 pages in-folio à disserter sur ce système; il propose 77 argumens contre le mouvement de la terre, et réfute 49 argumens qu'il suppose que l'on peut faire en faveur du système de Copernic. De toutes les preuves qu'il produit contre le mouvement de la terre, les seules qui me paroissent mériter quelque considération se réduisent toutes à l'argument de Ptolémée (*Almag. lib. I*), que Buchanan a exprimé dans les vers suivans:

Ipsæ etiam volucres, tranantes aëra leni
Remigio alarum, celeri vertigine terræ
Abreptas gemerent silvas, nidosque tenella
Cum sobole, et cara forsan cum conjuge; nec se
Auderet zephyro solus committere turtur. *Sphæræ L. I.*

« Les oiseaux dans les airs verroient la terre et les forêts « fuir sous leurs pieds; ils verroient leurs nids, leurs petits, et « peut-être leurs femelles, entraînés par le mouvement diurne « de la terre vers l'orient; la tourterelle n'oseroit jamais s'éloi- « gner de la surface de la terre par la crainte de perdre sa de- « meure. »

387. Copernic (*L. I, c.* 8), Képler, Ptolémée lui-même, y avoient déja répondu. Il est impossible que des corps terrestres

et que l'atmosphere de la terre, qui depuis tant de siecles tiennent à la terre, et tournent avec elle, n'en aient pas reçu un mouvement commun, une impression et une direction communes; la terre tourne avec tout ce qui lui appartient, et tout se passe sur la terre mobile comme si elle étoit en repos. Il est étonnant que Tycho, Riccioli, et tous ceux qui ont répété le même argument sous tant de formes différentes, n'aient pas su que, lorsqu'on jette une pierre du haut du mât d'un vaisseau qui va le plus vite, elle tombe directement au pied du mât, comme quand le vaisseau étoit en repos: le mouvement du vaisseau est communiqué d'avance au mât, à la pierre, et à tout ce qui existe dans le vaisseau, en sorte que tout arrive dans ce navire comme s'il étoit immobile; il n'y a que le choc des obstacles étrangers qui fait qu'on en apperçoit le mouvement lorsqu'on est dans le navire: mais comme la terre ne rencontre aucun obstacle étranger, il n'y a absolument rien dans la nature, ni sur la terre, qui puisse par sa résistance, par son mouvement, ou par son choc, nous faire appercevoir le mouvement de la terre. Ce mouvement est commun à tous les corps terrestres; ils ont beau s'élever en l'air, ils ont reçu d'avance l'impression du mouvement de la terre, sa direction et sa vitesse, et, lors même qu'ils sont au plus haut de l'atmosphere, ils continuent à se mouvoir comme la terre. Un boulet de canon qui seroit lancé perpendiculairement vers le zénit retomberoit dans la bouche du canon, quoique pendant le tems que le boulet étoit en l'air le canon ait avancé vers l'orient avec la terre, de six lieues par minute, par le seul mouvement de rotation. La raison en est évidente; ce boulet, en s'élevant en l'air, n'a rien perdu de la vitesse que le mouvement de la terre lui a communiqué; ces deux impressions ne sont point contraires; il peut faire une lieue vers le haut pendant qu'il en fait six vers l'orient; son mouvement dans l'espace absolu est la diagonale d'un parallélogramme dont un côté a une lieue et l'autre six; il retombera par sa pesanteur naturelle en suivant une autre diagonale, et il retrouvera le canon qui n'a point cessé d'être situé, aussi bien que le boulet, sur la ligne qui va du centre de la terre jusqu'au sommet de la ligne où il a été lancé.

388. Pour que le boulet restât en l'air sur une même ligne perpendiculaire au point d'où il étoit parti sans tourner avec la terre, il faudroit qu'il y eût une cause en l'air qui détruisît l'impression générale que ce boulet avoit reçue par le mouvement de la terre; mais nous n'en connoissons aucune;

le boulet doit donc continuer de tourner autour du centre de la terre, lors même qu'il s'en éloigne par l'impulsion de la poudre. La premiere et la plus générale des loix du mouvement est qu'un corps déterminé une fois à se mouvoir dans une direction, continue uniformément et sur la même ligne, s'il n-y a pas de cause qui retarde ou anéantisse son mouvement; cette loi s'observe et se vérifie par-tout : il n'est donc pas étonnant que les oiseaux, les nuages, les boulets, continuent d'avoir le même mouvement que la terre, lors même qu'ils s'en éloignent, et qu'ils la suivent dans son mouvement.

389. Mais si les corps terrestres ne peuvent déceler le mouvement de la terre, tout ce qui est éloigné de la terre nous fait appercevoir ce mouvement : nous sommes sur un vaisseau qui se meut paisiblement sans que nous nous en appercevions; mais celui qui est sur le vaisseau voit les côtes et les villes s'éloigner de lui, *provehimur portu, terræque urbesque recedunt:* nous voyons de même les planetes, les étoiles et tout le ciel sans aucune exception se mouvoir du même sens, et tout ce qui est hors de la terre nous avertit de notre mouvement.

390. Tandis que l'on ne voit contre le système de Copernic aucune espece d'argument, nous avons au contraire une preuve bien physique et bien démonstrative de la rotation diurne de la terre, par la diminution de pesanteur des corps qui sont sous l'équateur; diminution qui est proportionelle à la force centrifuge qui naît de la rotation de la terre (816,1011), et qui produit la figure applatie de la terre, qui est encore une autre preuve du mouvement diurne.

391. Le mouvement diurne de la terre sur son axe une fois admis, il devenoit plus facile d'admettre un second mouvement de la terre dans l'écliptique; celui-ci étoit indiqué par le phénomene des stations et des rétrogradations des planetes (379), qui deviennent de pures apparences quand on admet le mouvement de la terre, et qui sont des singularités inexplicables dans chaque planete, lorsqu'on suppose la terre immobile.

392. C'est un phénomene observé dès le tems d'Hipparque dans toutes les planetes, qu'après avoir paru se mouvoir quelque tems d'occident en orient, suivant l'ordre des signes, elles s'arrêtent peu-à-peu et rétrogradent ensuite. La rétrogradation de saturne dure environ 136 ou 140 jours sur une année, ou plutôt sur une révolution synodique ou un retour à sa conjonction (454); celle de jupiter 118 ou 122; celle de

nars entre 59 et 79 ; celle de vénus 42 ou 44 ; celle de mercure 21 à 23 jours sur 115 que dure sa révolution synodique. L'arc de rétrogradation, c'est-à-dire la quantité dont les planetes reviennent vers l'occident, est de 6 à 7° pour saturne, de 10° pour jupiter ; il va de 11 à 19° pour mars ; il est de 15 à 17° pour vénus ; il est entre 8 et 17° pour mercure. Ces rétrogradations reviennent toutes les fois que les planetes s'approchent de leurs oppositions ou de leurs conjonctions avec le soleil, c'est-à-dire que ces inégalités pour toutes les planetes dépendent du mouvement apparent du soleil. Pour les expliquer dans le systême de Ptolémée, il falloit faire mouvoir chaque planete dans un épicycle par un mouvement qui dépendoit de la longueur de l'année, et qui étoit différent pour chaque planete : toute cette complication disparoît dans le systême de Copernic ; ainsi cet astronome devoit être bien plus porté à l'admettre que les anciens pythagoriciens qui ne connoissoient pas ces inégalités des planetes ; et ce fut en effet la premiere raison qu'eut Copernic de chercher d'autres hypotheses que celles de Ptolémée pour expliquer les mouvemens planétaires ; aussi dès le tems de Galilée et de Képler, en 1600, les plus célebres astronomes étoient du même sentiment que Copernic : tous les progrès que l'on a faits ensuite dans l'astronomie ont produit sur cette matiere de nouvelles démonstrations ; il n'y a plus aucune raison de douter, ni aucune objection raisonnable à faire contre le mouvement de la terre.

393. Le systême de Copernic est représenté dans la figure 42 ; le soleil est au centre du monde ; les planetes tournent autour de lui dans l'ordre suivant ; mercure, vénus, la terre, mars, jupiter et saturne, à des distances du soleil qui sont entre elles comme les nombres 4, 7, 10, 15, 52, et 95, quoiqu'on n'ait pas observé ces proportions dans la figure. Ces nombres, qui sont les plus simples et les plus faciles à retenir, sont tels que chaque unité vaut un peu plus de trois millions de lieues : on verra bientôt la maniere de trouver ces distances (450). La terre est environnée par l'orbite de la lune qu'elle entraîne avec elle, ainsi que jupiter est entouré par les 4 orbites de ses satellites, et saturne par 5 autres satellites, dont on traitera dans le IXe livre.

Nous parlerons de l'explication des phénomenes qui résultent de ce systême (412), après que celui de Tycho nous aura donné l'occasion de démontrer encore mieux la vérité du systême de Copernic, qui sera la base de tout le reste de cet ouvrage.

Du systême de Tycho-Brahé.

394. Nous ne parlons du systême de Tycho qu'après avoir parlé de celui de Copernic, pour suivre l'ordre des tems et celui des ouvrages qui ont été faits là-dessus; il est vrai que le systême de Tycho a du rapport avec celui de Ptolémée, puisque l'un et l'autre sont fondés sur le mouvement du soleil, et supposent la terre fixe; mais il a encore plus de rapport avec le systême de Copernic, puisque dans tous les deux les cinq planetes tournent autour du soleil, et que Tycho s'est conformé à cet égard aux démonstrations de Copernic, sans lequel il ne se seroit point élevé aussi haut.

Le systême de Tycho est représenté dans la figure 43, que j'ai tirée de son ouvrage sur la comete de 1577, imprimé à la suite de ses Lettres astronomiques, et qui est intitulé, *Tychonis-Brahe Dani de mundi ætherei recentioribus phœnomenis.* La terre T est placée au centre de la figure; elle est environnée d'abord par l'orbite de la lune, et ensuite par celle du soleil. Autour du soleil S, comme centre, sont décrits cinq autres cercles pour représenter les orbites de mercure, de vénus, de mars, de jupiter et de saturne; et le soleil, accompagné de toutes ces orbites, est supposé tourner autour de la terre T, qui est cependant beaucoup plus près de lui que les orbites de jupiter et de saturne.

395. Le systême de Tycho avoit été déja souteuu, du moins en partie, par les Egyptiens (376). Thycho ayant reconnu comme eux que vénus et mercure tournoient évidemment autour du soleil, crut qu'il en pouvoit être de même des trois autres planetes; la conclusion étoit assez naturelle, elle rendoit uniformes les hypotheses de toutes les planetes, et supprimoit tous les épicycles de la seconde inégalité, par le seul mouvement du soleil.

Tycho avoit une raison de plus pour soutenir ce systême; Copernic avoit démontré, 50 ans avant lui, que l'on expliquoit de la maniere la plus naturelle et la plus simple les phénomenes bizarres et singuliers des stations et rétrogradations de toutes les planetes, en les faisant tourner toutes autour du soleil. Tycho-Brahé étoit trop éclairé pour ne pas voir la beauté, la simplicité, et par conséquent la vérité de ce systême; mais son respect pour quelques passages de l'écriture, qu'il interprétoit mal, l'empêchoit d'adopter le mouvement de la terre. Enfin,

il avoit peine à concevoir ce déplacement de notre globe ; accoutumé avec le vulgaire à le considérer comme la base éternelle et le fondement immobile de toute stabilité ; il conserva donc tout ce qu'il put du systême de Copernic, c'est-à-dire le mouvement de toutes les planetes autour du soleil ; mais il fit tourner le soleil lui-même, accompagné de toutes ces planetes, autour de la terre.

396. Tycho ne vouloit pas cependant qu'on crût qu'il n'avoit fait que retourner le systême de Copernic pour former le sien : voici à quelle occasion il dit l'avoir imaginé : il observa soigneusement, en 1582, mars en opposition ; il jugea qu'il étoit plus près de nous que le soleil ; et dès lors les hypotheses de Ptolémée ne pouvoient plus avoir lieu (1), car, suivant Ptolémée, mars devoit être plus loin que le soleil. D'un autre côté, Tycho crut remarquer que les cometes, observées en opposition par rapport au soleil, n'étoient point affectées du mouvement annuel de la terre (2), comme cela devoit arriver dans le systême de Copernic ; cela lui fit rejeter l'hypothese de Copernic ; et dès lors il ne resta plus d'autres moyens d'expliquer la proximité de mars à la terre, si ce n'est par le systême qu'il proposa.

« J'avois remarqué, dit-il ailleurs, que l'ancien systême de « Ptolémée n'étoit point naturel ; la multitude des épicycles « dont il se sert pour expliquer les mouvemens des planétes « par rapport au soleil, leurs stations et leurs rétrogradations, « et une partie de leurs inégalités apparentes, est superflue ; « ces hypotheses même pechent contre les principes de l'art « en supposant ces mouvemens égaux, non autour de leur « centre propre et naturel, mais autour d'un point étranger, « c'est-à-dire, d'un autre cercle excentrique, qu'on appelle « l'*équant*. Mais aussi je n'approuvois pas cette nouveauté in« troduite par le grand Copernic, à l'exemple d'Aristarque « de Samos, dont parle Archimede dans son livre *de Arenæ* « *numero*, adressé à Gélon, roi de Sicile, quoiqu'elle corrige « de la maniere la plus savante tout ce qu'il y a d'inutile et « de défectueux dans le systême de Ptolémée, et qu'elle ne « renferme rien qui soit contre les principes des mathéma« tiques : cette lourde masse de la terre, si peu propre au

(1) Cette raison est imaginaire, car Tycho n'avoit aucun moyen de s'assurer de la distance de mars.

(2) C'étoit une erreur (406).

« mouvement, ne sauroit être ainsi déplacée et agitée d'une « triple maniere, comme le seroient des corps célestes, sans « choquer les principes de la physique; l'autorité des saintes « écritures s'y oppose. Je parlerai ailleurs de ces divers incon- « veniens, comme aussi de celui qu'il y auroit à supposer un « espace immense entre l'orbite de saturne et la huitieme « sphere, qui ne seroit occupé par aucun astre (404). Je voyois « donc que des deux côtés il y avoit des absurdités; je me « mis à examiner sérieusement s'il y avoit quelque hypothese qui « fût parfaitement d'accord avec les phénomenes et les prin- « cipes mathématiques, sans répugner à la physique, et sans « encourir les censures de la théologie; je réussis au-delà de « mes espérances. Je pense d'abord qu'il faut décidément et « sans aucun doute placer la terre immobile au centre du « monde, en suivant le sentiment des anciens astronomes ou « physiciens, et le témoignage de l'écriture, etc. ».

397. Quoique Tycho regardât le mouvement de la terre comme un paradoxe de théologie et de physique, il reconnoissoit son utilité en astronomie. « J'avoue, dit-il, que les « révolutions des cinq planetes, que les anciens attribuoient à « des épicycles, s'expliquent aisément et à peu de frais par « le simple mouvement de la terre; que les anciens mathé- « maticiens ont adopté bien des absurdités et des contradic- « tions que Copernic a sauvées, et qu'il satisfait même un « peu plus exactement aux apparences célestes ». Mais on voit ensuite que Tycho regardoit le témoignage de l'écriture sainte comme le plus grand obstacle au système de Copernic. Cela paroit encore dans une lettre à Rothmann, du 21 février 1589.

398. Longomontanus, astronome célebre, qui vécut pendant dix ans chez Tycho-Brahé à Uranibourg, dont Tycho fait mention d'une maniere honorable, et qui contribua à l'édition de ses œuvres, ne put se résoudre à admettre tout-à-fait le sentiment de Tycho; il admit le mouvement de rotation (*Astronomia Danica*), pour éviter de donner à toute la machine céleste cette vîtesse incroyable du mouvement diurne, qui par sa force centrifuge disperseroit bientôt les étoiles et les planetes, à moins qu'on ne supposât les cieux solides (385), ou des intelligences conductrices.

399. Il en est de même d'Origan, dans l'épître dédicatoire de ses Ephémérides, et d'Argoli, dans son *Pandosium*, c. 3. Il y a moins de difficultés à proposer contre ce système, que contre celui de Tycho; mais on a vu que le mouvement an-

nuel est aussi bien prouvé que le mouvement diurne (392); et il n'y a aucune raison pour s'y refuser dès qu'on a admis celui-ci.

Objections contre le système de Copernic.

400. Tous les motifs tirés de la simplicité, de l'élégance du système de Copernic, et du parfait accord qu'on trouve dans toute l'astronomie en l'adoptant, équivalent à une démonstration pour tout physicien qui n'est pas prévenu d'avance contre la possibilité du mouvement de la terre; il s'agit donc de répondre aux difficultés qu'on peut former contre ce mouvement; et dès lors il ne restera rien à desirer, sur-tout quand on y ajoutera les preuves directes que l'on a du mouvement de la terre (384 390 409).

401. Je réponds sur-tout aux objections de Tycho-Brahé contre le système de Copernic, parceque son témoignage est d'un si grand poids, sa réputation en astronomie mérite tant d'égards, qu'il importe de montrer que si Tycho avoit eu moins de préjugés et s'il eût été instruit de ce qu'on a observé depuis sa mort, il ne seroit demeuré presque aucune des objections qu'il faisoit contre ce système.

402. Il demande à Rothmann (*Epist. astron. pag.* 167), comment il se peut faire qu'un boulet jeté du haut d'une tour, tombe toujours exactement dans le point qui lui répond perpendiculairement au pied de la tour; mais on sait aujourd'hui, par les premiers principes de la mécanique et par l'expérience des vaisseaux, que le boulet ne doit point quitter la tour (387).

403. On ne peut imaginer, dira-t-on, que la terre se renverse tous les jours, et que dans douze heures nous aurons la tête en bas: mais il est démontré par l'expérience des voyageurs que nous avons des antipodes qui ont les pieds tournés vers les nôtres (140); ainsi nous serons placés dans douze heures comme ils le sont actuellement; l'un n'est pas plus difficile à concevoir que l'autre.

404. Tycho ne pouvoit admettre la distance énorme à laquelle doivent se trouver les étoiles dans le système de Copernic pour que l'orbe annuel de la terre y paroisse comme insensible (767). Il n'est pas vraisemblable, dit-il, que l'espace compris depuis le soleil jusqu'à saturne soit 700 fois plus petit que la distance des étoiles fixes, sans qu'il y ait d'autres astres dans l'intervalle; c'est cependant ce qu'il faut supposer. D'ailleurs les étoiles de

la troisieme grandeur, dont le diametre apparent est d'une minute, seroient égales à l'orbe annuel de la terre tout entier, si elles ont seulement une parallaxe annuelle d'une demi-minute: que sera-ce des étoiles de la premiere grandeur qui ont 2 ou 3 minutes de diametre apparent?

Ces objections de Tycho n'auroient pas eu lieu dans ce siecle-ci; il auroit appris que les cometes, par des orbites beaucoup plus grandes que celle de saturne, remplissent une partie de cet espace immense dont le vide lui paroissoit inconcevable; il auroit su, par la découverte des lunettes, que le diametre apparent des étoiles de la premiere grandeur n'est pas d'une seconde (768), et qu'ainsi l'on n'est point obligé de les supposer d'une grandeur si prodigieuse. Mais quand il faudroit admettre un intervalle immense vide d'étoiles et de planetes, et convenir que les étoiles fixes que nous appercevons sont incomparablement plus grosses que le soleil, il n'en résulteroit rien de positif contre le système de Copernic; les étoiles, plus rapprochées et plus petites dans le système de Tycho, sont une chose trop indifférente pour former une preuve, ou même une présomption contre le mouvement de la terre. Copernic avoit prévu l'objection (*lib. I, c.* 10); mais il pensa qu'on devoit plutôt admettre cette grande distance des étoiles que la grande quantité de mouvemens qui auroient lieu si l'on supposoit la terre immobile.

405. Tycho demande encore comment on peut concevoir le mouvement du parallélisme de l'axe de la terre (414), et comment un seul et même corps peut avoir ainsi deux mouvemens différens, l'un qui transporte le centre du globe, et l'autre qui change la position de son axe. Mais le parallélisme de l'axe de la terre n'est point un changement ni un mouvement particulier, comme le suppose Tycho, qui en fait toujours ce qu'il appelle *un troisieme mouvement de la terre*; c'est une situation de l'axe, qui ne change point, parcequ'il n'y a aucune cause qui la fasse changer; il suffit que l'axe ait été dirigé une fois vers un point du ciel pour qu'il continue d'y être toujours dirigé, quoique la terre ait un mouvement annuel suivant une certaine direction; il n'y a aucune raison physique ni mathématique d'où l'on puisse conclure que l'axe du mouvement diurne se dirigera perpendiculairement à l'orbe annuel plutôt que sous une inclinaison de 23°: il n'y a entre ces deux mouvemens aucune connexion ni dépendance (930): dans le tems que la terre a reçu un mouvement de projection, toutes les

parties ont acquis des vitesses et des directions paralleles et égales: si elle avoit eu auparavant un mouvement de rotation, il auroit continué, et cela n'eût rien changé à la situation et au mouvement des différentes parties de la terre les unes par rapport aux autres; les deux poles n'ayant point de rotation et recevant la même impulsion parcourroient le même espace, et l'axe resteroit par conséquent parallele à lui-même. Il y a dans ce cas-là une compensation entiere des parties supérieures aux parties inférieures, et elles conservent toutes le mouvement de rotation qu'elles avoient auparavant, c'est-à-dire que chaque particule se meut dans une direction parallele à celle qu'elle suivoit d'abord quand le corps étoit fixe. Lorsqu'une toupie tourne sur la table par un mouvement de rotation qui lui a été imprimé, cette table peut être transportée, et même lancée de haut en bas, de droite à gauche, obliquement, circulairement, sans qu'il en résulte aucune différence dans le mouvement de la toupie; on peut lancer cette toupie suivant la direction qu'on voudra, sans qu'elle cesse pour cela de tourner sur le même axe. Un boulet qui sort du canon tourne presque toujours sur son axe mais tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, suivant la situation des obstacles qu'il aura éprouvés avant de sortir du canon; cela n'est point incompatible avec l'explosion et n'en dépend aucunement. (*Nouveaux principes d'artillerie* de Robins.)

406. Tycho croyoit trouver dans les cometes une objection très forte contre le système de Copernic, en disant qu'elles seroient affectées par le mouvement annuel (396), et que l'on n'observoit rien de semblable; mais Tycho avoit observé peu de cometes; s'il eût vu celle de 1681, dont la route est si compliquée et si bizarre en apparence que Cassini y crut voir deux cometes différentes, et devient une courbe exacte et réguliere quand on tient compte du mouvement de la terre; s'il eût vu ces cometes dont la route tortueuse en apparence est représentée avec la derniere précision par une seule courbe décrite autour du soleil, et combinée avec le mouvement de la terre, comme on le verra dans le Xe livre, il eût changé probablement de langage, et ce qui fut pour lui une raison de rejeter le système de Copernic en eût été au contraire la plus forte démonstration.

407. Tycho étoit obligé, pour faire tourner les planetes autour du soleil, d'imaginer une espece de force centrale ou de tendance vers cet astre: « Quelle est, je vous prie, écrit-il à « Rothmann, la matiere tenace par laquelle certains corps, « comme le fer et l'aimant, s'unissent et se cherchent mu-

« tuellement, malgré les corps interposés ? Si cette force a
« lieu naturellement dans les corps terrestres inanimés,
« pourquoi ne l'imagineroit-on pas dans les corps célestes,
« que les platoniciens et les philosophes les plus sages ont
« regardés comme étant pour ainsi dire animés ou doués
« d'une vertu divine? etc. »

Tycho concevoit donc déja une certaine force de connexion entre les planetes et le soleil, comme on l'a prouvé depuis (991) : or cette force s'étend jusqu'à saturne, c'est-à-dire bien au-delà de la terre. Comment donc imaginer que la force du soleil, capable de retenir des planetes plus grosses que la terre et à de plus grandes distances, ne pût cependant rien sur celle-ci, et qu'au contraire le soleil, armé de ce vaste cortege et étendant sa force jusqu'aux extrémités de ce système immense, fût cependant forcé de tourner sans cesse autour d'une terre plus petite et moins éloignée que les planetes sur lesquelles il étendoit son action ? Il est clair que c'est dans le système de Tycho-Brahé une véritable absurdité.

408. En matiere de physique on ne sauroit donner une démonstration rigoureuse et précise comme dans la géométrie pure ; si un homme, placé fortuitement et pour la premiere fois dans un vaisseau et sur un fleuve, s'étoit persuadé d'avance fortement par quelque motif de prévention que ce vaisseau est immobile, on auroit beau lui montrer la terre, les arbres et le rivage en mouvement, lui dire que tout cela ne sauroit être emporté à la fois du même sens; que le mouvement seul de son navire est la cause de toutes ces apparences et suffit pour expliquer tous les mouvemens qu'il apperçoit ; s'il ne l'a jamais éprouvé lui-même en descendant à terre, s'il n'a point vu de bâtiment avancer sur l'eau, s'il a ouï dire cent fois le contraire, il pourra toujours vous répondre que peut-être vous avez raison, mais qu'il n'a jamais éprouvé si cela est bien vrai. Tel est le cas du physicien qui voudroit démontrer au peuple le mouvement de la terre ; il lui fera voir des milliers d'étoiles qui paroissent toutes avancer du même sens, quoiqu'elles soient à des distances prodigieuses les unes des autres ; il lui dira qu'on ne peut même imaginer une cause commune pour tant de corps isolés et indépendans les uns des autres, capable de les entraîner à la fois et de leur faire faire un tour entier tous les jours autour d'une petite masse de terre que l'on n'appercevroit pas si l'on étoit placé vers une étoile : le physicien lui dira encore qu'un seul mouvement de rotation dans le petit globe

de la terre, qui n'a que 1432 lieues de rayon, suffit pour causer cette infinité de mouvemens apparens. Tout cela ne sauroit convaincre ceux qui n'ont pas assez de physique pour éloigner les préjugés ; mais il suffit d'avoir une foule de raisons à proposer, tandis qu'on ne sauroit faire une seule objection physique contre le mouvement de la terre.

409. On doit regarder d'ailleurs comme des démonstrations directes et positives du mouvement de la terre l'accourcissement du pendule vers l'équateur (390; 807), la figure applatie de la terre (816), l'aberration des étoiles (liv. VII), et tous les phénomenes qui prouvent l'attraction générale des corps célestes (liv. XII), parceque cette loi ne sauroit subsister sans le mouvement de la terre ; c'est le premier fondement de toute astronomie et de toute physique céleste. Ainsi l'on peut dire qu'un traité d'astronomie est lui-même l'assemblage de cent preuves différentes du mouvement de la terre : l'enchaînement de toutes les parties de cet ouvrage se trouveroit rompu si l'on cessoit d'admettre ce mouvement.

410. Riccioli insiste principalement sur les témoignages de l'écriture, qu'on nous a si sérieusement opposés : Josué, c. 10, v. 13; ps. 92, v. 1; ps. 103, v. 5; Ecclésiaste, c. 1, v. 5; Isaïe, c. 38, v. 8; Juges, c. 5, v. 20; 3e livre d'Esdras, c. 4, v. 34: mais quand on les lit sans préjugé, on y voit un langage ordinaire, qui ne pouvoit être différent sans devenir inintelligible et ridicule, et l'on n'y voit rien qui paroisse tenir au dogme ni à la physique. Du reste plusieurs auteurs ecclésiastiques ont accumulé des raisonnemens de toute espece pour faire sentir que les différens passages de l'écriture où il est parlé du mouvement du soleil peuvent s'entendre de celui de la terre sans leur faire violence. Il y auroit un zele bien étrange à prétendre exclure des livres des prophetes toutes les expressions qui sont reçues dans la société, et que les astronomes mêmes emploient comme les autres. Au reste la cour de Rome n'a plus de scrupule à cet égard ; on a même ôté de la derniere édition de *l'index* l'article qui concernoit tous les livres où l'on soutient le mouvement de la terre ; et, lorsque j'étois à Rome, en 1765, je vis qu'il y avoit lieu d'espérer que bientôt on rendroit plus expressément aux physiciens toute liberté à cet égard.

411. La conclusion naturelle de tout ce qui précede est que le système de Copernic est le seul qu'on puisse admettre ; il est prouvé autant qu'une chose physique peut l'être. Ainsi la

terre tourne véritablement sur son axe et autour du soleil de même que les autres planetes, et il n'y a aucune objection physique ni morale à faire contre ces deux mouvemens. Cela sera encore mieux démontré après que nous aurons expliqué tous les phénomenes de l'astronomie par le moyen de ce double mouvement.

Explication des phénomenes dans le systême de Copernic.

412. Le mouvement diurne de tout le ciel s'explique avec une extrême facilité dans le systême de Copernic. On a vu (384) que c'étoit la principale raison qui l'avoit fait admettre ; il suffit en effet que nous tournions autour de l'axe de la terre, d'occident en orient, pour que tous les astres paroissent tourner au contraire d'orient en occident. Un habitant placé sous l'équateur, et tournant dans ce plan, verra successivement toutes les étoiles qui sont dans l'équateur passer à son zénit ; et au bout de 24^h elles y reviendront. Pour les autres pays, soit BDAE (*fig.* 44) le globe de la terre ; BA l'axe de la terre dirigé vers le point P du ciel, DE le parallele circulaire que décrit un point D de la terre par son mouvement diurne ; F est le point de la sphere céleste qui répond verticalement au point D de la terre, G le point qui répond verticalement au point E ; la ligne CDF, qui est la ligne du zénit ou la verticale du point D, tourne avec ce point autour du centre C et de l'axe CP ; elle décrit par ce mouvement la surface d'un cône, dont le sommet est au centre C de la terre, et dont la base s'étend de F en G ; le cercle céleste FG, parallele à l'équateur, est la base du cône que décrit la ligne du zénit CDF ; il n'est pas dans le même plan que le parallele terrestre DE, mais il lui correspond parallèlement, il fait partie du même cône, il est compris entre les mêmes lignes, puisque tous les points de ce parallele céleste FG sont éloignés du pole céleste P du même nombre de degrés que le point D est éloigné du pole A de la terre : la ligne du zénit CDF rencontrera dans les 24^h tous les points du ciel qui sont à la même distance du pole P, c'est-à-dire tous les points qui sont sur le parallele céleste FHG, et ils paroîtront tous à son zénit. C'est ainsi qu'à Paris nous voyons successivement passer au zénit les constellations de cassiopée, d'andromede, de persée, du cocher, de la grande ourse et du dragon, parceque notre verticale ou la ligne de notre

zénit va les rencontrer tour-à-tour, et se placer sur ces différentes constellations, qui sont toutes à 41° du pole du monde P, ou du point vers lequel est dirigé l'axe CA de notre mouvement diurne. Ainsi chacune de ces constellations décrit le parallele qui est à 41° du pole; car pour cela il suffit que, l'étoile restant toujours à 41° du pole, nous répondions successivement à tous les points du même cercle; quand nous serons à 1° de l'étoile, elle nous paroîtra à 1° du méridien, et ainsi de tous les autres points du parallele.

413. Le mouvement annuel s'explique avec la même facilité dans le système de Copernic; tout ce que nous avons dit du mouvement apparent du soleil dans l'écliptique (298 *et suiv.*) a lieu en conséquence du mouvement de la terre: quand la terre est dans le bélier, le soleil paroît dans la balance, qui est le signe opposé; la terre avance de 30°, et se place dans le taureau, le soleil paroît avancer d'autant, nous le voyons dans le scorpion; et le lieu apparent du soleil est toujours opposé de 180°, ou de six signes, au lieu apparent de la terre. Ainsi, dans la figure 47, soit S le soleil; TR l'orbite de la terre ♈♋♎♑ le cercle céleste appelé *écliptique*, dans lequel on imagine les douze signes à une distance infinie de nous; le soleil S paroît répondre en ♎ quand la terre est en T, parceque le rayon visuel mené de la terre au soleil s'étend vers le signe ♎, et nous disons qu'alors le soleil est dans la balance; mais si la terre T étoit vue du soleil S suivant le rayon ST♈, elle paroîtroit en ♈, c'est-à-dire dans le bélier. Le lieu de la terre dans l'écliptique est donc toujours diamétralement opposé à celui du soleil. Ainsi la terre décrivant une orbite annuelle TR qui la fait répondre successivement à tous les points ♈♋, etc. elle verra le soleil répondre lui-même à tous les points de l'écliptique; par conséquent le mouvement annuel de la terre produira le mouvement apparent du soleil, tel que nous l'observons, et tel qu'il a été expliqué (59 *et suiv.*); il le produira dans le même sens que se fait le mouvement de la terre.

414. Le changement des saisons s'explique très bien dans le système de Copernic au moyen de l'inclinaison et du parallélisme constant de l'axe de la terre; mais ceci exige plus d'attention, et c'est de tous les phénomenes celui qui prouve mieux le génie de Copernic. Le phénomene des saisons se réduit à ceci: les pays de la terre situés sous le tropique du cancer, ou à 23° ½ de latitude septentrionale, comme sont

à-peu-près l'ancienne ville de Syene, celles de Canton et de Chandernagor, voient le soleil passer par leur zénit à midi dans le tems du solstice, le 21 juin, ainsi que tous les pays qui sont à même latitude ou à même distance de l'équateur. Au contraire, ceux qui sont à 23° ½ de latitude méridionale par-delà l'équateur, et sous le tropique du capricorne, comme Rio-Janéiro, dans le Brésil, ont le soleil au zénit, quand le soleil est dans le solstice du 21 décembre. Pour que cet effet ait lieu avec le mouvement de la terre, il nous suffit de la placer de maniere que le rayon solaire dirigé vers le centre de la terre passe dans le premier cas sur un des tropiques terrestres, qui est celui de Chandernagor, et, dans le second cas, sur le tropique opposé, qui est celui de Rio-Janéiro.

Soit S le soleil (*fig.* 46), C et D deux points diamétralement opposés de l'orbe annuel de la terre; le point C où elle se trouve le 21 juin, et le point D où elle se trouve le 21 décembre; EF le diametre de l'équateur terrestre, GH le diametre du tropique du cancer du côté de Chandernagor, IK le diametre du tropique du capricorne, vers Rio-Janéiro; si l'axe PA de la terre est incliné de maniere que l'équateur EF fasse un angle de 23° ½ avec le rayon solaire SC, c'est-à-dire, avec l'écliptique, (car le rayon solaire est toujours dans l'écliptique), l'angle HCF, ou l'arc HF, étant de 23° ½, le rayon solaire aboutira au point H de la terre éloigné de l'équateur F de la même quantité, de 23° ½, du côté du pole boréal P, c'est-à-dire que Chandernagor et tous les points du même parallele auront le soleil à leur zénit le 21 juin. Si au contraire l'axe PA étoit droit, ou perpendiculaire au rayon solaire SC, le diametre ECF de l'équateur se dirigeroit suivant CS, et se confondroit avec lui; le soleil seroit donc perpendiculaire sur les lieux qui sont dans l'équateur terrestre, et alors les pays situés sous l'équateur (44) auroient le soleil à leur zénit; mais l'inclinaison de l'axe PA qui fait avec le diametre CSD de l'écliptique, ou avec le rayon solaire SHC, un angle PCH de 66° ½, est cause que le rayon solaire aboutit perpendiculairement en un point H de la terre différent du point F de l'équateur; et que tous les pays situés sur ce parallele ont le soleil perpendiculairement à leur zénit en passant en H sous le rayon solaire SH; c'est ce qui doit arriver suivant les regles du mouvement diurne, tel qu'on l'observe (4, 73, et 412).

La terre six mois après se trouvera de l'autre côté du soleil

dans

dans le point D, diamétralement opposé au point C, ce qui arrive au solstice d'hiver le 21 décembre : supposons alors que l'axe TB soit situé comme il l'étoit dans le premier cas, c'est-à-dire que T B soit parallele à l'axe P A de la situation précédente, en sorte qu'il soit incliné du même sens et vers le même côté du ciel qu'il l'étoit six mois auparavant; le tropique du cancer G H sera dans la situation L M, et le rayon solaire S R, au lieu d'aboutir au tropique du cancer en L, comme dans le premier cas, répondra en R au tropique RV, qui étoit IK six mois auparavant; c'est celui de Rio-Janéiro, c'est-à-dire des pays situés à 23° $\frac{1}{2}$ de latitude sud : ce jour-là tous les pays situés sous ce tropique, dont le diametre est RV, passeront successivement au point R en tournant autour de l'axe TB, ils auront tous le soleil à leur zénit : ainsi le soleil aura véritablement décrit le parallele de 23° $\frac{1}{2}$, comme cela doit être suivant la regle du mouvement diurne (27 ; 73, 412).

415. Lorsque le soleil répondoit au tropique du cancer, et qu'il étoit situé perpendiculairement sur le point H, tous les pays situés du côté du pole arctique P, ou dans l'hémisphere boréal de la terre, avoient leur été; mais le rayon solaire étant devenu perpendiculaire en R sur le tropique australe ou tropique du capricorne, les pays situés sur L M et tous ceux qui sont au nord du côté du pole arctique T ont leur hiver, parcequ'ils reçoivent obliquement le rayon solaire, et que le soleil est éloigné de leur zénit ou du point L, de 47°, qui est la quantité de l'arc R L; ce sont les pays méridionaux situés sur le parallele RV, et du côté du pole austral et antarctique B, qui ont leur été, comme les pays septentrionaux l'avoient au mois de juin, quand la terre étoit en C.

416. Ainsi le parallélisme de l'axe de la terre, ou des lignes P A, T B, une fois supposé, l'on explique très exactement et très simplement les changemens de l'hiver à l'été. A l'égard du printemps et de l'automne, on doit bien sentir qu'ils auront lieu dans le passage de l'hiver à l'été, et de l'été à l'hiver; le rayon solaire qui rencontroit la terre à 23° au nord de l'équateur, ne peut pas la rencontrer ensuite 23° au midi de l'équateur, qu'il n'ait rencontré successivement les points qui sont entre deux ; on n'a qu'à imaginer la terre placée au-dessus ou au-dessous du point S, l'axe étant parallele au plan de la figure et aux lignes P A et T B, pour sentir que le rayon solaire répondra sur l'équateur ; on le verra encore plus facilement en faisant tourner autour d'une table un globe, ou seulement un jonc,

dont l'axe soit incliné par exemple toujours vers le midi; un flambeau mis au milieu de la table éclairera perpendiculairement l'une des extrémités, ensuite le milieu, puis l'autre extrémité, suivant que le corps se trouvera à l'une des extrémités de la table, ou à l'autre extrémité, ou au milieu; ainsi l'axe étant toujours supposé parallele à lui-même, quand la terre sera dans les signes du bélier et de la balance, aux mois de mars et de septembre, le rayon solaire répondra perpendiculairement sur un point de l'équateur, puisque, dans les mois de juin et de décembre, il répondoit premièrement au nord et ensuite au midi de l'équateur.

417. Copernic, qui le premier imagina cette explication des saisons par le mouvement de la terre, appelle ce parallélisme de l'axe un troisieme mouvement, ou mouvement de déclinaison contraire au mouvement annuel : il arrive, dit-il, que, par ces deux mouvemens égaux et qui se contrarient mutuellement, l'axe de la terre et son équateur sont toujours dirigés de la même maniere et vers le même côté du ciel. Mais de son tems on ne connoissoit pas les loix du mouvement; et au lieu de nommer cela un troisieme mouvement, il verroit aujourd'hui que le parallélisme de l'axe n'est que la négation d'un troisieme mouvement; il en faudroit un pour que l'axe cessât d'être parallele à lui-même (405).

418. On a représenté par des machines planétaires le mouvement annuel de la terre autour du soleil, et le mouvement diurne sur son axe constamment parallele à lui-même : on trouve une machine de cette espece décrite par *Nicolas Muler*, dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du livre de Copernic, et dans Ferguson (*Astronomy explained*, 1764) : Fortin, Grenet, en ont fait à Paris, et il n'est pas difficile d'en imaginer de différentes especes (1); mais il suffit, pour représenter le parallélisme de l'axe de la terre, que son axe soit fixé sur une poulie, et qu'au centre du soleil on ait placé une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin qui passe sur ces deux poulies en les serrant l'une et l'autre; alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil sans que son axe cesse d'être incliné et dirigé vers la même région du ciel, et parallele à lui-même : dans ce cas on emploie un mouvement particulier pour maintenir le parallélisme; mais dans le ciel c'est un effet naturel et qui n'exige rien de particulier.

(1) On en trouve à Paris chez Lamarche, rue du Foin.

419. Avant que d'expliquer les autres changemens que produit dans le ciel le mouvement de la terre il est essentiel de bien comprendre la proposition suivante : *Si l'œil de l'observateur, transporté par le mouvement annuel de la terre, continue de voir successivement un même astre sur des rayons paralleles entre eux, l'astre paroîtra n'avoir eu aucun mouvement.* Je suppose que l'observateur placé en O (*fig.* 45), voit un astre par le rayon OS, et qu'étant arrivé en P il le voit par un autre rayon PM, parallele au précédent, je dis que pendant tout le tems que l'œil a mis à aller de O en P, l'astre ne lui paroît avoir eu aucun mouvement, c'est-à dire qu'il le voit dans la même situation, dans la même région du ciel, et qu'il jugera l'astre immobile ou stationnaire. En effet, comme nous ne pouvons juger de la situation d'un astre qu'en le comparant à quelque point du ciel, à quelque objet, à quelque astre, à quelque plan, ou à quelque ligne, soit OPR la ligne ou la direction primitive que nous prenons pour terme de comparaison ; l'angle SOR et l'angle MPR sont parfaitement égaux, puisque OS est parallele à PM ; donc la distance apparente de S et de M par rapport au terme de comparaison OPR, sera dans les deux cas de 90°. Cette distance étant la même, nous n'aurons aucun indice, aucune apparence de mouvement dans l'objet S ; nous ne pourrons donc faire autrement que de le juger immobile.

En y réfléchissant bien on sentira qu'il est certain, comme nous l'avons supposé, qu'on ne peut appercevoir le mouvement d'un objet que par comparaison à un autre. Si j'étois seul dans l'univers avec un astre S, et que nous fussions transportés ensemble d'un mouvement commun au travers des espaces célestes, il seroit impossible que je pusse reconnoître ou appercevoir ce changement ; je n'en aurois aucun soupçon.

420. On demandera maintenant quel est l'objet de comparaison dont il faut se servir ; on demandera s'il y a un terme fixe, tel que la ligne OR, auquel un astronome puisse comparer les astres pour juger s'ils ont quelque mouvement apparent : nous répondrons qu'il y a plusieurs de ces termes fixes ; tels sont d'abord le plan de l'équateur ou celui de l'écliptique, et leurs intersections : comme ces plans sont fixes, ou que du moins on connoît très bien leurs variations, on y rapporte les variations apparentes des étoiles et des planetes pour avoir la quantité et la mesure de ces variations.

421. Le point équinoxial, ou, si l'on veut, la ligne menée de

notre œil au premier point du bélier, est encore un terme de comparaison représenté par la ligne OR, et l'on s'en sert aussi pour les planetes : toutes les fois que le rayon OS, qui va de notre œil à un astre, et qui marque le lieu de l'écliptique où est cet astre, fera un angle droit avec la ligne OR, qui va vers l'équinoxe, nous jugerons nécessairement que l'astre a 90° de longitude : elle ne changera point tant que l'angle MPR sera égal à l'angle SOR ; nous jugerons l'astre *stationnaire* pendant tout le tems que l'angle P continuera de paroître égal à l'angle O, c'est-à-dire que la planete continuera d'avoir 90° de longitude rapportée à l'écliptique ; c'est par-là que nous expliquerons les rétrogradations (463).

Mouvemens des Planetes vus du soleil et vus de la terre.

422. Après avoir prouvé que les planetes principales aussi bien que la terre tournent autour du soleil, il est nécessaire d'expliquer les phénomenes ou les apparences qui résultent de ce mouvement ; mais une partie de ces irrégularités vient de l'inclinaison des orbites planétaires par rapport à l'écliptique ; ainsi nous commencerons par expliquer les effets de cette inclinaison.

Les planetes sont tantôt au nord de l'écliptique, et tantôt au midi, et cela va jusqu'à 8 ou 9 degrés ; ce qui prouve que les orbites planétaires ne sont pas dans le plan de l'écliptique, mais qu'elles lui sont inclinées. En effet, si les planetes tournoient toutes dans le même plan que la terre, nous les verrions toujours décrire dans le ciel la même trace, et rencontrer les mêmes étoiles sans avoir aucune latitude ou distance à l'écliptique ; au contraire nous observons sans cesse les planetes au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, qu'elles traversent seulement deux fois à chaque révolution : ainsi il est démontré par l'observation que les orbites des planetes sont inclinées à l'écliptique. Lors même qu'on observe les planetes aux mêmes points de leurs révolutions périodiques au travers des étoiles fixes, on apperçoit qu'elles ne répondent pas aux mêmes points du ciel lorsqu'elles passent à la même longitude et vers les mêmes étoiles. Une planete qui aura passé au nord ou au-dessus d'une étoile pourra, dans la révolution suivante, passer au-dessous de la même étoile et être plus ou moins éloignée de l'écliptique, c'est-à-dire avoir plus ou moins de latitude, parceque la terre est plus ou moins élevée. Ainsi il y

a deux causes principales qui contribuent à changer les latitudes des planetes. Il est également prouvé que les orbites planétaires sont des plans qui passent par le centre du soleil, car on les voit s'écarter également de l'écliptique au nord et au midi.

423. Les orbites des planetes étant toutes dans des plans différens et différemment inclinés, il a été nécessaire de rapporter ces divers mouvemens à un même plan pour pouvoir les calculer tous par une méthode uniforme : on a choisi pour cet effet le plan de l'écliptique, ainsi que nous l'avons expliqué (98), et cela pour deux raisons ; la premiere, c'est que le soleil étant le plus remarquable de tous les astres, celui que l'on observe le plus facilement en tout tems, il est plus naturel de le choisir pour terme de comparaison, et de rapporter à son orbite celles des autres planetes ; la seconde raison de cette préférence est que les orbites planétaires s'écartent peu de l'écliptique, et font avec elle de très petits angles, en sorte que les réductions sont moindres et plus commodes que si l'on rapportoit les orbites à un autre plan, comme seroit celui de l'équateur.

424. Un PLAN en général est une surface sur laquelle on peut tracer en tout sens une ligne droite : c'est la définition la plus exacte qu'on en puisse donner ; car une surface n'est plus un plan si une ligne droite ne s'y confond et ne s'y réunit pas dans tous ses points et en tous sens. De cette définition l'on peut aisément tirer toutes les propriétés des plans, telles qu'elles se trouvent dans le XIe livre d'Euclide ; mais il me suffira de rappeler ici celles dont nous ferons le plus d'usage.

Un plan incliné sur un autre le coupe suivant une ligne droite, qu'on appelle la *commune section ;* ainsi le plan DABC, planche VII, fig. 48, et le plan FABE, passant tous deux par la ligne AB, qui leur est commune, on nommera cette ligne AB la *commune section* de ces deux plans.

425. Si, lorsque deux plans se coupent, on tire dans chacun de ces plans une ligne droite perpendiculaire à la commune section en un même point, ces deux lignes feront entre elles un angle égal à l'inclinaison des deux plans ; en effet nous n'avons aucune maniere plus naturelle de mesurer l'angle d'inclinaison de deux plans que de prendre l'inclinaison des lignes dont ces plans sont formés ; mais il faut choisir des lignes perpendiculaires à la section.

En effet, si le plan ABCD est incliné sur l'autre plan ABEF, en sorte que AB soit leur commune section, et que les lignes EB, CB, soient perpendiculaires sur la section

AB, elles feront entre elles un angle CBE; c'est celui que l'on prend pour mesure de l'angle d'inclinaison de ces deux plans; si l'on prenoit deux autres lignes BG et BH, faisant avec la section AB des angles aigus et égaux entre eux, l'angle GBH compris entre ces deux lignes ne seroit jamais droit lors même que les deux plans seroient perpendiculaires l'un à l'autre; il seroit toujours plus petit que l'angle CBE; il le seroit d'autant plus que les points G et H approcheroient davantage de la section BA, et il n'y auroit rien de déterminé pour la mesure de l'inclinaison des deux plans. D'ailleurs si d'un point quelconque d'un plan incliné on abaisse une perpendiculaire sur l'autre plan, l'angle appuyé sur cette perpendiculaire sera d'autant plus grand qu'il aura son sommet plus voisin. Pour trouver le point le plus voisin, on doit mener du pied de la perpendiculaire une ligne qui soit aussi perpendiculaire sur la commune section. Tout autre point donneroit une inclinaison plus petite, et il n'y auroit aucune raison de préférence pour les autres points. Enfin la mesure des angles doit être uniforme et croître également pour un mouvement égal des plans : or les lignes perpendiculaires à la commune section sont les seules qui parcourent des espaces égaux et correspondans à un mouvement égal d'un point quelconque du plan; ainsi nous supposons comme une chose nécessaire et évidente que *l'angle de deux plans est égal à celui que forment deux lignes de ces plans, perpendiculaires à leur commune section.*

426. On rapporte à l'écliptique l'orbite d'une planete vue du soleil, en la considérant comme un grand cercle de la sphere, de la même maniere que nous avons rapporté l'écliptique à l'équateur (94). Soit ALN l'écliptique (*fig.* 49), APMN l'orbite d'une planete, P le lieu de cette planete, PL un arc du cercle de latitude qui passe par le centre de la planete, et tombe perpendiculairement sur l'écliptique ALN; le lieu de la planete réduit à l'écliptique sera en L : c'est ce point qui détermine la longitude de la planete. Les points A et N, où l'orbite de la planete traverse l'écliptique, sont les NOEUDS. Le point A, où se trouve la planete quand elle passe du midi au nord de l'écliptique, s'appelle NOEUD ASCENDANT, parcequ'alors la planete monte vers le pole qui pour nous est le pole élevé; le nœud N, où passe la planete pour retourner au midi de l'écliptique, est le NOEUD DESCENDANT : on le marque ainsi ☋, dans les livres d'astronomie, et le nœud ascendant est figuré par le caractere ☊.

Le point M est la limite boréale. La maniere de trouver par l'observation le lieu du nœud sera expliquée ci-après (516).

427. L'arc PL du cercle de latitude, compris entre le lieu P de la planete et l'écliptique, s'appelle *la latitude de la planete*. Si les arcs AP, AL et PL, ont leur centre au centre du soleil, la latitude PL est celle qu'on observeroit si l'on étoit au centre du soleil, nommée *latitude héliocentrique* (1); mais si l'on rapporte la planete à des cercles dont le centre soit supposé au centre de la terre, alors l'arc PL s'appelle *latitude géocentrique*. L'INCLINAISON est l'angle A que fait l'orbite AP avec l'écliptique AL; c'est la plus grande *latitude héliocentrique* ou distance à l'écliptique, vue du soleil.

428. L'arc AP de l'orbite d'une planete, compté depuis le nœud ascendant vers l'orient, s'appelle *argument de latitude*, parceque de cette quantité AP dépend la latitude PL. Pour avoir l'argument de latitude il faut retrancher le lieu du nœud de celui de la planete; la différence est l'argument de latitude.

Je dis que c'est le nœud qu'il faut retrancher du lieu de la planete, et non pas celui-ci du premier; et je dois faire à cette occasion une remarque à laquelle il faudra recourir dans d'autres circonstances : l'argument de la latitude est la quantité dont la planete est plus avancée en longitude que son nœud ascendant; c'est le chemin qu'elle a fait depuis son passage par le nœud, ou l'excès de sa longitude actuelle sur la longitude qu'elle avoit en passant par son nœud; si donc on ôte de sa longitude actuelle celle du nœud, on aura cet excès cherché. Il arrive souvent que la longitude du nœud que nous devons retrancher est plus grande que celle de la planete dont il faut la retrancher; alors on ajoute à celle-ci douze signes pour pouvoir faire la soustraction, en anticipant sur le cercle décrit précédemment par la planete.

429. La latitude des planetes est boréale dans les six premiers signes de l'argument de latitude, puisqu'alors la planete parcourt le demi-cercle APMN, qui est au nord de l'écliptique, en partant du nœud ascendant A (426), et que son argument de latitude est moindre que 180°. Après avoir parcouru 6 signes ou 180°, la planete passe par son nœud descendant N; elle se trouve au midi de l'écliptique; sa latitude est australe, et son argument de latitude surpasse six signes.

430. Pour calculer la latitude d'une planete vue du soleil,

(1) Ἥλιος, soleil; γῆ, terre; κέντρον, centre.

quand on a son argument de latitude et l'angle d'inclinaison formés par l'orbite de la planete sur l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle APL, dont on connoît l'hypoténuse AP et l'angle A; on cherche le côté PL opposé à l'angle connu; c'est la latitude héliocentrique de la planete.

431. LA RÉDUCTION A L'ÉCLIPTIQUE est la différence entre l'argument de latitude et la distance de la planete au nœud comptée sur l'écliptique, c'est-à-dire la différence entre AP et AL. Ainsi, pour calculer la réduction à l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle APL par les regles de la trigonométrie sphérique, et de chercher l'arc AL de l'écliptique. Cet arc sera plus petit que l'argument de latitude AP de la quantité de la réduction à l'écliptique; il sera plus grand après 90°.

432. Les longitudes qui sont dans les tables astronomiques sont comptées sur l'orbite de chaque planete de la maniere suivante : supposons que le point C de l'écliptique soit le point équinoxial d'où l'on compte les longitudes, et qu'on ait pris un arc AB de l'orbite égal à l'arc AC de l'écliptique, le point B est celui d'où les époques sont comptées, en sorte que quand la planete est en P, sa longitude est l'arc BAP, ou la somme des arcs CA et AP, et sa longitude réduite à l'écliptique est l'arc CAL.

433. Lorsque la réduction à l'écliptique a été ajoutée à la longitude de la planete dans son orbite, ou retranchée, suivant les cas, on a la longitude vraie réduite à l'écliptique, et c'est celle que les astronomes emploient dans leurs calculs.

434. Quand on considere l'orbite d'une planete comme une circonférence tracée dans la concavité du ciel, ainsi que nous venons de le faire, on ne veut pas dire et on ne suppose pas que la planete parcoure réellement une circonférence de cercle; nous ferons voir au contraire que c'est une ellipse souvent très alongée (468); mais tous les points d'une orbite planétaire, vus d'un point quelconque placé dans l'intérieur de cette orbite et dans le même plan, se rapportent, dans la sphere céleste et dans la région des fixes, à des points qui, étant tous dans le plan d'un grand cercle (422), y forment la trace d'une circonférence, à quelque distance que ces points puissent être du point où est l'observateur. Les distances réelles ne s'apprécient point à l'œil, mais les angles sous lesquels paroissent les mouvemens des planetes nous les font toujours envisager, et nous les font paroître comme s'ils se faisoient dans des cercles.

435. Après avoir considéré l'orbite d'une planete comme un

grand cercle qui seroit vu de son propre centre, examinons-la sous un autre point de vue, c'est-à-dire par rapport à la terre, pour pouvoir tenir compte des changemens produits par la situation et le mouvement de la terre.

Soit S le soleil (*fig.* 50), TRN l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan passe par le soleil, AMDP une orbite planétaire dont le plan passe aussi par le soleil, mais s'incline sur celui de l'écliptique, et le coupe sur la commune section ADN ; il faut concevoir que la partie AOD est relevée au-dessus du plan de notre figure, et que la partie DMA est plongée au-dessous du papier. La planete au point A de son orbite est dans le plan même de l'écliptique; elle est sur la ligne ADN commune aux deux plans, et qui s'étend en N dans l'écliptique aussi-bien que dans l'orbite de la planete; mais en quittant le point A, la planete s'éleve au-dessus de la figure que nous supposons représenter le plan de l'écliptique; elle s'éleve de plus en plus jusqu'à ce qu'elle arrive au point O, où son orbite est le plus éloignée de l'écliptique, ou le plus relevée au-dessus de la figure.

436. Ce point le plus éloigné est ce qu'on appelle la *limite* boréale; après l'avoir passée la planete descend en D vers son nœud (426), où elle traverse de nouveau le plan de l'écliptique ; et plongeant alors au-dessous de l'écliptique, elle décrit la portion inférieure DMA, qu'il faut imaginer abaissée de quelques degrés au-dessous de notre plan.

437. La partie AOD de l'orbite étant conçue relevée au-dessus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire PL tirée du point P, où se trouve la planete, jusques sur le plan de la figure, qui est le plan de l'écliptique; PL est la hauteur perpendiculaire de la planete au-dessus du plan de l'écliptique ; l'angle PSL, sous lequel paroît, vue du soleil, cette distance perpendiculaire de la planete à l'écliptique, est la *latitude héliocentrique* (427) ; l'angle PTL, sous lequel paroît cette même ligne, vue de la terre T, est la *latitude géocentrique.* Cette latitude est d'autant plus grande que la planete est plus près de la terre. Si PL (*fig.* 51) est la hauteur réelle de la planete au-dessus de l'écliptique, l'angle S, sous lequel elle est vue du soleil, est plus grand que l'angle T, sous lequel elle est vue de la terre, et cela d'autant plus que la distance SP est plus petite que TP.

438. La ligne SP (*fig.* 50 et 52) est la vraie distance de la planete au soleil, ou son rayon vecteur ; la ligne SL est sa DISTANCE ACCOURCIE (*distantia curtata*), ou la distance réduite à

l'écliptique, plus petite en raison du cosinus de la latitude ou rayon (444); de même PT est la vraie distance de la planete à la terre; LT est la distance accourcie de la planete à la terre. La ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, elle est nécessairement perpendiculaire sur toutes les lignes de ce plan, et par conséquent sur TL; ainsi l'angle PLT est un angle droit. Il suffit de se représenter la ligne PL tombant à-plomb sur la figure, et l'on verra que les triangles PLS, PLT, sont tous deux rectangles au point L, qui est celui où aboutit la perpendiculaire PL abaissée sur le plan de l'écliptique. J'ai mis pour cet effet (*fig.* 51) les points T, P, S, L, dans un même plan, qui est supposé perpendiculaire à l'écliptique, pour qu'on voie mieux ces triangles, dont l'un aboutit au soleil, et l'autre à la terre.

439. De même que l'arc AP, ou l'angle ASP, argument de latitude, est la distance de la planete à son nœud, comptée sur l'orbite, ainsi l'angle ASL est la distance de la planete au nœud, réduite au plan de l'écliptique. Cette distance, prise par rapport au nœud le plus proche, est plus petite que la distance mesurée sur l'orbite (431), ou plus petite que l'angle ASP, parceque la ligne PL, qui tombe perpendiculairement sur le plan de l'écliptique, a son extrémité L plus près de la ligne des nœuds ASN que son sommet P; ce qui rend l'angle ASL plus petit que l'angle ASP. La différence de ces deux distances au nœud, l'une sur l'écliptique et l'autre sur l'orbite, est la *réduction à l'écliptique* (431).

440. Nous avons démontré que les planetes tournent autour du soleil (411); nous verrons dans le livre suivant la maniere de trouver les dimensions de leurs orbites par des observations rapportées au soleil : mais comme c'est sur la terre que nous observons, il s'agit d'examiner dès-à-présent ce qui résulte de cette transposition, et ce que nous devons faire pour rapporter au soleil des observations faites sur la terre.

Puisque nous sommes fort éloignés du soleil, nous ne pouvons appercevoir ni rapporter les planetes à l'endroit auquel nous les rapporterions si nous étions dans le soleil, et la longitude que nous observons pour une planete n'est presque jamais celle que nous observerions si nous étions dans le soleil. La longitude vue de la terre s'appelle *longitude géocentrique*; celle qu'on observeroit si l'on étoit placé au centre du soleil s'appelle *longitude héliocentrique* (427).



441. La parallaxe annuelle (1) ou la parallaxe du grand orbe, en latin *prostaphæresis orbis*, est la différence de ces deux longitudes, et c'est le premier phénomene que produit notre éloignement du soleil et du centre des mouvemens planétaires. L'angle TSL, formé par la distance accourcie SL de la planete au soleil, et par la ligne TL, menée de la terre au lieu L de la planete réduit à l'écliptique, est la *parallaxe annuelle*. Cet angle TSL est la différence entre la longitude héliocentrique et la longitude géocentrique; car si l'on tire la ligne SF parallele à TL, elle marquera dans le ciel la même longitude que la ligne TL (419), c'est-à-dire la longitude géocentrique de la planete L; or l'angle LSF, qui est égal à son alterne SLT, est la différence entre la longitude marquée par SF et la longitude héliocentrique marquée par SL; donc l'angle SLT, ou la parallaxe annuelle, est la différence entre la longitude géocentrique et la longitude héliocentrique; c'est aussi l'angle formé dans le plan de l'écliptique par les distances accourcies d'une planete au soleil et à la terre, c'est-à-dire SL et TL, dont l'une marque la longitude héliocentrique, et l'autre la longitude géocentrique. Au lieu de la ligne parallele à SF, on peut prolonger jusqu'aux étoiles les lignes SL et TL; et l'arc intercepté sera la différence des longitudes héliocentrique et géocentrique, parce-qu'il n'y a pas un point dans les orbites planétaires qui ne puisse passer pour le centre de la sphere étoilée.

442. Lorsqu'on connoît l'orbite d'une planete par le moyen des observations rapportées au soleil et des méthodes qui seront expliquées dans le livre suivant, on est en état de trouver, pour un tems quelconque, la longitude héliocentrique d'une planete, et son rayon vecteur ou sa distance au centre du soleil, d'où l'on déduit sa distance accourcie SL (438). Si dans le même tems on connoît aussi la longitude héliocentrique de la terre, qui est toujours à six signes de celle du soleil, avec la distance du soleil à la terre, on aura tout ce qui est nécessaire pour calculer la longitude de la planete vue de la terre. Soit ST la distance du soleil à la terre, SL la distance accourcie de la planete au soleil, l'angle TSL égal à la différence des longitudes de la planete P et de la terre T, vues du soleil, qu'on appelle commutation; la résolution du triangle TSL, dont on connoît deux côtés et l'angle compris fera connoître l'angle à la terre ou l'angle STL, qu'on appelle élongation; cette élongation étant ôtée de la

(1) Παράλλαξις, *differentia*, c'est une différence produite dans la situation de l'astre par celle de l'observateur.

longitude du soleil, si la planete est à l'occident ou à la droite du soleil (*fig.* 52), donnera la *longitude géocentrique* de la planete, et le point de l'écliptique céleste où répond la ligne TL, menée de la terre au lieu L de la planete, réduit à l'écliptique.

On peut trouver à-peu-près, avec une figure et un compas, le lieu d'une planete, vue de la terre, en formant le triangle STL, pourvu qu'on connoisse les longitudes de chaque planeté vues du soleil pour une seule époque, comme elles sont dans la table (514) pour le commencement de 1800, avec le mouvement diurne ou avec la durée de la révolution qui ramene la planete au même point de son orbite (85). On place la terre T et la planete P suivant leurs longitudes héliocentriques, en divisant les cercles AP, RN, en signes et degrés; et prenant le point A pour le point équinoxial, on tire la ligne TP et la ligne SF, parallele à TP; le degré sur lequel tombe la ligne SF est la longitude *géocentrique* de la planete P. Par le même triangle STL on peut trouver la longitude héliocentrique, si l'on a la longitude géocentrique.

443. La latitude géocentrique ou l'angle LTP se trouvera par la proportion suivante : dès qu'on connoît la latitude vue du soleil, *le sinus de la commutation est au sinus de l'élongation comme la tangente de la latitude héliocentrique est à la tangente de la latitude géocentrique.*

Démonstration. Dans le triangle PLS, rectangle en L (438), on a cette proportion, SL : LP :: R : tang. PSL; dans le triangle PLT, aussi rectangle en L, on a une semblable proportion, TL : LP :: R : tang. LTP. La premiere proportion donne cette équation, LP. R=SL. tang. PSL; et la seconde, LP. R=TL tang. LTP; donc SL tang. PSL=TL tang. LTP; d'où l'on tire cette autre proportion, TL : SL :: tang. PSL : tang. LTP. Mais dans tout triangle rectiligne TLS, les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés, c'est-à-dire que TL : SL :: sin. LST : sin. LTS; donc sin. LST : sin. LTS :: tang. PSL : tang. LTP, latitude géocentrique de la planete.

444. La distance a la terre, telle que PT, est souvent nécessaire dans nos calculs : pour la trouver, on commence par chercher la distance accourcie, ou la distance de la planete au soleil, réduite à l'écliptique SL; il suffit pour cela de multiplier le rayon vecteur SP, ou la vraie distance de la planete au soleil dans son orbite, que l'on suppose connue (494), par le cosinus de la latitude héliocentrique, ou de l'angle PSL. En effet, la ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'éclip-

tique (438), le triangle SLP est rectangle en L; ainsi l'on a, par la trigonométrie ordinaire, R : SP :: sin. SPL ou cos. PSL : SL; ainsi, comme le rayon est toujours pris pour unité, on a SL=SP. cos. PSL.

Dans le triangle LST on connoît tous les angles avec le côté SL, distance accourcie du soleil à la planete; on fera donc cette proportion : sin. STL : sin. LST :: SL : TL; c'est-à-dire *le sinus de l'élongation est au sinus de la commutation comme la distance accourcie de la planete au soleil est à la distance accourcie de la planete à la terre.*

445. Enfin cette distance accourcie TL, étant divisée par le cosinus de la latitude géocentrique LTP, donnera la distance vraie TP de la planete à la terre; par la même raison que la distance vraie, étant multipliée par le cosinus de la latitude héliocentrique, donnoit la distance accourcie de la planete au soleil (444).

446. C'est la plus grande latitude géocentrique (443) des planetes qui détermine ce qu'on appelle communément la *largeur du zodiaque*. Vénus est de toutes les planetes celle qui peut avoir la plus grande latitude, à cause de sa proximité à la terre, lorsque sa conjonction inférieure (457) arrive dans ses limites (426), ou à 90° des nœuds, et qu'en même tems la terre est périhélie. Sa latitude, le 13 mars 1792, alloit à 8° 34′ : elle sera encore un peu plus grande le 10 mars 1798; ainsi la largeur du zodiaque est au moins de 17° dans ce siecle-ci : elle pourra aller à 18° ½ lorsque les *limites* ou les plus grandes latitudes de vénus, son aphélie et le périhélie de la terre, concourront à rendre la distance de vénus à la terre plus petite, et sa latitude géocentrique plus grande.

447. Les inégalités que le mouvement de la terre sur son orbite fait paroître dans le mouvement des planetes, c'est-à-dire les parallaxes annuelles, ont servi à trouver leurs distances. Aussitôt que Copernic eut reconnu avec quelle simplicité son hypothese expliquoit les rétrogradations des planetes, il vit bien que plus la rétrogradation seroit considérable, plus elle supposeroit de proximité dans la planete, et que la plus grande parallaxe annuelle feroit connoître la quantité de la distance : voici la maniere dont il s'y prenoit.

448. Copernic observa le 25 février 1514, à 5 heures du matin, la longitude de saturne 209°. Supposant S le centre du soleil (*fig.* 52), T la terre, P saturne, il trouvoit, par le calcul des moyens mouvemens observés dans les oppositions, et des

équations de saturne et de la terre, déja déterminées, que si la terre eût été en K, saturne auroit dû nous paroître à 203° 16′; c'étoit sa longitude vue du soleil. La différence de 6° 44′ étoit l'angle KPT, que Copernic appeloit *commutation*, et que nous nommons aujourd'hui *parallaxe annuelle* (441); l'angle TSK ou TSP, différence entre le lieu de saturne P, vu du soleil, et le lieu de la terre T, calculé pour le même tems, étoit de 67° 35′ (c'est ce qu'on appelle aujourd'hui commutation); l'angle T étoit donc de 106° 41′. Connoissant tous les angles de ce triangle, on a le rapport entre les côtés ST et SP, c'est-à-dire entre la distance de la terre au soleil et celle de saturne au soleil : ce rapport se trouvoit être celui de 1 à 9 $\frac{6}{10}$ environ, c'est-à-dire que saturne étoit 9 fois $\frac{1}{2}$ plus éloigné du soleil S que la terre T. (*Coper. l. V, c.* 9.)

449. Il en est de même de toute autre planete : lorsqu'on a observé plusieurs fois son opposition au soleil, ou sa longitude dans le tems où elle est la même, vue de la terre ou vue du soleil, comme lorsque le soleil S, la terre K (*fig.* 52), et la planete P, sont sur une même ligne, on est en état de calculer exactement cette longitude vue du soleil pour le tems où la terre est à 90° de là, c'est-à-dire vers T, et où l'angle de commutation PST est de 90°. Si l'on observe alors la longitude de la planete vue de la terre, on la trouvera différente de plusieurs degrés, et cette quantité sera l'angle SPT, parallaxe annuelle de la planete P. C'est le point L, ou le lieu réduit à l'écliptique dont on doit faire usage pour plus d'exactitude.

450. Lorsqu'on connoît l'angle SLT et l'angle LST, qui est la différence entre la longitude de la terre connue pour le même instant et celle de la planete calculée précédemment, on suppose ST égale à l'unité; et résolvant le triangle STL, on trouve SL, qui est la distance de la planete au soleil, ou le rayon de son orbe en parties de cette unité ou de la distance du soleil à la terre. C'est ainsi qu'on a trouvé les nombres 4, 7, 10, 15, 52, 95, qui expriment les distances des six premieres planetes au soleil, ou du moins leurs rapports :

Planetes.	*Distance moyenne des planetes au soleil.*
Mercure.	38710
Vénus.	72333
La Terre.	100000
Mars.	152369
Jupiter.	520279
Saturne.	954072
Herschel.	1918362

elles sont avec plus d'exactitude dans la table ci-jointe. Les valeurs absolues de ces nombres en lieues ne peuvent se connoître que par les méthodes dont nous parlerons dans le livre IV, à l'occasion de la parallaxe du soleil; mais on les trouvera dans la table de l'art. 1100.

451. La méthode que nous venons d'expliquer, employée autrefois par Copernic, servit ensuite à Képler pour trouver les distances des planetes par le moyen de leurs révolutions et de leurs parallaxes annuelles, et lui fit reconnoître cette belle loi dont nous parlerons bientôt, que les carrés des tems sont comme les cubes des distances (469). Il nous suffit d'avoir fait observer ici que le systême de Copernic, une fois démontré, donne un moyen de connoître les distances des planetes au soleil, ou du moins leurs rapports avec celle de la terre.

Képler se servit aussi de ces parallaxes annuelles de mars pour trouver le rapport des distances de la terre au soleil dans l'aphélie et le périhélie, et par conséquent l'excentricité; car la terre étant en T vers son aphélie, et en N vers son périhélie, la parallaxe annuelle de mars SPT devoit être différente, et cette différence indiquoit celle des distances de la terre au soleil ST et SN.

452. L'on prouve par la méthode précédente que les étoiles nouvelles de 1572 et de 1604 étoient placées au-delà du systême solaire (275) : en effet, dans l'espace de trois mois que la terre met à aller de K en T, la parallaxe annuelle SPT, qui pour saturne alloit à $5^{\circ} \frac{3}{4}$ (448), et qui n'a pas été d'une minute pour ces étoiles, prouve qu'elles étoient 345 fois au moins plus éloignées que saturne.

Des Révolutions planétaires.

453. Ayant démontré en quoi consiste la seconde inégalité des planetes et la maniere d'en éviter l'effet, il est tems de parler des révolutions moyennes des planetes, soit par rapport à un point fixe, soit par rapport à la terre. La durée de ces révolutions des planetes, qu'il faut connoître pour parvenir aux parallaxes annuelles, ne peut se déterminer exactement que par le moyen des conjonctions et des oppositions des planetes au soleil. En effet, puisque c'est autour du centre du soleil que les planetes tournent, c'est autour de lui que leurs révolutions doivent être comptées, et c'est au soleil qu'il faut les rapporter; mais les conjonctions et les oppositions sont les seuls points où le lieu d'une planete vu de la terre soit sur la même ligne que le lieu vu du soleil, et où l'on puisse avoir directement le lieu vu du soleil; ce sont donc là les circonstances qu'il faut employer à ces recherches.

454. Les conjonctions et les oppositions des planetes, qui

nous servent à déterminer les durées de leurs révolutions moyennes, doivent être prises à de très grandes distances les unes des autres pour que l'effet des équations ou des inégalités périodiques disparoisse, et qu'il soit absorbé par le grand nombre de révolutions sur lesquelles il se trouvera réparti, comme nous l'avons dit pour le soleil (305). Les comparaisons des anciennes observations rapportées dans l'*Almageste* de Ptolémée ont été faites dans le plus grand détail par Cassini dans ses *Elémens d'astronomie*. Il a rapporté les anciennes observations, il les a réduites, calculées et discutées, et il en a conclu les révolutions tropiques, c'est-à-dire les retours à l'équinoxe pour chaque planete : j'ai fait la même chose dans mon *Astronomie*.

455. On trouvera dans une table (art. 1106) le résultat des comparaisons semblables, que j'ai faites pour mes nouvelles tables : j'y ajouterai les révolutions sidérales (312) et les révolutions *synodiques* (1) ou les retours au soleil, qui ramenent pour nous les conjonctions et les oppositions moyennes des planetes au soleil. Par exemple, mercure emploie 116 jours à revenir en conjonction ; mais pendant ce tems-là le soleil a avancé de 3^s 24°, que mercure fait en 28 jours ; ainsi sa révolution réelle n'est que de 88 jours, et les 28 jours de plus sont ce qu'il faut à mercure pour atteindre le soleil et la terre, et revenir se placer entre eux dans la même ligne ou dans une situation pareille.

Des Equations séculaires.

456. Les inégalités périodiques dont nous avons déja parlé pour le soleil (308), et dont on verra bientôt le calcul pour les autres planetes (497) dans des orbites elliptiques, se rétablissent à chaque révolution : elles n'empêchent point que ces révolutions ne soient égales quand on considere le retour de la planete au même point de son orbite. Cependant, en comparant les observations faites en divers siecles, on a observé un rallentissement dans le mouvement moyen de saturne, et une accélération dans ceux de jupiter et de la lune ; mais M. de la Place ayant calculé mieux qu'on ne l'avoit fait avant lui les dérangemens que les attractions réciproques de jupiter et de saturne doivent conserver dans leurs mouvemens, a reconnu, en 1786, des équations dont la période est de 918 ans, et qui sont de 20'

(1) Σὺν, avec ; ὁδὸς, chemin.

pour

pour jupiter, et de 48′ pour saturne : elles font disparoître l'accélération de l'un et le retardement de l'autre ; leur effet est seulement de faire paroître les révolutions plus ou moins longues pendant neuf siecles.

Retours des Planetes aux mêmes situations.

457. La position apparente d'une planete vue de la terre, par exemple sa conjonction en O, la terre étant en B, ou sa conjonction supérieure en M (*fig.* 50), dépend non seulement du lieu où elle se trouve réellement, mais encore de l'endroit d'où elle est vue, c'est-à-dire du lieu de la terre ; car, en vertu de la parallaxe annuelle (441), une planete située en un seul et même lieu peut paroître plus orientale, si la terre est plus occidentale ; elle peut même paroître dans un lieu totalement opposé. Ainsi pour qu'une planete revienne pour nous à la même longitude où elle s'est trouvée une fois, il faut que la planete et la terre soient chacune au même point de son orbite, c'est-à-dire à la même longitude ; alors le lieu de la planete, sa latitude vue de la terre, aussi bien que le passage au méridien, le lever et le coucher, se trouvent les mêmes qu'auparavant, et recommencent dans le même ordre.

S'il étoit facile de trouver pour les planetes de semblables périodes, le travail de ceux qui calculent les éphémérides et le livre de la *Connoissance des tems* seroit fort diminué à cet égard ; mais ces périodes sont ou fort longues ou fort imparfaites : en voici cependant un essai qui peut être utile dans certains cas.

458. Mercure doit se retrouver presque à la même place par rapport à la terre après 13 ans et 3 jours ; ce sera seulement 13 ans et 2 jours s'il se trouve 4 bissextiles dans les 13 années ; parceque dans cet intervalle il fait 54 révolutions autour du soleil avec 2° 55′ de plus sur son orbite, et la terre 13 révolutions avec 2° 49′ de plus. La période de 79 ans est un peu plus exacte.

459. Vénus, après un espace de 8 ans, se trouve à 1° 32′ seulement du lieu où elle étoit, et la terre se trouve 4′ plus loin, en sorte que la situation apparente de vénus approche beaucoup d'être la même deux jours auparavant.

Ainsi les situations de vénus où son éclat est si grand qu'on la voit en plein jour, comme en février 1790 et avril 1793, doivent revenir tous les 8 ans, et même dix fois dans l'espace de 8 ans,

savoir 36 jours avant et après chacune des cinq conjonctions inférieures qui arrivent en 8 ans.

460. Mars en 15 ans moins 18 jours se trouve avoir une situation apparente à-peu-près semblable : ce seroit 15 ans moins 19 jours s'il y avoit 4 bissextiles dans les 15 années. Il y a une période encore plus exacte pour mars, mais elle est de 79 ans et 4 jours, ou un jour de moins s'il y a 20 bissextiles.

461. Pour jupiter on a une période de 12 ans et 5 jours; mais la plus exacte est de 83 ans, en supposant qu'il n'y ait que 20 bissextiles dans cet intervalle; s'il y en avoit 21, ce seroit 83 ans moins un jour.

462. Saturne, en 59 ans et 2 jours, change de 1° 45′, et la terre de 1° 41′; par ce moyen saturne et la terre se trouvent pour ainsi dire à la même anomalie, à la même distance du soleil, et à la même distance entre eux : ce seroit 59 ans et 3 jours s'il se trouvoit dans l'intervalle une année séculaire comme 1700, qui n'est point bissextile (305).

Le 29 septembre 1702 saturne étoit en opposition à $8^h \frac{1}{4}$ du soir avec 0^s 6° de longitude; le 31 septembre 1761 au matin il s'est retrouvé en opposition ayant 1° 55′ de longitude de plus qu'en 1702, et seulement 2′ de plus en latitude. Il en est de même du 15 juillet 1696 au 18 juillet 1755; mais dans cette derniere comparaison l'intervalle est 59 ans trois jours.

Stations et rétrogradations des Planetes.

463. Les planetes inférieures, mercure et vénus, tournent autour du soleil en moins de tems que la terre ; dès lors elles doivent paroître directes dans leurs conjonctions supérieures, et rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures. Soit TB l'orbite de la terre (*fig.* 50), et AMDO l'orbite de vénus ou de mercure ; lorsque la terre est en B, et que vénus se trouve en M dans la conjonction supérieure, c'est-à-dire au-delà du soleil, elle paroît aller, comme elle va réellement, d'occident en orient, c'est-à-dire vers la gauche, de M vers D. C'est à la partie supérieure ou la plus éloignée, MD, RF, que nous supposons la planete et la terre aller vers l'orient et vers la gauche, parceque le soleil paroissant aller vers l'orient, il faut que la terre aille de B en T pour produire ce mouvement.

Si, la terre étant en B, vénus se trouve en O dans sa conjonction inférieure, elle nous paroîtra aller à droite, parcequ'elle va de O en P plus vîte que la terre ne va de B du

côté de T; ainsi vénus sera rétrograde, en apparence, dans sa conjonction inférieure; car, quoiqu'elle aille véritablement du même sens que lorsqu'elle étoit en M, elle va par rapport à nous en sens contraire; elle avançoit vers la gauche de M en D dans le premier cas, et dans le second elle semble aller vers la droite en avançant de O en P; donc alors elle paroît aller vers l'occident contre l'ordre des signes; mais cela vient uniquement de ce que nous comparons et rapportons les planetes à des points de la sphere étoilée qui sont plus éloignés de nous que l'orbite de la planete, et que nous sommes au dehors de cette orbite.

464. Entre le mouvement direct et le mouvement rétrograde il y a nécessairement un instant qui forme le passage, c'est-à-dire un tems où la planete paroît *stationnaire :* elle cesse alors d'être directe, elle est près d'être rétrograde; mais elle n'est ni l'un ni l'autre, elle est dans le point de réunion où se touchent les arcs de direction et de rétrogradation; et c'est ce point qu'il faut déterminer si l'on veut connoître l'étendue de la rétrogradation.

Si la terre étoit fixe en B, vénus nous paroîtroit stationnaire lorsqu'elle seroit sur la tangente BC, menée de la terre à l'orbite de la planete; car il y a dans ce point C un petit arc de l'orbite qui se réunit et se confond avec la tangente BC; et tandis que la planete parcourt ce petit arc de son orbite, elle reste pour nous sur la même ligne, sur le même rayon, et répond au même point du ciel, si l'on suppose la terre fixe en B.

465. La terre ayant un mouvement de B vers T, cela suffit pour que la planete inférieure C paroisse en avoir un en sens contraire et vers la gauche, quoiqu'elle soit sur la tangente BC; ainsi elle est encore directe : mais quelque tems après il arrivera que le mouvement GH (*fig.* 57) de la planete, et le mouvement IK de la terre pendant le même tems, seront tels, que les rayons visuels IG, KH, seront paralleles entre eux; alors la planete nous paroîtra pendant tout ce tems-là répondre au même point de l'écliptique, elle nous paroîtra stationnaire; car on a vu (419) que toutes les lignes droites paralleles tirées de notre œil dans le ciel sont pour nous comme une seule et même ligne dirigée à une même longitude, ou à un même lieu du ciel.

Le mouvement réel de vénus n'étant que d'un sixieme plus grand que celui de la terre, il faut que GH soit presque parallele à IK pour qu'elle soit stationnaire, et cela arrive trois semaines avant sa conjonction inférieure en A.

466. A l'égard des planetes supérieures, on peut y appliquer le même raisonnement, en considérant la terre comme planete inférieure par rapport à elles; car toutes les fois qu'une planete voit l'autre changer de direction, il en est de même de celle-ci par rapport à la premiere.

Pour déterminer la quantité de la direction et de la rétrogradation des planetes, il s'agit principalement de connoître le point et le moment où elles sont stationnaires : ce problême est difficile quand on veut considérer les inégalités de la planete et de la terre ; mais on se contente de prendre les éphémérides où les longitudes des planetes sont calculées pour tous les jours, et l'on voit les points où la longitude s'est trouvée la même deux jours de suite ; l'intervalle de ces deux points, ou le tems qui les sépare, divise la révolution en deux parties qui sont la durée de la direction et de celle de la rétrogradation ; elles varient beaucoup suivant la distance de chaque planete (392). On peut voir des solutions de ce problême des rétrogradations dans les Mémoires de l'académie de Pétersbourg, dans ceux de la société italienne, par M. Cagnoli, et dans mon *Astronomie*.

LIVRE TROISIEME.

Mouvement des planetes autour du soleil.

467. Lorsque Képler eut bien compris la certitude du systême de Copernic, il ne songea plus qu'à s'en servir pour connoître les distances des planetes au soleil et les loix de leur mouvement autour du soleil ; il y réussit au-delà de ses espérances, puisqu'il découvrit en effet les trois choses les plus importantes qu'il y ait dans la physique céleste, et que nous appelons encore les loix de Képler ;

1°. Que les orbites des planetes sont des ellipses dont le foyer est au centre du soleil.

2°. Qu'elles décrivent ces ellipses avec des vitesses telles que les aires sont toujours proportionnelles aux tems.

3°. Que les carrés des tems de leurs révolutions sont comme les cubes de leurs distances au soleil.

468. Pour trouver la figure des trajectoires ou orbites planétaires, Képler s'attacha spécialement à l'orbite de mars, parcequ'elle est plus voisine de la terre et que son excentricité est considérable ; il chercha le moyen de trouver les distances de mars au soleil en divers points de son orbite, en prenant toujours la distance de la terre au soleil pour base et pour échelle commune : il se servit pour cela de la parallaxe annuelle de mars, ou de l'angle SPT (*fig.* 52), déduit des observations, comme nous l'avons expliqué d'après Copernic (451) ; il détermina de la même maniere la distance de mars au soleil dans son aphélie et dans son périhélie, l'une de 16678 parties, l'autre de 13850, en supposant toujours la distance moyenne de la terre au soleil de 10000 ; ainsi la distance moyenne de mars étoit de 15264, et l'excentricité de 1414. Il choisit ensuite trois autres distances vers les côtés de l'orbite, entre l'aphélie et le périhélie, telles que SM, SD (*fig.* 56) ; il les détermina par les observations de Tycho en suivant la même méthode. Ces distances de mars au soleil se trouverent toutes plus petites qu'elles n'eussent été dans une orbite circulaire de la même excentricité et du même rayon, comme le cercle circonscrit ANP : il s'ensuivroit naturellement que l'orbite de mars étoit plus étroite qu'un cercle, qu'elle rentroit sur les côtés, et qu'elle étoit en forme d'ovale à

c'est la conclusion qu'il en tire dans son grand et bel ouvrage intitulé *Astronomia nova..... seu Physica cœlestis tradita commentariis de motibus stellæ martis; Pragæ*, 1609, *in-fol.*

469. Les distances des planetes au soleil ainsi déterminées conduisirent Képler à chercher quel rapport il y avoit entre les distances et les durées des révolutions.. Pourquoi, disoit-il, jupiter, qui est cinq fois plus éloigné du soleil que la terre et qui n'a que cinq fois plus de chemin à faire, emploie-t-il 12 fois plus de tems à le parcourir, c'est-à-dire 12 ans? Les tems sont plus longs à proportion que les orbites ; mais n'y auroit-il pas quelques puissances ou quelques racines de ces nombres qui pussent être d'accord?

Ce fut le 8 mars 1618 qu'il lui vint à l'esprit pour la premiere fois de comparer les puissances des différens nombres qui exprimoient les durées des révolutions des planetes et leurs distances ; il compara donc au hasard des carrés, des cubes, etc., il essaya même les carrés des tems avec les cubes des distances ; mais trop de vivacité ou d'impatience l'égara dans quelque faute de calcul : il se trompa cette premiere fois ; il crut trouver que la proportion n'avoit pas lieu, et rejeta cette belle idée comme fausse et inutile. Ce ne fut que le 15 mai suivant qu'il revint à cette idée, en recommençant les mêmes essais et les mêmes comparaisons ; il calcula mieux, et il reconnut qu'il y avoit réellement un rapport égal et constant entre les carrés des tems périodiques de deux planetes quelconques et les cubes de leurs distances moyennes au soleil. Il fut si enchanté de cette découverte qu'à peine il se fioit à ses calculs : il croyoit se faire illusion et avoir supposé ce qu'il falloit chercher ; il n'osoit qu'à peine se persuader qu'il eût enfin trouvé une vérité cherchée pendant 17 ans. (*Harmonices, lib. V*). Qu'auroit-il dit s'il eût pu prévoir les conséquences admirables qu'on a su tirer de cette loi, puisqu'elle a fait découvrir celle de l'attraction? (1014).

470. La distance de la terre au soleil est à celle de jupiter au soleil comme 10 est à 52; leurs cubes sont par conséquent comme 1 est à 141 : or les durées de leurs révolutions sont de 365 $\frac{1}{4}$ et de 4332 $\frac{1}{2}$ jours, dont les carrés, en négligeant les derniers chiffres, sont encore comme 1 est à 141 ; donc le rapport est le même de part et d'autre. Le carré du tems périodique de jupiter est 141 fois plus grand que le carré du tems périodique de la terre, et le cube de la distance moyenne de jupiter au soleil est 141 fois plus grand que le cube de la distance de la

terre; c'est en quoi consiste l'égalité des rapports. Si l'on prend plus exactement les révolutions sidérales (312, 455, 1100), et les distances (450), on aura 140, 7026 pour le nombre exact qui exprime combien le carré de la révolution de jupiter et le cube de sa distance contiennent ceux de la terre. Cette loi se vérifie également quand on compare les distances des satellites de jupiter et de saturne avec les durées de leurs révolutions.

471. Je me suis même servi de cette loi pour trouver les distances moyennes des planetes qui sont dans la table de l'article 450, et je les crois plus exactes que celles qu'on déduiroit des observations à la maniere de Képler, quoique celles-ci nous aient fait connoître la regle : nous faisons usage de la regle préférablement aux observations.

472. Une autre loi générale du mouvement des planetes autour du soleil également importante dans l'astronomie, est que *les aires sont proportionnelles aux tems*. C'est encore une des découvertes de Képler; cependant il ne démontroit cette vérité que d'une maniere incomplete. Newton a fait voir le premier qu'elle étoit une suite nécessaire des loix générales du mouvement.

Képler étoit persuadé que le mouvement circulaire des planetes étoit produit par une certaine force, émanée du soleil, qui les forçoit à tourner autour de l'axe du soleil comme il y tournoit lui-même. Il considéroit que, puisque les planetes les plus éloignées tournoient plus lentement que les planetes les plus proches du soleil, il falloit que la force motrice fût plus petite à une plus grande distance; et cela le conduisit à établir non seulement la force d'*inertie*, dont il a parlé le premier, mais encore la regle des aires proportionnelles aux tems.

473. Képler démontre d'abord, dans sa Physique céleste (468), que le mouvement des planetes dans les apsides est proportionnel à leur distance au soleil, même dans l'hypothese de Ptolémée (299), c'est-à-dire qu'en prenant un arc de l'excentrique vers l'aphélie, et un autre arc de même longueur vers le périhélie, la planete est plus long-tems dans l'arc aphélie à proportion que la distance aphélie est plus grande, ou, ce qui revient au même, que les aires décrites dans le même tems sont égales.

474. Soit E (*fig.* 54) le point autour duquel le mouvement de la planete paroîtroit uniforme; S le soleil, à même distance du centre C que le point E; ayant tiré deux lignes MEO, NEP, l'arc MN et l'arc OP sont parcourus dans le même tems sui-

vant cette hypothese, puisque les angles en E sont égaux. Si du point S on tire les lignes SO, SP, et les lignes SN, SM, elles formeront des secteurs égaux OSP, NSM : en effet, si EQ étoit triple de ER ou de SQ, OP seroit triple de NM, c'est-à-dire la vitesse périhélie triple de la vitesse aphélie. En général, supposant les arcs MN et OP extrêmement petits, on aura, par les triangles semblables NEM, OEP, cette proportion : MN : OP :: ER : EQ; donc MN. EQ=OP.ER : mais EQ=SR, et ER=SQ; donc MN. SR=OP. SQ; donc le secteur SNM est égal au secteur OSP; donc, dans l'hypothese des anciens, si l'on prend deux arcs MN et OP, décrits par une planete dans des tems égaux, on aura au point S des aires égales.

475. De ce que la planete emploie plus de tems dans son aphélie à parcourir un même arc, Képler conclut en général que plus la planete est éloignée du centre du soleil, plus elle est foiblement animée par la force motrice qui la fait tourner autour du soleil; et cela s'est vérifié depuis la découverte de la loi d'attraction.

476. Lorsque Képler passe à la considération des orbes elliptiques, il transporte à l'ellipse les propriétés qu'il n'avoit démontrées que pour le cercle excentrique, sans y employer de nouvelle démonstration. Ainsi la loi des aires proportionnelles au tems n'étoit prouvée qu'imparfaitement; elle ne pouvoit passer jusqu'alors que comme une approximation commode, facile dans la pratique, et justifiée par l'accord du calcul avec l'observation.

Mais lorsqu'on considere les orbites planétaires comme formées par le concours de deux forces, dont l'une est de sa nature uniforme et constante, dès lors les aires deviennent nécessairement et rigoureusement proportionnelles au temps, comme nous le démontrerons bientôt (481).

477. On voit, par l'observation des diametres du soleil, que le mouvement du soleil est d'autant plus lent qu'il est plus éloigné de la terre. Le diametre apparent du soleil paroît de 31′ 31″ en été, et de 32′ 36″ en hiver, suivant les observations que j'ai faites avec le plus grand soin : cela prouve que la distance du soleil en hiver est à sa distance en été comme 31′ 31″ est à 32′ 36″; car les grandeurs apparentes d'un objet éloigné sont en raison inverse de ses distances (532). Le mouvement horaire du soleil en hiver est de 2′ 33″; or 32′ 36″ : 31′ 31″ :: 2′ 33″ : 2′ 28″; ainsi le mouvement du soleil devroit être de 2′ 28″ en été, s'il étoit en lui-même constant et uniforme, et que

ses différences ne dépendissent que de l'éloignement du soleil; cependant, par l'observation, ce mouvement horaire ne se trouve que de 2′ 23″; il est plus petit qu'il ne devroit être dans cette supposition. Outre les 5″ de différence qu'il doit y avoir entre les mouvemens en été et en hiver, à cause des différentes distances, il y a encore une différence réelle de 5″, qui ne provient pas des distances, mais qui est un ralentissement véritable dans le mouvement du soleil; donc le mouvement réel de la terre est effectivement plus lent dans l'aphélie que dans le périhélie. On voit même qu'il est en raison inverse des distances, puisque l'on trouve 2′ 23″, au lieu de 2′ 28″ qu'il y auroit en supposant le mouvement uniforme, c'est-à-dire 5″ pour l'excès du mouvement horaire en hiver sur le mouvement en été, indépendamment des 5″ qu'il doit y avoir à raison de la distance du soleil, qui est moindre en hiver. Ainsi l'inégalité est double de ce qu'elle seroit par l'effet des distances, c'est-à-dire qu'il y a moitié de l'inégalité qui est réelle.

478. Nous pourrions donc regarder cette loi comme prouvée astronomiquement, n'ayant pas encore traité des causes qui doivent la produire : mais nous allons démontrer, 1°. que les planetes tournent autour du soleil en vertu d'une force centrale ou attractive, dirigée au foyer de l'ellipse; 2°. que cette force une fois supposée, il s'ensuit que les aires sont proportionnelles aux tems : ce sera une connoissance élémentaire qui préparera le lecteur à la physique céleste, dont nous traiterons dans le douzieme livre.

479. C'est la premiere loi du mouvement prouvée par l'expérience, et admise par tous les mathématiciens, même du tems d'Anaxagore, qu'un corps ayant parcouru une ligne droite uniformément dans l'espace d'une minute, parcourroit une autre ligne droite sur la même direction dans la minute suivante, si rien ne s'y opposoit; ainsi la planete P (*fig.* 55), ayant été une seule fois uniformément de P en Q sur la ligne droite PQ, elle continueroit à se mouvoir de Q en F sur la même direction PQF, en parcourant un espace QF égal à PQ uniformément et dans le même espace de tems. Cependant les planetes décrivent des ellipses, et non pas des lignes droites; elles courbent sans cesse leur route du côté du soleil, et reviennent après une révolution reprendre la même route à la même distance du soleil : il y a donc dans le soleil une force capable de détourner à chaque instant une planete de la ligne droite qu'elle venoit de décrire l'instant précédent. Nous examinerons la mesure et la

quantité de cette force dans le XIIe livre, où nous traiterons de l'attraction : il nous suffit ici de faire voir que cette force centrale existe, puisque sans elle les planetes ne pourroient décrire que des lignes droites, et jamais ne reviendroient aux mêmes lieux, ni ne pourroient décrire des lignes courbes qui environnassent le soleil.

480. La seconde loi du mouvement, que je suppose encore connue et démontrée, parcequ'elle se trouve dans tous les livres de mécanique ou de dynamique, est celle-ci : un corps poussé à-la-fois par deux forces différentes, dont les directions font un angle, et dont chacune pourroit lui faire parcourir en une minute un des côtés d'un parallélogramme, en décrira la diagonale dans la même minute. La planete arrivée en Q est tirée vers le soleil, suivant la direction QS, avec une force qui seule seroit capable de lui faire parcourir en une minute une ligne droite telle que QG, tandis qu'au même instant elle est sollicitée à parcourir en une minute une ligne QF égale à PQ, en vertu de la premiere loi du mouvement. Si sur les lignes QG et QF on forme un parallélogramme GQFR, la planete parcourra la diagonale QR dans la même minute. Il ne faut que ces seuls principes pour démontrer que la loi des aires proportionnelles aux tems doit avoir lieu dans toutes les planetes. Voici à-peu-près la démonstration de Newton, (*Philosophiæ natur. principia mathemat. l. I.*)

481. Je considere une planete en un point quelconque Q de son orbite, venant de parcourir l'instant d'auparavant une très petite portion PQ de cette orbite, que l'on peut prendre pour une ligne droite; la planete parvenue de P en Q, et le rayon de son orbite ayant passé de SP en SQ, a décrit l'aire SPQ en une minute de tems. Je dis que dans la minute suivante elle décrira une aire SQR égale à SPQ, ou un triangle égal en surface à SPQ, en sorte que l'aire décrite par le rayon vecteur sera égale en tems égal. En effet si la planete, livrée à elle-même, eût continué à se mouvoir de Q en F, elle auroit décrit une aire QSF égale à l'aire PSQ, parceque ces deux triangles sont égaux, ayant des bases égales PQ et QF, et la même hauteur : mais à cause de la force centrale qui attire la planete vers le soleil, ce sera l'aire QSR (à la place de l'aire QSF) qui sera décrite par la planete : or les triangles QSR, QSF, sont encore égaux, parcequ'ils ont la même base QS, et sont compris entre les mêmes paralleles FR et QS; donc l'aire QSR est aussi égale à l'aire PSQ. Ainsi il est démontré que la petite aire

décrite dans la premiere minute est égale à la petite aire décrite dans la minute suivante ; et procédant ainsi de minute en minute, dans toute la durée de la révolution, on démontrera avec la même facilité que la même planete décrira éternellement la même aire dans le même tems, à quelque distance du soleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne surviendra pas une force étrangere qui puisse troubler l'égalité entre QF et PQ, c'est-à-dire entre la ligne qu'une planete vient de parcourir et celle qu'elle tend à parcourir dans la minute suivante.

Ainsi la loi des aires proportionnelles aux tems est prouvée non seulement par l'observation, c'est-à-dire par l'accord général des calculs fondés sur cette loi, avec les observations, mais encore par la nature même des deux forces qui animent les planetes. Nous allons donc passer au calcul du mouvement des planetes dans les orbites elliptiques, pour être en état d'assigner en tout tems le point de son orbite où une planete doit se trouver en vertu de la loi précédente.

Du Mouvement Elliptique.

482. Définitions. Le *rayon vecteur* d'une planete est la ligne tirée du centre du soleil au centre de la planete, ou la distance de la planete au foyer de son ellipse. Soit AMDP (*fig.* 56) l'orbite elliptique d'une planete décrite autour du foyer S, où est placé le soleil (468), M le lieu actuel d'une planete pour un instant donné ; la ligne SM sera le rayon vecteur.

La ligne des apsides, ou le grand axe de l'ellipse, marque l'aphélie et le périhélie de la planete (300). L'aphélie est le sommet A du grand axe AP, le plus éloigné du foyer S. Le périhélie est l'extrémité P du grand axe, la plus voisine du foyer S ou du soleil.

L'anomalie en général est la distance d'une planete à son aphélie : mais il y a plusieurs manieres de considérer cette distance.

L'anomalie vraie est l'angle formé au foyer de l'ellipse par le rayon vecteur et par la ligne des apsides ; tel est l'angle ASM formé par le grand axe AS et par le rayon vecteur SM.

L'anomalie excentrique est l'angle formé au centre de l'ellipse par le grand axe et par le rayon d'un cercle circonscrit, mené à l'extrémité de l'ordonnée qui passe par le lieu vrai de la planete. Ainsi ayant décrit un cercle ANP sur le grand axe AP de l'orbite, comme diametre, on tirera l'ordonnée RMN par le

point M où est supposée la planete, et à l'extrémité N de cette ordonnée on menera le rayon CN; c'est celui qui déterminera l'anomalie excentrique AN, ou l'angle ACN.

L'ANOMALIE MOYENNE est la distance à l'aphélie supposée proportionnelle au tems; c'est celle qui augmente uniformément et également depuis l'aphélie jusqu'au périhélie : ainsi une planete qui emploieroit six mois à aller de A en P auroit à la fin du premier mois 30° d'anomalie moyenne, 60° à la fin du second; et ainsi de suite, en augmentant toujours proportionnellement au tems. Si l'on prend une ligne CX pour marquer l'anomalie moyenne, en supposant que cette ligne tourne uniformément autour du centre C, la ligne CX sera d'abord plus avancée que la ligne CN, parceque AN croît plus lentement vers l'aphélie où le mouvement de la planete est moindre que le mouvement moyen; et cet avancement augmentera tant que la vitesse de la planete sera moindre que sa vitesse moyenne; ensuite le point N se rapprochera du point X, jusqu'à ce qu'au périhélie P ils se réunissent ensemble; là les trois anomalies se confondent, et sont également de 180°.

La différence entre l'anomalie vraie et l'anomalie moyenne forme l'*équation de l'orbite* ou l'équation du centre.

483. Puisque l'anomalie moyenne est proportionnelle au tems, et qu'elle est une portion du tems de la révolution, elle peut être mesurée par toute quantité qui aura un progrès uniforme : ainsi non seulement l'arc AX, l'angle ACX, et le secteur ou l'aire circulaire ACX, peuvent s'appeler *anomalie moyenne*, mais encore le secteur elliptique, ou l'aire ASM, formée par le rayon vecteur SM, le grand axe SA et l'arc d'ellipse AM : en effet les aires décrites par le rayon vecteur SM étant proportionnelles aux tems (481), le secteur AMS sera la sixieme partie de la surface elliptique AMDPA au bout du premier mois (dans la supposition de l'article précédent); il en sera le tiers au bout de deux mois, et toujours ainsi uniformément; en sorte que la surface ou l'aire elliptique sera la quantité proportionnelle au tems, une fraction égale à la fraction du tems, ou à l'anomalie moyenne : ainsi l'on pourra dire à la fin du premier mois que l'anomalie moyenne est 30°, ou en général qu'elle est un douzieme; car alors les 30° sont la douzieme partie du cercle; le tems employé à le parcourir sera la douzieme partie du tems de la révolution entiere, et enfin l'aire AMS sera la douzieme partie de l'aire entiere de l'ellipse; mais ordinairement c'est en degrés que nous exprimons l'anomalie moyenne.

484. Képler ayant trouvé que les planetes décrivoient des ellipses avec des aires proportionnelles au tems, il ne lui restoit plus que d'en conclure le vrai lieu d'une planete pour un tems donné. Lorsqu'on connoît le moment où elle a passé au point A et la durée de la révolution, on connoît l'anomalie moyenne : c'est en degrés que nous la prendrons, pour suivre la forme usitée dans les tables astronomiques, où toutes les anomalies et toutes les équations s'expriment en degrés, minutes et secondes ; mais c'est aussi la surface du secteur ASM.

485. Il s'agit de trouver l'anomalie vraie ou l'angle ASM de ce secteur. Képler sentit bien la difficulté de ce problême, *Etant donnée l'anomalie moyenne, trouver l'anomalie vraie*, même dans un cercle, car la difficulté est à-peu-près la même que dans l'ellipse : il se contenta d'inviter les géometres à en chercher la solution, sans espérer qu'on la pût trouver d'une maniere directe, parcequ'elle suppose, ainsi qu'on le verra bientôt, le rapport entre les arcs et leurs sinus, ou la quadrature du cercle, qui n'est donnée que par approximation.

486. Pour simplifier la question, l'on renverse le problême et l'on suppose connue l'anomalie vraie pour en déduire l'anomalie moyenne : cette méthode est plus courte, souvent plus exacte, et tient toujours lieu, dans la pratique, de la méthode directe. Cette méthode indirecte a été employée avec succès par la Caille, dans ses Recherches sur le soleil ; elle est fondée sur les deux théorêmes (490, 491), que nous allons démontrer d'une maniere très simple, après avoir établi des lemmes qui ne se trouvent pas dans les livres élémentaires.

487. Lemme I. *Dans une ellipse AMP, à laquelle on a circonscrit un cercle ANP, CX étant la ligne de l'anomalie moyenne (482), M le vrai lieu de la planete, RMN l'ordonnée qui passe par le lieu de la planete ; le secteur circulaire ANSA est toujours égal au secteur circulaire ACX de l'anomalie moyenne.*

Démonstration. Soit T le tems entier de la révolution de la planete, et *t* le tems qu'elle a employé à aller de A en M ; on aura, par la regle des aires proportionnelles aux tems, *t* est à T comme le secteur AMS est à la surface de l'ellipse : de même, puisque ACX est l'anomalie moyenne, on aura *t* est à T comme ACX est à la surface du cercle ; donc AMS est à ACX comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle. Mais par la propriété de l'ellipse, démontrée dans tous les livres de sections coniques, AMS est à ANS comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle : nous avons donc deux proportions qui ont trois termes communs, savoir AMS, la surface de l'ellipse, et la surface du cercle ; le terme qui paroît différent est donc nécessairement le même ; donc ACX et ANS sont égaux entre eux. C. Q. F. D.

488. Lemme II. Dans tout triangle rectangle MRS (*fig.* 56,) si l'angle RSM est divisé en deux parties égales, la tangente de la moitié de l'angle RSM sera égale à $\frac{RM}{RS+SM}$. Car ayant pris SB = SM, on aura l'angle B égal à la moitié de l'angle S ; et parceque RB : RM :: 1 : tang. B, cette tang. $= \frac{RM}{RB} = \frac{RM}{RS+SB} = \frac{RM}{RS+SM}$.

489. LEMME III. Le rayon vecteur SM est égal à $\frac{PR.SA}{CA} - SR$: exprimons d'abord cette valeur analytiquement, en faisant $CA = a$, $CR = x$, $CS = e$; on aura $\frac{PR.SA}{CA} - SR = \frac{(a+x)(a+e)-a(e+x)}{a}$, ou, ce qui revient au même, $\frac{a^2+ex}{a}$, c'est celle que nous allons démontrer. Par la propriété la plus connue de l'ellipse, on a $SM + FM = 2a$: supposons $SM = a + z$, et $FM = a - z$, puisque $SR = e + x$, et $FR = e - x$; on a RM^2 ou $y^2 = SM^2 - SR^2 = aa + 2az + zz - ee - 2ex - xx = FM^2 - FR^2 = aa - 2az + zz - ee + 2ex - xx$: égalant ces deux valeurs, on a $2az - 2ex = -2az + 2ex$, donc $z = \frac{ex}{a}$, et $SM = a + \frac{ex}{a}$, ou, ce qui revient au même, comme on l'a vu, $SM = \frac{PR.SA}{CA} - SR$.

490. *La racine carrée de la distance périhélie est à la racine carrée de la distance aphélie comme la tangente de la moitié de l'anomalie vraie est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique.*

Dans les triangles rectangles MSR et NCR, en employant les expressions tirées de l'article 488, on a cette proportion : tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR $:: \frac{RM}{SR+SM} : \frac{RN}{CR+CN}$: si l'on met à la place du rapport de RM à RN celui de CD à CA, qui lui est égal par la propriété de l'ellipse, et à la place de SR+SM sa valeur $PR. \frac{SA}{CA}$ (489), et enfin PR à la place de CR+CN, on changera la proportion en celle-ci : tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR $:: \frac{CD.CA}{PR.SA} : \frac{CA}{PR} :: CD : SA$, ou parceque $CD = \sqrt{SD^2 - CS^2} :: \sqrt{aa-ee} : a+e :: \sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}$ (en divisant les deux derniers termes par $\sqrt{a+e}$); ainsi l'on aura tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR $:: \sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}, :: \sqrt{PS} : \sqrt{SA}$.

491. *La différence entre l'anomalie excentrique et l'anomalie moyenne est égale au produit de l'excentricité par le sinus de l'anomalie excentrique.*

Le secteur circulaire ANSA est égal au secteur de l'anomalie moyenne ACX (487); si l'on ôte de tous deux la partie commune ACN, on aura le secteur NCX égal au triangle CNS. La surface du secteur circulaire NCX est égale au produit de CN par la moitié de l'arc NX; la surface du triangle CNS est égale au produit de CN par la moitié de la hauteur ST, qui est une perpendiculaire abaissée du foyer S sur la base NC, prolongé au-delà du centre C : ainsi les deux surfaces étant égales, et ayant un des produisans CN qui est commun toutes deux, les autres produisans sont aussi égaux; donc l'arc NX est égal à la ligne droite ST : mais dans le triangle STC, rectangle en T, l'on a ST=CS. sin. TCS, par les regles de la trigonométrie rectiligne; donc NX=CS. sin. TCS=CS. sin. ACN; donc la différence NX entre l'anomalie excentrique AN et l'anomalie moyenne AX est égale au produit de l'excentricité CS par le sinus de l'anomalie excentrique ACN.

492. C'est en minutes et secondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les anomalies des planetes; ainsi, pour trouver la différence en secondes entre l'anomalie moyenne et l'anomalie excentrique, il faut que l'excentricité soit aussi exprimée en secondes. Si l'excentricité de la planete est exprimée en parties de même espece que la distance moyenne, on dira, la distance moyenne est à

l'excentricité comme le nombre de 206264″ 8 que contient le rayon d'un cercle (ou environ 57°) est au nombre de secondes que l'excentricité contient. Si cette excentricité est donnée en fraction de la distance moyenne de cette même planete, il suffira de la multiplier par les 206264″, 8 (qui font l'arc égal au rayon) pour avoir cette excentricité en secondes.

493. Au moyen des deux théorêmes (490, 491), on trouve facilement l'anomalie moyenne quand on a l'anomalie vraie; mais le problême essentiel consiste à trouver l'anomalie vraie quand on a la moyenne. Il y a plusieurs manieres d'y parvenir directement, quoique par approximation; mais nous préférons dans l'usage ordinaire de supposer une anomalie vraie quelconque, et de la convertir en moyenne par les regles précédentes. Si celle que l'on trouve par ce moyen n'est pas égale à celle qui étoit donnée, c'est une preuve que la supposition n'est pas exacte, et l'on fait une autre supposition d'anomalie vraie, jusqu'à ce qu'on ait supposé une anomalie vraie qui produise exactement l'anomalie moyenne donnée. Les tables qui sont déja toutes faites pour chaque planete et pour chaque degré d'anomalie rendent ces suppositions faciles à trouver presque du premier coup.

494. Quand on a trouvé l'anomalie vraie, il est aisé de trouver la distance au soleil ou le rayon vecteur SM par la proportion suivante: *Le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique comme la moitié du petit axe est au rayon vecteur.* En effet, ayant tiré la ligne NQ (*fig.* 56), parallele au rayon vecteur MS, on a, par les triangles semblables, cette proportion, SM : QN :: RM : RN :: CD : CK ou CN; donc SM : CD :: QN : CN :: sin. QCN : sin. CQN :: sin. RCN : sin. RSM; donc sin. CSM : sin. NCS :: CD : SM; c'est le rayon vecteur dans l'hypothese de Képler, et telle est la proportion dont on peut se servir pour calculer les tables des distances des planetes à chaque degré d'anomalie.

495. L'hypothese elliptique simple, dont on fait usage quand on n'a pas besoin d'une très grande précision, simplifie beaucoup le calcul, puisqu'elle fait trouver l'anomalie vraie par une simple proportion. Boulliaud fit voir en 1645 que le mouvement d'une planete dans une orbite elliptique est sensiblement uniforme quand on le suppose vu du foyer supérieur F de l'ellipse. Seth-ward, en 1656, donna une méthode fort simple pour calculer l'anomalie vraie dans ce cas-là. On prolongera FL (*fig.* 57) de maniere que LE soit égale à LS, et l'on joindra SE; on aura un triangle SFE, dans lequel, suivant une proportion connue

de trigonométrie, la demi-somme de deux côtés, tels que FE et FS, est à leur demi-différence comme la tangente de la demi-somme des angles adjacens S, E, est à la tangente de leur demi-différence. Substituons d'autres dénominations à la place de ces quatre termes : la demi-somme de FS et de FE est la même chose que la distance aphélie SA ; car FE, ou bien FL avec LS, égale le grand axe ; donc FE avec FS vaut le grand axe avec deux fois l'excentricité ; et, en prenant la moitié du total, la demi-somme de FE et de FS se trouve être le demi-axe avec l'excentricité, c'est-à-dire SA. On verra facilement que leur demi-différence est égale à SP. La demi-somme des angles E et S est la moitié de l'angle externe AFE, ou de l'anomalie moyenne ; enfin leur demi-différence est la moitié de l'anomalie vraie FSL, puisque la différence entre l'angle FSE et l'angle LSE (égal à LES), n'est autre chose que FSL ; donc la proportion précédente se réduit à celle-ci : *La distance aphélie est à la distance périhélie comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne est à la tangente de la moitié de l'anomalie vraie.*

Le rayon vecteur SL se trouve avec la même facilité au moyen du triangle SLF, en disant : le sinus de l'équation de l'orbite FLS est à la double excentricite FS comme le sinus de l'angle F, ou de l'anomalie moyenne, est à la distance de la planete au soleil, dans l'hypothese elliptique simple.

De l'Equation de l'Orbite.

496. Nous pouvons, en considérant la figure 57, appercevoir toutes les propriétés du mouvement inégal des planetes et de l'équation de l'orbite. 1° Cette équation est nulle en A, c'est-à-dire dans l'apside supérieure (aphélie ou apogée), puisque vers ce point-là le lieu moyen et le lieu vrai sont confondus, les lignes FL et SL coïncident. En partant de l'apside supérieure, leur différence augmente rapidement, parceque la vîtesse vraie, étant la plus petite en A, differe le plus de la vîtesse moyenne. 2° Cette différence s'accumule chaque jour, tant que la vîtesse vraie est moindre que la vîtesse moyenne ; lorsqu'elles sont égales, il se trouve un point B, vers trois signes et quelques degrés d'anomalie moyenne, où la différence, qui a augmenté jusqu'alors, est devenue la plus grande, et où l'équation, c'est-à-dire l'angle FLS, cesse d'augmenter, étant presque la même pendant quelque tems, pour diminuer ensuite

suite jusqu'à l'apside inférieure P, où le lieu vrai et le lieu moyen se retrouvent d'accord une seconde fois. 3° L'équation est soustractive, se retranche du lieu moyen ou de l'anomalie moyenne AFL dans les six premiers signes pour avoir le lieu vrai, parceque la vîtesse moyenne, en partant de l'apside supérieure, est plus grande que la vîtesse vraie: ainsi le lieu moyen est plus avancé; il faut donc ôter de la longitude moyenne la quantité de l'équation pour avoir le lieu vrai. Le contraire arrive après le passage en P, où la vîtesse vraie est la plus grande.

497. La plus grande équation peut se trouver par un calcul rigoureux, aussi bien que le degré d'anomalie moyenne où arrive cette plus grande équation; pour cela il suffit de trouver le point M (*fig.* 58), dans lequel arrive la vîtesse moyenne. En effet, dès que la planete est arrivée au point où sa vîtesse angulaire DFR (c'est-à-dire l'angle qu'elle parcourt, vue du soleil) est égale à la vîtesse moyenne (par exemple de 59′ 8″ par jour, si c'est la terre), la longitude moyenne cesse d'anticiper sur la longitude vraie; elle en differe alors le plus qu'il est possible, parceque jusqu'à ce moment la vîtesse réelle, qui étoit plus petite, faisoit retarder tous les jours le lieu vrai sur le lieu moyen: mais, dès que la vîtesse vraie est devenue égale à la vîtesse moyenne, elle est prête à la surpasser, elle va commencer à regagner ce qu'elle avoit perdu jusqu'alors, le lieu vrai se rapproche du lieu moyen, et l'équation de l'orbite diminue. Ainsi toute la difficulté consiste à trouver le point M et l'anomalie vraie AFM de la planete au moment où sa vîtesse est égale à la vîtesse angulaire moyenne. Ayant pris une ligne FM, moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes de l'orbite, on décrira du foyer F, comme centre, un cercle MN sur le rayon FM, et ce cercle aura une surface égale à celle de l'ellipse, comme on le démontre dans les sections coniques. Supposons un corps qui décrive le cercle MN dans un tems égal à celui de la révolution de la planete dans son ellipse; sa vîtesse angulaire sera constamment égale à la vîtesse angulaire moyenne de la planete, par exemple, de 59′ 8″ pour la terre; l'aire décrite dans le cercle sera toujours égale à l'aire décrite en même tems dans l'ellipse, puisque les aires totales sont égales et parcourues en tems égaux, les durées des révolutions étant les mêmes, et les aires partielles de l'ellipse proportionnelles aux parties du tems: par exemple, si la terre décrit en un jour une aire DFB, dont M est le milieu, égale à la 365ᵉ partie de la surface

elliptique, l'aire EFO, décrite dans le cercle, sera aussi la 365e partie de l'aire du cercle (qui est égal à l'ellipse); la vîtesse vraie de la terre (ou l'angle DFR) sera donc égale à la vîtesse moyenne en M, c'est-à-dire à l'angle DFO; car ce sont deux secteurs égaux qui ont la même longueur FM, la même surface, et par conséquent le même angle. Mais, pour prouver rigoureusement qu'ils sont égaux, il suffit de considérer les triangles égaux MED, MRO, qui sont l'un en dehors du cercle, l'autre en dedans, et qui font voir que le secteur elliptique est égal au secteur circulaire qui a le même angle en F. Ainsi pour trouver le point de la vîtesse moyenne, il faut trouver l'intersection M de l'ellipse et du cercle qui lui est égal en surface. Ayant tiré du point M à l'autre foyer B de l'ellipse une ligne MB, l'on aura un triangle BFM, dans lequel on connoît les trois côtés; savoir BF, qui est le double de l'excentricité; FM, qui est la moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes; et BM, qui est la différence entre FM et le grand axe (parceque les deux lignes FM et MB font entre elles la valeur du grand axe): ainsi, résolvant le triangle BFM, on cherchera l'angle F, qui est l'anomalie vraie de la planete au point de la plus grande équation.

Par exemple, si le demi-axe CA = 38710, et le demi-axe conjugué = 37883, comme dans l'orbite de mercure, on aura CF = 7955 ½, BF = 15911, FM sera = 38294: on résoudra le triangle BFM; on aura l'angle BFM de 81° 6′ 5″; c'est l'anomalie vraie au tems de la plus grande équation; d'où l'on peut conclure (493) l'anomalie moyenne 104° 46′ 5″. Ainsi leur différence, qui est l'équation du centre, sera 23° 40′ 0″; ce doit être la plus grande équation de l'orbite de mercure, ou 40″ de plus.

498. Après avoir indiqué la maniere de calculer l'équation, nous parlerons de la maniere de l'observer. Je suppose que l'on ait un grand nombre de longitudes observées lorsque la planete est en opposition ou en conjonction, c'est-à-dire telles que si on les avoit observées du centre même du soleil; il s'en trouvera deux, par exemple, en G et en M, qui différeront entre elles de la quantité de l'angle GFM, qui est la somme des deux anomalies vraies; mais la somme des deux anomalies moyennes ABM, ABG, sera plus grande du double de l'équation, puisque chaque distance vraie est plus petite que la distance moyenne de la quantité de la plus grande équation. Il est aisé de calculer en tout tems la somme des deux anomalies moyennes, quoiqu'on ne connoisse pas le lieu de l'aphélie A, parceque la somme des deux anomalies moyennes est égale au mouvement moyen de la

planète dans cet intervalle de tems, et on le trouve aisément quand on connoît la durée de la révolution; ainsi l'excès du mouvement moyen calculé sur le mouvement vrai observé donne le double de la plus grande équation, pourvu que l'on ait fait ces deux observations en M et en G, c'est-à-dire aux tems de la vitesse moyenne.

Ce sera le mouvement vrai qui sera le plus considérable, si l'on prend la premiere observation avant le périhélie et la seconde après, comme dans l'exemple suivant (500).

499. Pour discerner les tems et les observations convenables à cette recherche, un observateur isolé, qui ne connoîtroit en aucune façon la situation de l'orbite de la planete et des points G et M, n'auroit qu'à rassembler un grand nombre de positions observées et réduites au soleil; si ce sont des planetes principales, les comparer deux à deux, et voir combien le mouvement vrai observé différeroit du mouvement moyen calculé pour chaque intervalle : la plus grande de toutes les différences lui donneroit le double de la plus grande équation ; car entre une moyenne distance et l'autre, le mouvement vrai differe du mouvement moyen à raison de l'équation, soustractive dans l'une et additive dans l'autre ; donc si l'on a des observations faites dans tous les points de l'orbite, ou du moins dans un assez grand nombre pour que les deux points de la plus grande équation s'y soient trouvés, l'on en rencontrera deux où le mouvement vrai sera moindre ou plus grand que le mouvement moyen, du double de la plus grande équation. Actuellement que l'on connoît, à très peu près, les lieux des apsides et des moyennes distances de toutes les planetes, on n'a qu'à choisir du premier coup les observations faites avant et après l'aphélie, vers le tems de la plus grande équation, ou bien avant et après le périhélie, comme dans l'exemple suivant.

500. Exemple. Le 7 octobre 1751 le vrai lieu du soleil, observé par la Caille avant le périgée, en y faisant entrer trois jours d'observations discutées et comparées entre elles, fut trouvé de . . . . $6^s\ 13^\circ\ 47'\ 15''$.

Le 28 mars 1752 cette longitude vraie fut de	0 8 9 26
La différence de ces deux longitudes, ou le mouvement vrai du soleil, est donc. .	5 24 22 11
Mais dans cet intervalle le mouvement moyen avoit dû être par le calcul	$5^s\ 20^\circ\ 31'\ 43''$
Différence double de la plus grande équation,	3 50 28
Dont la moitié est l'équation de l'orbite. . . .	1 55 14

Un grand nombre d'observations l'ont fait établir de 1° 55′ 31″.

501. Comme il est extrêmement rare d'avoir deux observetions qui soient faites précisément dans les points M et G de la vîtesse moyenne, on ne trouve guere dans un premier calcul la quantité exacte de la plus grande équation; mais après qu'on a trouvé à-peu-près la plus grande équation et le lieu de l'apside (507), on calcule pour les deux tems d'observations la valeur de l'équation, qui, comparée à la plus grande (497), montre combien il s'en falloit que celle-ci n'eût lieu précisément dans les deux observations employées, ou combien l'équation donnée par les observations devoit différer de la plus grande : c'est ainsi que dans l'exemple précédent la Caille avoit trouvé 18″ 6, qu'il falloit ajouter pour avoir la véritable quantité de la plus grande équation, résultante de ces deux observations.

502. On peut aussi trouver la plus grande équation sans connoître le lieu de l'apside; il n'y a qu'à prendre pour époque une longitude quelconque et lui comparer beaucoup d'autres longitudes pour avoir le mouvement vrai observé : on calculera pour chacun de ces intervalles le mouvement moyen par la durée connue de la révolution; l'on aura des différences additives et des différences soustractives : la plus grande différence additive et la plus grande soustractive étant ajoutées, donneront le double de la plus grande équation de l'orbite, si l'on a eu des observations en assez grand nombre pour que les deux points de la plus grande équation s'y soient trouvés.

503. Quand on a trouvé par observation la plus grande équation, et qu'on veut en conclure l'excentricité, le plus commode est d'employer une regle de fausse position, ou de supposer d'abord connue l'excentricité que l'on cherche, pour en conclure la plus grande équation (497). Si elle se trouve trop grande, on diminuera l'excentricité supposée, et l'on recommencera le calcul : cette méthode de déterminer l'excentricité par le moyen de la plus grande équation est souvent plus commode que celle dont se servit Képler pour trouver l'excentricité de mars (468).

504. La méthode dont je me suis servi pour trouver l'excentricité de mercure consiste à supposer que le lieu de l'aphélie soit connu (509); alors deux observations éloignées entre elles d'environ une demi-révolution, et les plus éloignées des apsides, suffisent pour trouver l'excentricité. En effet,

connoissant bien le lieu de l'aphélie, on a deux anomalies vraies bien connues; on les convertit en anomalies moyennes: celles-ci ne peuvent être exactes, à moins que l'excentricité dont on se sert pour faire la conversion ne soit bien connue; l'une sera trop grande et l'autre trop petite, puisqu'il y a une équation additive et une soustractive. Si donc la différence des deux anomalies moyennes trouvées n'est pas égale à celle qui est connue par la durée de la révolution et par l'intervalle des deux observations, on en conclut que l'excentricité employée est défectueuse, et l'on fait une seconde supposition. Par de semblables tentatives on parvient aisément à trouver l'excentricité, qui satisfait aux deux observations qu'on a choisies, en donnant exactement la différence d'anomalie moyenne qu'on doit avoir.

505. On emploie aussi les plus grandes digressions de mercure et de vénus pour trouver l'excentricité; si la terre est en B (*fig.* 50) et mercure en C dans sa plus grande digression, ou lorsqu'il nous paroît le plus éloigné du soleil sur la tang. BC, et dans son aphélie, l'angle SBC étant observé avec soin, et l'angle S connu à très peu près, on peut en conclure la distance aphélie SC de mercure au soleil. On fait une semblable opération dans une autre digression où mercure se trouve dans son périhélie, et l'on trouve de même sa distance périhélie; la différence des deux distances est le double de l'excentricité.

	Excentricités.	*Equations.*		
☿	7955	23°	40′	40″
♀	498	0	47	20
☉	1681	1	55	36
♂	14184	10	40	40
♃	25013	5	30	38
♄	53640	6	26	42
♅	89556	5	21	3
☾	0,0547	6	18	32

J'ai fait usage de cette méthode dans ma théorie de mercure. (*Mém. acad.* 1767 et 1786). La table ci-dessus est le résultat de tous mes calculs sur les planetes, et de ceux de M. Delambre : elle suppose la distance moyenne de la terre au soleil 100000; excepté celle de la lune, qui suppose que sa distance moyenne à la terre soit l'unité. On a vu les distances moyennes (art. 450.)

506. Ces équations sont sujettes à varier d'un siecle à l'autre par les attractions réciproques des planetes. Celle de saturne augmente de 1′ 50″ par siecle par l'action de jupiter, mais cette augmentation se changera par la suite en une diminution. (M. de la Grange, *Mémoires de l'acad. de Berlin*, 1782.)

Détermination des Aphélies.

507. L'APHÉLIE d'une planete se détermine par différentes méthodes : voici la plus directe ; elle a servi principalement pour le soleil, elle peut servir aussi pour les planetes supérieures. Lorsqu'on a plusieurs observations d'une planete faites en différens points de son orbite, et réduites au soleil, il faut chercher celles qui donnent deux longitudes héliocentriques diamétralement opposées ; et si les tems de ces observations different exactement d'une demi-révolution, on sera sûr que ces deux observations sont l'une dans l'aphélie, et l'autre dans le périhélie ; ainsi, en comparant deux à deux un grand nombre d'observations, on ne pourra manquer de tomber sur celles qui indiqueront la place des apsides.

Soit l'aphélie d'une planete en A (*fig.* 59), et le périhélie en P, la partie ABP de l'ellipse est égale à la partie AFP ; elles sont parcourues l'une et l'autre dans l'espace du tems de la demi-révolution, par exemple, en $182^j\ 15^h\ 6'\ 59''$, s'il s'agit du soleil. Nous prenons ici la révolution anomalistique (515), c'est-à-dire par rapport à l'apogée ; mais dans une premiere approximation l'on se contenteroit de la révolution tropique (454), en supposant l'aphélie immobile pendant une demi-révolution.

Si l'on prend un autre point quelconque C avec le point qui lui est opposé, la partie CBE de l'ellipse exigera moins de tems que la partie CFE, parceque la premiere renferme le périhélie, c'est-à-dire l'endroit où le mouvement de la planete est le plus rapide, tandis qu'au contraire la partie FE, dans laquelle se trouve l'aphélie, doit être parcourue d'un mouvement plus lent et en plus de tems.

Ainsi les points A et P des deux apsides sont les seuls qui, étant diamétralement opposés par rapport au foyer S de l'ellipse, fassent aussi deux intervalles de tems égaux : on sera donc assuré de connoître le lieu des apsides si l'on trouve deux longitudes qui, étant diamétralement opposées, comme A et P, répondent aussi à des tems éloignés d'une demi-révolution, c'est-à-dire de la moitié du tems qu'il faut à la planete pour parvenir à son apside ; il suffira donc de chercher dans le nombre des observations d'une planete les deux qui satisferont à-la-fois à cette double condition. Cette maniere de déterminer le lieu de l'aphélie d'une planete fut employée pour la premiere fois par Képler (468).

508. On peut aussi trouver l'aphélie en employant deux observations, dont l'une soit vers les apsides et l'autre vers les moyennes distances, pourvu qu'on suppose l'équation du centre exactement connue ; car si l'on fait une supposition pour le lieu de l'aphélie, et qu'on convertisse les deux anomalies vraies qui en résultent en anomalies moyennes, on ne sauroit avoir une différence qui soit égale au mouvement moyen connu d'ailleurs, à moins que l'aphélie n'ait été bien supposé.

509. La troisieme méthode pour trouver le lieu de l'aphélie d'une planete a lieu pour mercure ou pour vénus : c'est celle que j'ai donnée, et qui m'a fait trouver exactement le lieu de l'aphélie de mercure. Je suppose qu'on ait observé sa plus grande digression dans le tems qu'il est vers les moyennes distances au soleil, et que la distance ou le rayon vecteur change rapidement ; si l'on connoît déja la moyenne distance et l'excentricité, l'on calculera facilement à quel endroit il faut placer l'aphélie pour que le rayon sur lequel se trouve la planete soit précisément de la longueur convenable à la digression observée.

Soit F (*fig.* 59) le lieu de mercure dans sa moyenne distance vu de la terre T sur le rayon TF, qui touche l'orbite ; la plus grande digression étant alors l'angle STF, et la distance à l'aphélie ASF. Si dans les tables dont nous nous servons le lieu de l'aphélie étoit mal indiqué, et qu'il dût être en C, en faisant avancer le point A en C, la ligne SH arriveroit en SG, et l'élongation de mercure seroit égale à l'angle STG, plus petite par conséquent que l'élongation STF. Si donc on a trouvé, par le calcul des tables, une élongation trop grande, il n'y a qu'à éloigner l'aphélie du lieu de l'observation, en laissant toujours mercure à la même longitude ou sur la même ligne SF (ou, si l'on veut, en conservant la même longitude moyenne), mais en G, en sorte que l'élongation STG devienne plus petite.

Le 24 mai 1764, à $8^h\ 7'\ 50''$, tems moyen, j'observai la longitude de mercure à $22^\circ\ 51'\ 12''$ du soleil ; notre rayon visuel touchoit son orbite à la moyenne distance vers $9^s\ 8^\circ$ d'anomalie ; je calculai cette longitude par les tables de Halley, et je la trouvai trop grande de $1'\ 14''$; mais en augmentant dans ces tables la longitude de l'aphélie de $14'\frac{1}{2}$ sans changer la longitude héliocentrique de mercure, l'anomalie devenoit plus petite, aussi bien que le rayon vecteur ; l'élongation de mercure devenoit aussi moindre, et la longitude de mercure se trouvoit d'accord avec l'observation (*Mém. acad.* 1766). De là il s'ensuit que la longitude de l'aphélie étoit trop petite dans les tables de

Halley; aussi je l'ai augmentée de 10′ dans mes tables, et je l'ai supposée de 8ˢ 13° 47′ pour 1764.

510. Enfin j'ai trouvé le lieu de l'aphélie de mercure par une autre méthode à laquelle on n'avoit pas encore pensé, et qui m'a très bien réussi. Après que j'ai eu déterminé l'excentricité par des digressions aphélie et périhélie (505), j'ai cherché quel étoit le lieu de l'aphélie qui satisfaisoit aux passages de mercure sur le soleil observés dans les deux points opposés de son orbite, et qui sont les observations les plus exactes; cela m'a fait trouver exactement, soit le lieu de l'aphélie, soit son mouvement depuis 1661. (*Mém. de l'acad.* 1786.)

Méthode pour corriger à la fois les trois élémens d'une Orbite.

511. Nous avons vu séparément les méthodes que l'on peut suivre pour trouver l'équation et les apsides d'une planete (498, 507); nous allons rassembler l'esprit de ces méthodes, et en tirer la maniere de trouver par trois observations les trois élémens d'une orbite, savoir l'excentricité, le lieu de l'aphélie, et l'époque du lieu moyen qui en résulte nécessairement. Je suppose les trois observations réduites au soleil, et comptées sur l'orbite même de la planete; je suppose aussi les élémens déja à peu-près connus.

Pour bien sentir l'esprit de cette méthode, il faut se rappeler les trois choses qui doivent être familieres à tous ceux qui s'occupent du calcul astronomique (496). Nous remarquerons aussi que le mouvement moyen d'une planete, dans l'espace d'une ou de deux révolutions, est assez bien connu pour qu'on puisse toujours le supposer exact; car les moyens mouvemens se déterminent par la comparaison des observations les plus anciennes; ainsi il ne peut y avoir d'erreur sensible dans l'espace de quelques années; d'où il résulte que si l'erreur de l'époque ou de la longitude moyenne d'une planete est connue pour un des points de son orbite, elle est également connue, ou plutôt elle est la même dans tous les autres points; elle ne fait que se combiner avec les erreurs qui proviennent des autres élémens, sans que cette erreur de l'époque, prise en elle-même, soit différente.

Si l'on avoit deux observations faites précisément dans les moyennes distances, c'est-à-dire à trois signes d'anomalie moyenne et à neuf signes, il seroit aisé de corriger par ces

deux observations, 1°. l'époque des moyens mouvemens, 2°. l'équation de l'orbite. En effet, si l'équation est bonne, c'est-à-dire si celle qu'on a employée dans le calcul des tables est exacte, il n'y aura entre le calcul et l'observation d'autre différence que celle de l'époque des moyens mouvemens, puisque le lieu de l'aphélie n'influe point dans le calcul des longitudes prises vers les moyennes distances: s'il n'y a d'autre erreur que celle de l'époque, elle sera égale dans les deux observations; car nous supposons le moyen mouvement exactement connu; ainsi l'erreur des tables étant trouvée égale à 3ˢ et à 9ˢ d'anomalie, ce sera une preuve que l'équation est exacte, mais que l'erreur des deux calculs vient uniquement de l'époque de la longitude qui est mal établie.

512. Si l'équation de l'orbite est aussi défectueuse, l'erreur sera plus ou moins grande, parcequ'à 3ˢ d'anomalie l'équation se retranche de la longitude moyenne pour avoir la véritable, mais à 9ˢ elle s'ajoute; ainsi dans l'une des deux observations l'erreur de l'équation augmentera celle de l'époque, et dans l'autre observation elle la diminuera; par ce moyen l'erreur totale sera plus grande dans une observation que dans l'autre, et cela du double de l'erreur qu'il y a eu dans l'équation du centre.

Si, par exemple, l'erreur de l'époque est —5', c'est-à-dire qu'il y ait dans l'époque des tables 5' de trop, et que l'erreur de la plus grande équation soit —2', alors ces deux erreurs s'accumuleront à 9ˢ d'anomalie, parceque l'équation y est additive; en sorte qu'on aura ajouté 2' de trop, à raison de l'équation qui est trop grande, et 5' de trop, à raison de l'époque qui est trop avancée; la longitude calculée aura donc 7' de trop. Au contraire, vers 3ˢ d'anomalie, on n'aura que 3' de trop, c'est-à-dire que l'erreur des tables ne sera que de 3', parceque l'équation qui est trop grande de 2' étant soustractive, dans ce cas-là on aura ôté 2' de trop; et l'époque ayant 5' de plus qu'il ne faut, il ne restera que 3' d'erreur. La différence entre ces deux erreurs des tables 7' et 3' est donc 4', et cette différence, partagée en deux parties, donnera 2', erreur de l'équation. Par ce moyen, l'on connoîtra l'erreur de l'équation et celle de l'époque; il sera facile de trouver celle de l'aphélie, en calculant une observation voisine de l'aphélie et corrigeant le calcul, de maniere qu'il n'y reste plus d'autre différence que celle qui vient de l'erreur commise sur la position de l'aphélie.

Quand même les trois observations choisies ne seroient pas

exactement dans les points que nous avons indiqués, il seroit facile, par quelques changemens faits à chacun des trois élémens, de trouver les quantités nécessaires pour satisfaire aux trois observations. J'ai détaillé ces procédés dans mon *Astronomie*.

513. Par ce moyen l'on trouve à-la-fois l'équation, l'aphélie, et la longitude moyenne de la planete pour chacun des jours d'observations, et l'on en conclut facilement cette longitude pour les autres années. La table suivante contient les longitudes pour le 1 janvier 1800, à midi moyen pour Paris; les TABLES ASTRONOMIQUES, publiées dans mon *Astronomie*, contiennent les longitudes pour toutes les années, pour tous les jours, avec les équations qui correspondent à chaque degré d'anomalie: par leur moyen on trouve facilement le lieu d'une planete pour un tems quelconque. Nous avions déja de pareilles tables faites par Ptolémée, Copernic, Képler, Halley, Cassini et moi; mais les nouvelles sont d'une beaucoup plus grande exactitude; elles sont de Mayer, Delambre et moi.

514. Les apsides des planetes ne sont pas toujours au même point du ciel, et les observations de mars le prouvent sur-tout d'une maniere incontestable. Les observations anciennes et modernes, et la théorie de l'attraction, ont donné le progrès séculaire des apsides comme dans la table ci-jointe.

	Longitude de l'aphélie en 1800.				*Mouv. séc. de l'aphélie.*			*Long. moyenne en 1800.*				*Mouvement diurne.*		
	s	°	′	″	°	′	″	s	°	′	″	°	′	″
Mercure.	8	14	20	51	1	33	45	3	18	10	38	4	5	32,57
Vénus.	10	8	56	12	1	21	0	4	25	9	1	1	36	7,81
Terre.	9	9	29	3	1	43	35	3	9	54	0	0	59	8,33
Mars.	5	2	24	14	1	51	40	7	22	34	9	0	31	26,66
Jupiter.	6	11	8	21	1	34	33	2	21	48	46	0	4	59,26
Saturne.	8	29	4	10	1	50	7	4	3	5	10	0	2	0,59
Herschel.	11	17	20	49	1	28	0	5	23	29	12	0	0	42,37

Il n'y auroit pour chaque aphélie que 1° 23′ 30″, si les apsides étoient véritablement fixes, ou qu'elles n'eussent d'autre changement de longitude que celui qui vient du changement des points équinoxiaux, et qui est purement apparent.

515. La révolution d'une planete par rapport à son apside, le tems qu'elle emploie à y revenir, ou l'intervalle d'un passage par son aphélie au passage suivant, s'appelle la RÉVOLUTION ANOMALISTIQUE, parceque l'anomalie recommence à chaque passage dans l'apside: cette révolution anomalistique est un peu plus longue que la révolution par rapport aux équinoxes, parceque le mouvement des apsides se fait suivant l'ordre des signes.

Si le lieu de l'apside de la terre étoit exactement fixe dans le ciel, la révolution anomalistique seroit égale à la révolution sidérale, dont on a vu la détermination (312); mais puisque l'apogée du soleil a un petit mouvement selon l'ordre des signes, il faut comparer deux passages de la terre par son aphélie, et non pas deux retours à une même étoile, ni deux passages par l'équinoxe (454); c'est ainsi que l'on trouvera la révolution anomalistique du soleil de 365j 6h 13′ 58″ plus grande de 4′ 46″ que la révolution sidérale, en supposant le mouvement de l'apogée de 62″ par an, ou de 11″ par rapport aux étoiles.

Des Nœuds des Planetes.

516. Lorsqu'une planete n'a aucune latitude vue de la terre, elle n'en sauroit avoir, vue du soleil; elle est alors dans son nœud, puisqu'elle est dans le plan de l'écliptique; il suffit donc d'observer la longitude géocentrique de la planete au tems où elle n'a point de latitude; on en conclura sa longitude vue du soleil (442), et ce sera le lieu du nœud.

On peut aussi employer à la recherche du lieu du nœud des observations faites à égales distances des nœuds, lorsque la latitude héliocentrique d'une planete s'est trouvée de la même quantité; car le milieu entre les longitudes héliocentriques trouvées dans les deux cas sera le lieu du nœud, en le supposant fixe dans l'intervalle des deux observations.

517. Le nœud de mercure et celui de vénus se déterminent par leurs passages sur le soleil, qui arrivent nécessairement fort près des nœuds (736).

518. Depuis qu'on observe les nœuds des planetes avec soin, on a reconnu qu'ils ont tous un mouvement rétrograde, insensible dans l'espace de quelques années, mais qui dans l'espace d'un siecle n'a pu échapper aux astronomes; ce mouvement est une suite nécessaire de l'attraction des autres planetes, comme je l'ai fait voir fort en détail (*Mém.* 1758, 1761): on en verra la raison quand nous parlerons des effets de l'attraction (1062). Voici la quantité de ce mouvement d'après les nouvelles tables de Delambre et les miennes, avec la position du nœud pour 1800.

	Nœud en 1800.				*Mouv. sécul.*		
Mercure	1s	15°	56′	48″	1°	12′	10″
Vénus.	2	14	52	8	0	51	40
Mars.	1	18	1	58	0	46	40
Jupiter.	3	8	24	7	0	59	30
Saturne.	3	21	56	40	0	52	35
Herschel.	2	12	50	58	0	26	10

519. Le mouvement du nœud d'une planete est le résultat de l'attraction de toutes les autres planetes ; car il n'en est aucune qui n'influe plus ou moins sur le nœud de toutes les autres. Mais comme ce mouvement, qui est uniforme sur l'orbite de la planete qui le produit, doit se rapporter dans nos tables au plan de l'écliptique, il est nécessaire d'y réduire tous ces mouvemens qui se font sur des orbites différentes, pour en composer un seul mouvement sur l'écliptique; cette réduction rend quelquefois direct le nœud d'une planete qui seroit naturellement rétrograde sur l'orbite de la planete qui en est la cause, mais qui devient direct quand on le rapporte à l'écliptique. Je vais expliquer les principes de ces variations, parcequ'ils m'ont fait découvrir dans les orbites des satellites de jupiter la cause de phénomenes qui jusqu'alors avoient paru inexplicables (858).

520. Soit CB (*fig.* 60) l'écliptique, CA l'orbite de jupiter, BA l'orbite de saturne; le nœud de jupiter en C et celui de saturne en B, la différence CB est de 13° 33'. L'inclinaison C de l'orbite de jupiter est de 1° 19', et l'inclinaison B de l'orbite de saturne est de 2° 30'. En résolvant le triangle ABC, on trouve AC et l'angle A, ou l'inclinaison de l'orbite de jupiter sur celle de saturne. Par l'effet naturel de l'attraction de saturne sur jupiter, le point d'intersection A de l'orbite de jupiter sur celle de saturne doit rétrograder dans le sens contraire au mouvement de jupiter, comme on le verra dans la théorie de l'attraction ; mais l'angle A des deux orbites ne change point par le mouvement du nœud; ainsi le nœud ira de A en *a*, et l'orbite de jupiter AC passera dans la situation *ac*, sans que l'angle A éprouve aucun changement; les cercles AC et *ac* resteront paralleles dans leurs parties voisines de A*a*, et leur intersection D sera éloignée du point A de 90°; car les grands cercles deviennent paralleles à 90 degrés de leur intersection, du moins sur un petit espace. Ainsi le triangle ABC se changera en un triangle *a*B*c*, les angles A et B étant constans, et le nœud C de l'orbite de jupiter sur l'écliptique passera en *c;* il aura donc un mouvement direct C*c*, quoique le mouvement A*a* ait été rétrograde; et, en résolvant le triangle *a*B*c*, on trouvera le mouvement C*c* par le moyen du mouvement A*a*.

521. Ainsi, quoique l'action des planetes les unes sur les autres produise dans les nœuds un mouvement *rétrograde* sur l'orbite de la planete troublante, ou de la planete qui, par son attraction, produit ce mouvement, cependant le mouvement des

nœuds sur l'écliptique devient quelquefois direct, ou suivant l'ordre des signes, comme dans le cas du nœud de jupiter par l'action de saturne. C'est sur-tout lorsque la planete troublante a son angle d'inclinaison B plus grand que l'angle C de la planete troublée, que le mouvement du nœud de celle-ci est direct sur l'écliptique. Dans l'autre cas, représenté dans la figure 61, le mouvement du nœud A se faisant toujours à droite ou vers l'occident, le mouvement Cc, qui en résulte sur l'écliptique CB, est rétrograde tout comme le mouvement Aa, parceque l'inclinaison B de la planete troublante est la plus petite.

Des Inclinaisons.

522. L'inclinaison d'une planete est l'angle que le plan de son orbite fait avec le plan de l'écliptique (427); la latitude héliocentrique (437) de cette planete, lorsqu'elle est à 90° de ses nœuds, est égale à cette inclinaison, parceque la planete est alors aussi éloignée qu'elle puisse être du plan de l'écliptique. Ainsi, pour trouver l'inclinaison d'une orbite, il suffit d'observer la latitude de la planete lorsqu'elle est à 90° des nœuds, et de réduire cette latitude observée ou géocentrique à la latitude héliocentrique, ou vue du soleil.

523. Mais comme cette derniere réduction suppose connue la parallaxe du grand orbe, on cherche à éviter cette condition par la méthode suivante. On choisit le temps où le soleil est dans le nœud de la planete, c'est-à-dire nous paroît à la même longitude que la planete quand elle est dans son nœud, parcequ'alors la terre passe en T sur la ligne des nœuds NST (*fig.* 62), ce qui rend le calcul de l'inclinaison fort simple. Supposons d'abord que la planete se trouve pour lors au point A de son orbite, et qu'on abaisse la perpendiculaire AB sur le plan de l'écliptique ou de l'orbite de la terre prolongé jusques vers la planete; que la ligne TB, qui marque son lieu réduit à l'écliptique, soit perpendiculaire à la ligne TSN, dans laquelle se trouvent le nœud et le soleil; l'angle d'élongation BTS étant de 90°, alors les lignes AT et BT sont perpendiculaires à la commune section TN, l'une dans le plan de l'orbite, et l'autre dans le plan de l'écliptique; elles font donc entre elles le même angle que les deux plans, c'est-à-dire un angle égal à l'inclinaison que l'on cherche (425): or l'angle ATB n'est autre chose que la latitude même de la planete vue de la terre

(427); donc *la latitude observée sera elle-même l'inclinaison de l'orbite.*

Mais il est rare de rencontrer ces deux circonstances ensemble, c'est-à-dire le soleil dans le nœud et la planete à 90° du soleil; d'ailleurs cette derniere condition ne se rencontre que dans les planetes supérieures; ainsi nous avons besoin d'une regle plus générale pour la détermination des inclinaisons.

524. Je suppose qu'on ait observé la latitude d'une planete, vue de la terre, quelle qu'elle soit, pourvu que le soleil soit dans le nœud ou à-peu-près. Soit P la planete en un point quelconque P de son orbite, la terre étant toujours en T dans la ligne des nœuds TSN; on abaisse la perpendiculaire PL de l'orbite de la planete sur le plan de l'écliptique, on tire des points P et L les perpendiculaires PR et LR sur la commune section des deux plans; l'angle PRL de ces deux perpendiculaires sera égal à l'angle des deux plans, c'est-à-dire à l'inclinaison de l'orbite sur le plan de l'écliptique (425); l'angle LTP sera égal à la latitude géocentrique de la planete, et l'angle RTL égal à l'élongation de la planete (442): alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes, tels que RTL et PTL, rectangles en R en L, donnera les deux proportions suivantes :

TL : RL :: R : sin. RTL. } Donc RL : PL :: sin. RTL :
TL : PL :: R : tang. LTP. } tang. LTP.

Mais dans le triangle PRL, rectangle en L, on a cette autre proportion RL : PL :: R : tang. PRL. Donc, en comparant la troisieme proportion avec cette derniere, on aura sin. RTL : tang. LTP :: R : tang. PRL; c'est-à dire que le *sinus de l'élongation est au rayon comme la tangente de la latitude géocentrique observée est à la tangente de l'inclinaison.*

525. Lorsqu'on détermine le lieu du nœud d'une planete par le moyen de deux latitudes héliocentriques égales (516), avant et après le passage par ses limites, ou avant et après le passage par le nœud, les mêmes observations peuvent déterminer à-la-fois non seulement le nœud, mais encore l'inclinaison de l'orbite; car dans le triangle sphérique PAL, rectangle en L (*fig.* 49), on connoît les côtés LA et PL, c'est-à-dire la distance au nœud et la latitude vue du soleil; on cherchera l'angle A, et l'on aura l'inclinaison véritable de l'orbite.

526. Cette méthode, qui détermine à-la-fois l'inclinaison et le nœud d'une planete par deux observations de latitudes égales, est moins exacte que celle où l'on détermine les deux choses séparément, en employant une observation faite dans le nœud

pour déterminer le nœud, et une observation faite dans une des limites pour avoir l'inclinaison de l'orbite. En effet, si les deux observations correspondantes sont près du nœud, elles déterminent mal l'inclinaison de l'orbite, puisqu'alors la latitude est petite et qu'on ne doit pas déterminer une quantité plus grande par le moyen de celle qui est moindre; au contraire, si ces deux observations sont trop éloignées du nœud, elles sont peu propres à en déterminer la position, parceque le changement de latitude d'un jour à l'autre étant peu sensible, la moindre erreur dans la latitude en produit une plus grande dans le nœud.

Voici la table des inclinaisons observées pour toutes les planetes:

Mercure.	7°	0′	0″
Vénus.	3	23	35
Mars.	1	51	0
Jupiter.	1	19	2
Saturne.	2	29	55
Herschel.	0	46	26
Lune.	5	8	52

527. J'ai dit que l'attraction de chaque planete fait rétrograder sur son orbite les nœuds de toutes les autres planetes (519), et que l'effet de ce mouvement est de déplacer toutes les orbites: il ne peut manquer d'en résulter un changement dans leurs inclinaisons sur l'écliptique. Soit CB l'écliptique (*fig.* 60), AB l'orbite de saturne, AC celle de jupiter, A*a* le mouvement du nœud de jupiter sur l'orbite de saturne; ce mouvement du nœud se fait sans aucun changement de l'angle A, c'est-à-dire de l'inclinaison mutuelle des deux orbites; le triangle ABC se change en un triangle *a*B*c*; les angles A et B demeurent constans, mais l'angle C ne l'est pas, et l'angle *c* est plus ou moins grand que l'angle C. Par exemple, l'inclinaison de mars diminue de 13″ par siecle par l'action seule de jupiter.

528. Cet effet, qui se continue de siecle en siecle par le mouvement des nœuds, apportera dans la suite une grande différence dans les inclinaisons des orbites; et il y a déja pour jupiter plus de 6 minutes depuis le tems de Ptolémée, quantité qu'on ne doit pas négliger dans la comparaison des différentes observations, mais que les calculs de l'attraction pouvoient seuls indiquer, du moins quant à présent. Ces changemens sont sur-tout sensibles pour les satellites de jupiter, où ils produisent des variétés singulieres, qu'il étoit fort important de connoître (858).

Des Diametres des Planetes, et des Micrometres qui servent à les mesurer.

529. Le diametre apparent d'une planete est l'angle sous lequel il nous paroît; par exemple, le soleil, au commencement de juillet, paroît sous un angle de 31′ ½, et vénus, quand elle est le plus près de nous, sous un angle d'une minute seulement. Ces diametres augmentent quand la distance diminue. Un objet PQ (*fig.* 54), qui, vu du point E, paroît sous un angle PEQ d'une minute, paroîtra du point S sous un angle PSQ de 2 minutes, si la distance SQ n'est que la moitié à EQ; car l'angle extérieur PSQ est double de l'angle intérieur PEQ. Ainsi le soleil étant plus près de nous en hiver qu'en été d'environ un trentieme, son diametre est plus grand en hiver.

Pour mesurer le diametre du soleil, le moyen le plus naturel et le plus simple est d'observer, quand il passe au méridien, le temps qui s'écoule entre les passages du premier bord et du second: s'il s'écoule deux minutes de tems, c'est une preuve que le soleil auroit 30′ de diametre, du moins en le supposant dans l'équateur. Lorsqu'il n'est pas dans l'équateur, il faut diminuer la quantité trouvée par une opération que nous allons démontrer.

530. Lemme. *Un arc tiré au dedans d'un très petit angle sphérique, perpendiculairement aux côtés, est égal à ce petit angle multiplié par le sinus de la distance de l'arc au sommet de l'angle.*

Dém. Supposons 2 grands cercles EAD, EBC (*fig.* 25), qui fassent entre eux un angle très petit en E; que ED soit de 90°, en sorte que CD soit la mesure du petit angle E; qu'à une distance quelconque du sommet E l'on tire un arc de grand cercle AF, perpendiculaire sur EAD, qui soit assez petit pour qu'on puisse le regarder comme une ligne droite, et qu'en même temps EF soit sensiblement égal à EA; dans le triangle EFA, rectangle en A et en F, on aura cette proportion tirée de la regle la plus commune de la trigonométrie sphérique: le rayon est au sinus de l'hypoténuse EF comme le sinus du petit angle E est au sinus du petit arc FA, ou comme l'angle E est à l'arc FA (parceque les petits arcs sont égaux à leurs sinus), ou comme l'arc DC est à l'arc FA; ainsi, prenant l'unité pour rayon ou sinus total, on aura 1 : sin. AE :: DC : FA. Donc FA = DC sin. AE.

531.

531. De là il suit, 1°. que les distances FA, DC, entre deux cercles, sont comme les sinus des distances au sommet, EA, ED; 2°. qu'un petit arc de l'équateur comme DC, une petite différence d'ascension droite multipliée par le cosinus de la déclinaison AD de l'astre qu'on observe, donnera l'effet qui en résulte dans la région de l'astre, ou le petit arc FA compris dans cet endroit-là entre les deux cercles de déclinaison. Il en seroit de même des différences de longitude (535, 697, 706, 709, 793); et dans l'article 529, il faudra multiplier les 30′ par le cosinus de la déclinaison du soleil. Cette proposition est d'un usage continuel dans l'astronomie; elle réduit en arc de grand cercle les arcs de petits cercles, ou à la région de l'astre les quantités mesurées sur un cercle où l'astre ne se trouve pas.

532. Les diametres des planetes qu'on trouvera dans la table (1100) sont tous réduits à la distance qu'il y a du soleil à la terre, pour qu'on voie mieux leurs rapports; ainsi le diametre de jupiter y est marqué de 3′ 7″, quoiqu'il ne nous paroisse effectivement que d'environ 40″, parceque cette planete est toujours beaucoup plus éloignée de nous que le soleil.

533. Les planetes qui ont un très petit diametre ne peuvent se mesurer, comme celui du soleil, par le tems de leur passage qui est trop court; on y emploie les micrometres, dont je vais donner une idée.

Le micrometre (1) est un instrument composé de plusieurs fils placés au foyer d'une lunette, pour mesurer par leur intervalle la grandeur de l'image qu'on y apperçoit. La premiere idée du micrometre fut donnée par Huygens en 1659 (*Systema Saturnium*). Après avoir parlé des diametres des planetes qu'il avoit observés, il dit que Riccioli avoit trouvé le diametre de vénus trois fois plus grand que lui; et, pour justifier sa détermination, il rend compte de la maniere dont il s'y est pris pour mesurer les diametres des planetes avec une petite lame placée au foyer des verres de la lunette, où se forme l'image de l'objet, et qu'il faisoit glisser sur le diaphragme ou anneau qui circonscrit l'ouverture intérieure; cette lame cachoit par sa largeur l'image qu'on vouloit mesurer, et en donnoit ainsi le diametre par la mesure exacte de la lame. Auzout imagina, en 1666, de renfermer l'image entre deux fils qu'on rapprochoit l'un de l'autre.

534. Depuis ce temps-là on a perfectionné beaucoup le mé-

(1) Μικρὸς, petit, parcequ'il sert à mesurer de petits angles qui ne passent guere un degré.

canisme des micrometres; mais ils se réduisent toujours à un fil qu'on fait mouvoir par le moyen d'une vis au foyer d'une lunette : on détermine la valeur de ce mouvement ou les pas de la vis, en observant avec ces mêmes fils un objet éloigné dont on connoît la grandeur. Par exemple, un objet d'une toise vu à 113 toises de distance paroît nécessairement sous un angle de 31′ ½, comme on le peut trouver par les tables des sinus : si l'on éloigne les fils du micrometre de maniere à comprendre cet espace dans la lunette, et si l'on voit ensuite que le même espace comprend le diametre du soleil, on sera sûr que le soleil a 31′ ½ de diametre apparent.

Bouguer a imaginé, en 1748, un micrometre objectif ou HÉLIOMETRE. Il consiste en deux verres de lunette, l'un à côté de l'autre, dans un même tuyau, qui peuvent s'éloigner l'un de l'autre de la quantité du diametre du soleil ou de la grandeur qu'on veut mesurer.

535. Les RÉTICULES nous tiennent souvent lieu de micrometres : il y en a deux sortes principales ; savoir, le réticule de 45°, et le réticule romboïde. Le champ d'une lunette simple, tel que le cercle ACBE (*fig.* 63), est ordinairement garni d'un chassis, dans lequel il y a 4 cheveux ou 4 fils tendus. Le fil AB est destiné à représenter le parallele à l'équateur ou la direction du mouvement diurne des astres ; le fil horaire CE, qui lui est perpendiculaire, représente un méridien ou cercle de déclinaison ; et les fils obliques NO, LM, font des angles de 45° avec les deux premiers.

Lorsqu'on veut mesurer la différence d'ascension droite entre deux astres, pour connoître la position d'une planete par le moyen de celle d'une étoile, on incline le fil AB, de maniere que le premier des deux astres qui passe dans la lunette suive ce fil et le parcoure exactement ; l'on observe l'heure, la minute et la seconde où l'astre passe au centre P, ou à l'intersection des fils. Quand le second astre, V par exemple, vénus quand elle est sur le soleil, vient à traverser la lunette à son tour, il décrit une autre ligne VFDGR, parallele à APB ; on compte l'instant où il arrive en D, c'est-à-dire sur le même cercle de déclinaison CDPE, où l'on a observé le premier astre en P ; et la différence des tems donne celle des ascensions droites.

Pour trouver la différence de déclinaison des deux astres ou la perpendiculaire PD, comprise entre AB et VR, on compte aussi les momens où le second astre passe en F et en G ; l'intervalle de tems converti en degrés, et multiplié par le cosinus de

la déclinaison de l'astre (531), donne l'arc FDG, dont la moitié FD est égale à DP, à cause de l'angle FPD, supposé de 45°. C'est ainsi qu'on trouve la différence en déclinaison des deux astres, par exemple, de Vénus quand elle est sur le soleil, en faisant suivre un des fils par le bord du soleil, et l'autre par la planete, comme on le voit dans la figure 63.

536. Bradley a substitué le réticule romboïde au réticule de 45°, et c'est aujourd'hui le plus usité parmi les astronomes: il est formé d'un rombe BEDF (*fig.* 64), tel que l'une des diagonales BD soit double de l'autre EF. Pour le tracer, nous supposerons un carré AGHC, dont les côtés AC et GH soient divisés chacun en deux parties égales, en D et en B. Du point B l'on tirera aux angles A et C les lignes BA, BC; et du point D aux angles G et H, les lignes DG, DH; ces quatre lignes formeront par leurs intersections le rombe BEDF; EF est la moitié de AC, et par conséquent la moitié de BD: si l'on tire une ligne *ef* parallele à la base EF, la perpendiculaire B*d* sera toujours égale à la base *ef*, comme BD est égale à AC, c'est-à-dire que la largeur d'une partie quelconque de ce rombe est égale à la hauteur.

537. Lorsqu'on veut comparer avec ce réticule une planete à une étoile, on fait en sorte que le premier des deux astres parcoure dans son mouvement diurne l'espace EF, qui est égal à BM, et dès lors on connoît la valeur de cette diagonale. Le second astre venant à traverser aussi la lunette, on compte exactement le tems qu'il a employé à passer de *e* en *f*; on convertit le tems en degrés, minutes et secondes; on diminue ces degrés en les multipliant par le cosinus de la déclinaison de cet astre (531), et l'on a la grandeur de *ef* ou B*d*; on la retranche de BM, ce qui donne M*d*, qui est la différence en déclinaison des deux astres.

538. Ce réticule sert à comparer les planetes et les cometes aux étoiles fixes qui ont à-peu-près la même déclinaison, ou bien à comparer les petites étoiles dont on veut faire un catalogue, à quelque étoile principale qui soit à-peu-près sur leur parallele. La Caille, qui s'en est servi au cap de Bonne-Espérance, en 1751, pour observer près de dix mille étoiles dans la partie australe du ciel, l'avoit fixé dans la lunette d'un quart-de-cercle; on peut également le placer dans une *lunette méridienne* ou instrument des passages (336). On le place aussi dans une *lunette parallatique*, c'est-à-dire qui tourne autour d'un axe dirigé vers le pole du monde, et incliné, par exemple, de

49° à l'horizon de Paris; cette lunette décrit le parallele de l'astre vers lequel elle est dirigée.

539. Quand on connoît la distance réelle d'une planete en lieues (595), il est aisé de trouver aussi son diametre réel, qui n'est que la corde de l'angle du diametre apparent; ainsi un objet qui paroît de 31′ ½ est nécessairement 113 fois plus petit que sa distance (534).

Quand on connoît le diametre, on a facilement la surface, qui est au carré du diametre comme 31316 est à 10000. On trouve aussi la grosseur en lieues cubes. Je donnerai à la fin de ce volume (1100) une table des diametres, des grosseurs et des distances des planetes relativement à la terre, calculée d'après les dernieres observations.

LIVRE QUATRIEME.

Des Mouvemens de la Lune, du Calendrier, et des Parallaxes.

540. La lune est, après le soleil, le plus remarquable de tous les astres: nous n'avons parlé dans le premier livre que des apparences les plus générales de son mouvement (55); nous allons en suivre les circonstances, et en donner l'explication détaillée. Après avoir disparu pendant quelques jours, la lune commence à se montrer le soir (57). Hévélius n'a jamais observé la lune plutôt que 27 heures avant sa conjonction, ou 40 heures après, (*Selenographia*, 1647, in-fol.) On n'apperçoit même la lune facilement que le troisieme jour après sa conjonction; le croissant est suivi de la quadrature, et de la pleine lune, après laquelle arrive le décours et la seconde quadrature. Ensuite la lune se rapproche du soleil et se perd enfin dans ses rayons: c'est la conjonction.

541. La mesure la plus naturelle du tems fut celle que présentoient ces phases de la lune; il n'y avoit dans le ciel aucun signal dont les différences, les alternatives et les époques, fussent plus remarquables et plus fréquentes. Cet astre, en changeant tous les jours d'une maniere sensible l'heure et le lieu de son lever et de son coucher, en variant sans cesse de figure, et recommençant ensuite un nouvel ordre de changemens tous semblables, offroit une regle publique et des nombres faciles, sans le secours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanacs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertissement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire; les familles dispersées dans les campagnes se réunissoient au terme convenu de quelque phase de la lune; et il est probable que tous ces peuples avoient puisé dans la plus haute antiquité, et comme dans la source commune du genre humain, ou dans un instinct également naturel à tous, cette maniere de distribuer leurs exercices, et de fixer leurs assemblées par le moyen de la lune.

542. La néoménie servit à régler les sacrifices, les exercices publics; ce culte et ces fêtes n'avoient pas la lune pour objet, mais pour indication. On comptoit la lune du jour qu'on commençoit à l'appercevoir. Pour la découvrir aisément, on s'as-

sembloit le soir sur les hauteurs; quand le croissant avoit été vu, on célébroit la néoménie ou le sacrifice du nouveau mois, qui étoit suivi de fêtes ou de repas. Les nouvelles lunes qui concouroient avec le renouvellement des quatre saisons étoient les plus solemnelles; il semble qu'on y reconnoisse l'origine de nos quatre-tems, comme on voit celles de la plupart de nos fêtes dans les cérémonies des anciens. On retrouve dans l'écriture et dans les histoires de tous les peuples du monde cette coutume de se réunir sur les hauts lieux ou dans les déserts, d'observer la nouvelle lune, de célébrer la néoménie par des sacrifices ou des prieres.

543. Il se passe à-peu-près 29 jours et demi d'une nouvelle lune à l'autre; c'est une observation facile, et les premiers pasteurs ne manquerent pas de la faire; c'est ce qu'on appelle *mois lunaire*, LUNAISON, ou révolution synodique de la lune. Nous en verrons bientôt une détermination rigoureuse (558).

544. En observant ainsi les phases de la lune, on dut remarquer naturellement que les éclipses de soleil, qui paroissent au moins tous les 2 ou 3 ans, arrivent entre le dernier croissant d'un cours de lune fini et la premiere phase d'une nouvelle lune, c'est-à-dire entre le tems où la lune le matin s'approche le plus du soleil, et celui où elle commence à s'en éloigner le soir par le côté opposé: on apperçoit alors sur le soleil un corps rond et parfaitement noir; on le voit se glisser peu-à-peu devant le disque du soleil et en intercepter la lumiere, du moins en partie; quelquefois se placer dans le milieu de son disque et y paroître environné d'une couronne de lumiere; d'autres fois enfin le couvrir en entier, et nous plonger dans les ténebres, comme en 1724. (art. 635.)

Les premiers observateurs comprirent bientôt que ce corps obscur ne pouvoit être autre chose que celui de la lune, qu'on avoit vu les jours précédens s'avancer de plus en plus vers le soleil, et qu'on voyoit ensuite un ou deux jours après se placer de l'autre côté, ou à l'orient du soleil, et s'en éloigner avec la même vitesse.

545. La lune, après avoir intercepté la lumiere du soleil en plein jour, paroissoit absolument noire et opaque: on comprit par-là qu'elle ne brilloit qu'autant qu'elle étoit éclairée, et que le côté qu'elle tournoit vers nous dans le tems d'une éclipse de soleil, ne pouvant recevoir aucune lumiere du soleil, ne nous en rendoit aucune. C'est ainsi que les premiers observateurs durent comprendre que la lune étoit un globe opaque et massif

qui n'avoit pas de lumiere par lui-même, et qui ne paroissoit lumineux que dans la partie éclairée par le soleil. On voyoit d'ailleurs que la lune n'étoit jamais plus lumineuse et plus resplendissante que quand elle étoit opposée au soleil, de maniere à être vue de face, et à nous réfléchir toute la lumiere que le soleil envoyoit sur sa surface ou sur son disque: preuve qu'elle ne renvoyoit vers nous qu'une lumiere empruntée.

546. Quatorze ou quinze jours après une éclipse du soleil, il arrive quelquefois une éclipse de lune. Avant qu'elle commence on voit la lune pleine, ronde, lumineuse, et opposée au soleil; elle se leve le soir au coucher même du soleil, elle passe toute la nuit sur l'horizon: c'est le tems de l'OPPOSITION ou de la PLEINE LUNE (56); mais en peu de tems la lune perd cette grande lumiere, et disparoît à nos yeux. On voit que la terre placée entre la lune et le soleil est l'obstacle qui empêche la lune d'être alors éclairée par le soleil.

547. Le soleil éclairant toujours la moitié du globe lunaire, nous ne pouvons voir la lune pleine que quand nous appercevons cette moitié qui est éclairée, et que nous l'appercevons tout entiere. Si nous sommes placés de côté, en sorte que nous ne puissions voir que la moitié de la partie éclairée, c'est-à-dire de l'hémisphere exposé au soleil, nous ne verrons que la moitié de ce qui paroissoit dans la pleine lune, c'est-à-dire que nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumiere; la lune paroîtra en quartier, et ainsi des autres situations. Telle est la cause des phases de la lune, que nous allons tâcher de rendre plus sensible.

Soit S le soleil (*fig.* 66), T la terre, autour de laquelle tourne la lune dans son orbite, EO le globe de la lune placé entre la terre et le soleil au tems de la nouvelle lune: alors la partie E est seule éclairée du soleil; au contraire la partie O est la seule visible pour nous qui sommes en T. Ainsi *l'hémisphere éclairé* est précisément celui que nous ne voyons point, et *l'hémisphere visible* est celui qui n'est point éclairé du soleil: telle est la cause qui rend alors la lune invisible pour nous vers le tems de la nouvelle lune (540).

Au contraire, quand la lune est opposée au soleil, l'hémisphere éclairé L est précisément celui que nous voyons, parceque nous sommes placés du même côté que le flambeau dont elle est éclairée, et il n'y a rien de perdu pour nous de la lumiere que la lune répand; son disque visible L est le même que son disque éclairé; c'est pourquoi la lune nous paroît pleine,

c'est-à-dire ronde et lumineuse, quand elle est en OPPOSITION.

548. Quand la lune est éloignée de 90° du soleil, ou environ, c'est-à-dire à-peu-près à moitié chemin de O en L ou de la *conjonction* à *l'opposition*, l'hémisphere visible est AQZ; l'hémisphere éclairé par le soleil est MZQ. Ainsi nous ne voyons que la moitié de cet hémisphere éclairé, qui paroissoit tout entier et comme un cercle complet dans le tems de l'opposition; nous ne voyons donc qu'un demi-cercle de lumiere, tel qu'il est représenté séparément en N, la rondeur lumineuse étant toujours du côté du soleil.

549. Lorsque la lune est à 45° du soleil, nous disons qu'elle est dans son PREMIER OCTANT; alors la partie éclairée ou qui regarde le soleil est CDF; la partie visible est BCD, Ainsi nous n'appercevons que la partie CD de l'hémisphere éclairé; alors la lune paroît sous la forme d'un croissant, tel qu'on le voit en G. La lune est éloignée du soleil de la huitieme partie d'un cercle: c'est ce qui a fait appeler cette phase un *octant* (1).

Dans le SECOND OCTANT, qui arrive après la quadrature, l'hémisphere visible est HIK, l'hémisphere éclairé par le soleil est IKP; ainsi il ne manque à la lune que la petite portion IH, pour que nous puissions voir la partie éclairée tout entiere; nous verrons alors plus de la moitié du disque lunaire, et la lune paroîtra sous la forme R: ce qui manque à son cercle est de la même grandeur que la partie éclairée CD dans le premier octant.

Le troisieme octant V, qui arrive 45° au-delà de l'opposition, est semblable au second octant, et le quatrieme octant Y est pareil au premier octant G.

550. Pour calculer exactement la portion lumineuse et visible du disque lunaire, soit S le soleil (*fig.* 65), T le centre de la terre, C le centre de la lune, AE le diametre de la lune perpendiculaire au rayon du soleil, et qui sépare la portion éclairée ANE de la portion obscure ADE; le diametre lunaire ND, perpendiculaire au rayon TC de la terre, sépare la partie visible DAN de la partie invisible DEN. On abaissera de l'extrémité A du demi-cercle lumineux ENA une perpendiculaire AB sur le diametre ND de la lune, et la ligne NB sera la largeur apparente de la partie visible de l'hémisphere lumineux. En effet, de tout l'hémisphere lumineux ANE il n'y a que la partie AN qui soit comprise dans l'hémisphere visible DAN, et l'arc AN ne

(1) La partie éclairée est à-peu-près la septieme partie de la surface de son disque visible, comme on le trouve en calculant la surface du segment G.

peut paroître à nos yeux que de la largeur BN, par la même raison que le demi-cercle entier NAD ne paroît que comme un simple diametre NBD, et qu'un hémisphere entier ne paroît que comme le cercle ou plan qui lui sert de base, et qui en est la projection (669). La portion NB du diametre visible NBCD est le sinus verse de l'arc NA; cet arc NA, ou l'angle NCA, est égal à l'angle CTF, en supposant TF parallele à CS; car l'angle NCA est le complément de l'angle FCT, à cause de l'angle droit NCT; mais l'angle FCT est le complément de l'angle FTC, à cause du triangle rectangle CFT. Donc l'angle NCA est du même nombre de degrés que l'angle FTC; cet angle FTC est égal à l'élongation de la lune ou à la distance de la lune au soleil, parceque le soleil est supposé sur la ligne TF de même que sur la ligne CS, à cause de la distance du soleil qui est 400 fois plus grande que CT, et qui fait que les lignes CS et TFG sont sensiblement paralleles (642). Donc l'arc NA est égal à l'élongation de la lune. Donc dans les différentes phases de la lune *la largeur du segment lumineux est égale au sinus verse de l'angle d'élongation,* en prenant pour rayon le rayon même du disque de la lune, ou la demi-distance des cornes du croissant. Par exemple, quand la lune, quatre à cinq jours après sa conjonction, est à 60° du soleil, sa partie lumineuse NB paroît la moitié du rayon NC, ou le quart du diametre entier ND de la lune, parceque le sinus verse de 60° dans un cercle quelconque est la moitié du rayon de ce cercle. Si le disque lunaire est exprimé par un cercle GNH (*fig.* 68), dont C soit le centre, NB, égal à la moitié du rayon CN, on aura NB pour la largeur du croissant de la lune à 60° d'élongation.

551. Quand les lignes CS et TF ne sont pas sensiblement paralleles, ce n'est plus le sinus verse de l'élongation, mais le sinus verse de l'angle extérieur du triangle formé au centre de la planete par des rayons qui vont au soleil et à la terre. Soit V la planete de vénus (*fig.* 67), S le soleil, T la terre, on aura l'angle extérieur TVO du triangle SVT, égal à l'angle NVA, l'un et l'autre étant le complément de l'angle AVT. Or la partie éclairée et visible NB est égale au sinus verse de l'angle NVA; donc le diametre entier est à la largeur de la partie éclairée et visible d'une planete, comme le diametre du cercle est au sinus verse de l'angle au centre de la planete, extérieur au triangle formé au soleil, à la terre et à la planete.

552. La courbure GBH (*fig.* 68), qui forme l'intérieur du croissant, est une *ellipse*, dont le grand axe GH est égal au dia-

metre même du disque lunaire. Pour le prouver, nous nous contenterons d'observer que GBH est la circonférence du cercle *terminateur* de la lumiere et de l'ombre, ou du cercle qui sépare l'hémisphere éclairé de l'hémisphere obscur de la lune: ce demi-cercle est vu de côté, sous une inclinaison qui est le complément de l'angle d'élongation: c'étoit l'angle ACT (*fig.* 65). Or un cercle vu obliquement paroît toujours sous la forme d'une ellipse (673); donc GBH, étant une circonférence vue obliquement, doit paroître le contour d'une ellipse.

Je dis encore que son grand axe est le diametre même GH du disque lunaire; car tous les grands cercles d'un globe se coupent en deux parties égales; ainsi le cercle visible GNH et le cercle terminateur GBH sur le globe de la lune se coupent en deux parties égales et en deux points diamétralement opposés; donc le diametre GCH est la commune section de ces deux cercles. C'est pourquoi les cornes G et H du croissant sont toujours éloignées entre elles d'un demi-cercle, et l'on peut en tout tems mesurer le diametre de la lune en mesurant la distance des cornes.

553. On voit distinctement après la nouvelle lune que le croissant qui en fait la partie la plus lumineuse est accompagné d'une lumiere foible répandue sur le reste du disque, et qui nous fait entrevoir toute la rondeur de la lune; c'est LA LUMIERE CENDRÉE.

La terre réfléchit la lumiere du soleil vers la lune, comme la lune la réfléchit vers la terre: quand la lune est en conjonction pour nous avec le soleil, la terre est pour elle en opposition; c'est proprement pleine terre pour l'observateur qui seroit placé dans la lune, comme dit Hévélius; et la clarté que la terre y répand est telle, que la lune en est illuminée beaucoup plus que nous le sommes par un beau clair de lune qui nous fait appercevoir tous les objets. La lune étant bien plus petite que la terre, la lumiere que la terre y répand doit être bien plus grande que celle qu'elle en reçoit: il n'est donc pas étonnant que la lune puisse la réfléchir jusqu'à nous, et que cette lumiere nous fasse voir la lune. Nous l'appercevrions tout entiere lorsqu'elle est en conjonction, si le soleil que nous voyons en même tems n'absorboit entièrement cette lueur terrestre réfléchie sur le globe lunaire, et n'empêchoit alors de voir la lune; mais quand le soleil est couché et le crépuscule presque fini, nous appercevons très distinctement la rondeur entiere de la lune.

La lumiere cendrée est cause d'un autre phénomene optique fort sensible, c'est la dilatation apparente du croissant lumineux, qui paroît être d'un diametre plus grand que le disque obscur de la lune. Cela vient de la force d'une grande lumiere placée à côté d'une petite ; l'une efface l'autre, et l'absorbe. Le croissant paroît enflé par un débordement de lumiere qui s'éparpille dans la rétine de l'œil, et élargit le disque de la lune: l'air ambiant éclairé par la lune augmente encore cette illusion; mais elle disparoît dans la lunette.

554. La lumiere de la lune n'est accompagnée d'aucune chaleur: Tschirnausen avec ses verres brûlans ne put la rendre sensible. (*Hist. acad.* 1699). La Hire le fils exposa le miroir concave de l'observatoire, qui avoit 35 pouces de diametre, aux rayons de la pleine lune, et il rassembla ces rayons dans un espace 306 fois plus petit que dans l'état naturel; cependant cette lumiere concentrée ne produisit pas le moindre effet sur le thermometre d'Amontons, qui étoit très sensible. (*Mém. acad.* 1705.)

Bouguer a trouvé par expérience que la lumiere de la lune est 300 mille fois moindre que celle du soleil, et cela en les comparant l'une et l'autre avec la lumiere d'une bougie placée dans l'obscurité. (*Traité d'Optique sur la gradat. de la lumiere, in-4°*, 1760.)

Des révolutions de la Lune, et du Calendrier.

555. La premiere connoissance exacte que l'on ait eue dans la Grece du mouvement de la lune ou de la durée exacte de sa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 430 ans avant l'ere vulgaire. Il avoit reconnu, ou plutôt il avoit appris des orientaux, qu'en 19 années solaires il se passoit 235 mois lunaires complets; et cette détermination n'est en défaut que d'un jour sur 312 ans, au bout desquels les nouvelles lunes arrivent un jour plutôt. Aussi cette découverte parut si belle dans la Grece, qu'on en grava les calculs en lettres d'or: on s'en sert encore dans le calendrier, et l'on appelle *cycle lunaire* la révolution de 19 ans, qui ramene les nouvelles lunes aux mêmes jours de l'année civile.

556. Le nombre d'or est celui qui indique l'année du cycle lunaire: il est marqué par l'unité, ou par 1, toutes les fois que la nouvelle lune arrive le 1er janvier, comme en 1786 et 1805.

557. Des 235 lunaisons qu'il y a dans 19 ans, on en donne

12 à chaque année, ce qui fait 228, qui sont alternativement de 29 et de 30 jours: il en reste 7, qu'on appelle embolismiques ou intercalaires, dont 6 de 30 jours, et la derniere de 29; ce qui forme en tout 6935 jours. Comme il y en a 6940 dans 19 années, dont 5 sont bissextiles, il manque 5 jours, qu'on ajoute dans les 5 années bissextiles à la lunaison qui renferme le 29 février, et qui devient de 30 jours au lieu de 29, ou même de 31 au lieu de 30.

558. Cette période fait voir que le retour de la lune à sa conjonction est de 29 jours 12 heures 44′ 3″: c'est ce qu'on appelle LUNAISON, mois synodique, ou *révolution synodique*. Cette révolution est plus longue que la véritable période; car pour que la lune, après avoir fait une révolution entiere dans son orbite, arrive jusqu'au soleil, il faut qu'elle parcoure encore les 29° que le soleil a faits dans l'écliptique en 29 jours par son mouvement annuel. Ainsi quand la lune a atteint le soleil, il y a plus de deux jours que sa véritable révolution est finie, et celle-ci ne dure que 27ʲ 7ʰ 43′ 4″ ½: c'est ce qu'on appelle la *révolution périodique*. Il y faut ajouter 7″ si l'on veut avoir la révolution sidérale (312); mais on ne fait point usage de celle-ci, parceque c'est aux équinoxes que l'on rapporte les mouvemens célestes.

559. La distance de la lune à l'équinoxe, ou sa longitude moyenne, le 1er janvier 1800, à midi moyen au méridien de Paris, sera de 11ˢ 5° 38′ 44″; elle fait chaque jour 13° 10′ 35″ 0285. Cela suffiroit pour trouver sa longitude moyenne en tout tems (297).

560. Le cycle solaire, dont on fait encore usage dans le calendrier romain, est un intervalle de 28 ans, qui ramene les jours de la semaine aux mêmes jours du mois. Si l'on ajoute 9 à l'année courante de l'ere vulgaire, et qu'on divise par 28, le reste sera l'année du cycle solaire. Ainsi en 1800 l'on trouvera 17.

Les lettres dominicales, qu'on verra ci-après dans le *calendrier perpétuel* (568), marquent les jours de la semaine qui reviennent les mêmes tous les 28 ans. Ainsi en 1800 la lettre dominicale sera E, et cette lettre répond au 5 janvier. Ce sera le premier dimanche de l'année, et tous les jours où il y a E seront des dimanches.

Les années suivantes auront D, C, B; l'année 1804, étant bissextile, aura A et G: la premiere sert pour les deux premiers mois, la seconde pour les dix autres.

561. Le cycle d'indiction est une période de 15 ans, usitée dans les anciens titres: il suffit d'ajouter 3 à l'année courante, et divisant par 15, le reste est l'indiction de l'année; ainsi pour 1800 on trouve 3 d'indiction.

562. Le produit des trois cycles 19, 28 et 15, ou 7980, forme la période julienne, proposée par Joseph Scaliger pour simplifier la chronologie. Si l'on ajoute 4713 à l'année actuelle, on aura l'année de la période julienne. Ainsi l'année 1794 est l'année 6507 de la période julienne.

563. Nous avons parlé du calendrier pour ce qui concerne les années solaires (305): l'article des mois lunaires est plus difficile. On s'en est long-tems occupé, et l'on y attachoit une grande importance relativement à la célébration de la pâque. Depuis le concile de Nicée, tenu en 325, il étoit réglé que cette fête devoit être le dimanche après le 14[e] de la lune qui arrivoit ou le 21 mars ou après le 21. Il falloit donc une regle pour trouver la nouvelle lune; c'est ce que Grégoire XIII chercha dans la réformation de 1582.

L'imperfection du cycle lunaire de 19 ans, qui est en erreur d'un jour au bout de 312 ans, fit adopter le calendrier des épactes pour trouver à perpétuité les nouvelles lunes du calendrier ecclésiastique au moyen des regles suivantes.

L'ÉPACTE (1) est l'âge de la lune le 1[er] de janvier; c'est aussi ce qu'on ajoute à l'année lunaire pour avoir l'année solaire. Ainsi, quand le nombre d'or est 1, comme en 1805, et que la nouvelle lune arrive le 1[er] janvier, l'épacte est 0 ou 30; on la marque par un astérisque *.

Dans les années suivantes elle augmente de 11, et l'on ôte 30 quand ils y sont. Ainsi les épactes des années 1806, etc. sont XI, XXII, III, XIV, XXV, VI, XVII, XXVIII, IX, XX, I, XII, XXIII, IV, XV, XXVI, VII, XVIII, et XXX ou *; après quoi elles recommencent dans le même ordre, du moins pour le 18[e] et le 19[e] siecles.

564. L'irrégularité des années bissextiles et l'imperfection du cycle de 19 ans forment dans les épactes ce qu'on appelle *l'équation solaire* et *l'équation lunaire*, qui dans différens siecles font diminuer ou augmenter toutes les épactes d'une unité. En effet, quand on ôte une bissextile, comme en 1700, 1800 et 1900 (305), la nouvelle lune arrive plus tard, et il faut diminuer l'épacte qui doit la désigner dans le calendrier perpétuel; et quand, au bout de 312 ans, elles arrivent un jour plutôt (555), il faut augmenter l'épacte qui répond à chaque année du cycle

(1) Ἐπάγω, j'ajoute.

lunaire. C'est ce qui arrive tous les 300 ans, et la 8e fois au bout de 400 ans seulement (ce sera en 1800 et en 4300); en sorte qu'il y ait 8 équations lunaires en 25 siecles, à raison d'une pour 312 ½ ans.

565. Dans les 3 siecles qui suivront 1900, les épactes seront moindres d'une unité, c'est-à-dire qu'à l'année 2 du cycle lunaire, l'épacte sera x, au lieu de xi qu'on a dans ce siecle-ci.

566. L'épacte de l'année marque toutes les nouvelles lunes dans le *calendrier perpétuel* que nous joignons ici, où l'on a mis 30 épactes dans un ordre rétrograde.

On a été obligé de cumuler deux épactes en 6 endroits du calendrier perpétuel, afin que les 360 épactes ne fissent que les 354 jours de l'année lunaire; mais comme il ne peut pas y avoir deux nouvelles lunes au même jour dans l'espace de 19 ans, dans les siecles où xxv et xxiv se trouvent ensemble, on met 25 d'un autre caractere ou d'une autre couleur, et on le place à côté de xxvi, qui ne se trouve pas dans ces siecles-là. On a mis au dernier décembre 19 à côté de XX, parceque quand le nombre d'or 19 concourt avec l'épacte XIX, et que l'année suivante on a I d'épacte, le calendrier n'indiqueroit point de nouvelle lune entre le 2 décembre et le 29 janvier. Cette difficulté et beaucoup d'autres circonstances du calendrier exigeroient de longs détails, pour lesquels je suis obligé de renvoyer à mon *Astronomie*. On y verra que la période entiere des épactes est de 300 mille ans, à cause de la complication des équations solaire et lunaire (563).

567. Dès qu'on connoît l'épacte de l'année, on voit dans le calendrier perpétuel toutes les nouvelles lunes de l'année: ainsi en 1800 l'épacte est iv, et je vois que la nouvelle lune sera le 27 janvier, le 25 février, etc., c'est-à-dire par-tout où il y a iv d'épacte.

Le premier jour après le 7 mars, où cette épacte répond, est celui qui décidera de la pâque; car, en comptant 14 jours, y compris celui où répond l'épacte iv de l'année, on tombe au 9 avril; mais la lettre dominicale est E en 1800, et elle est placée au 13 avril. Ainsi pâque arrive le 13 avril en 1800.

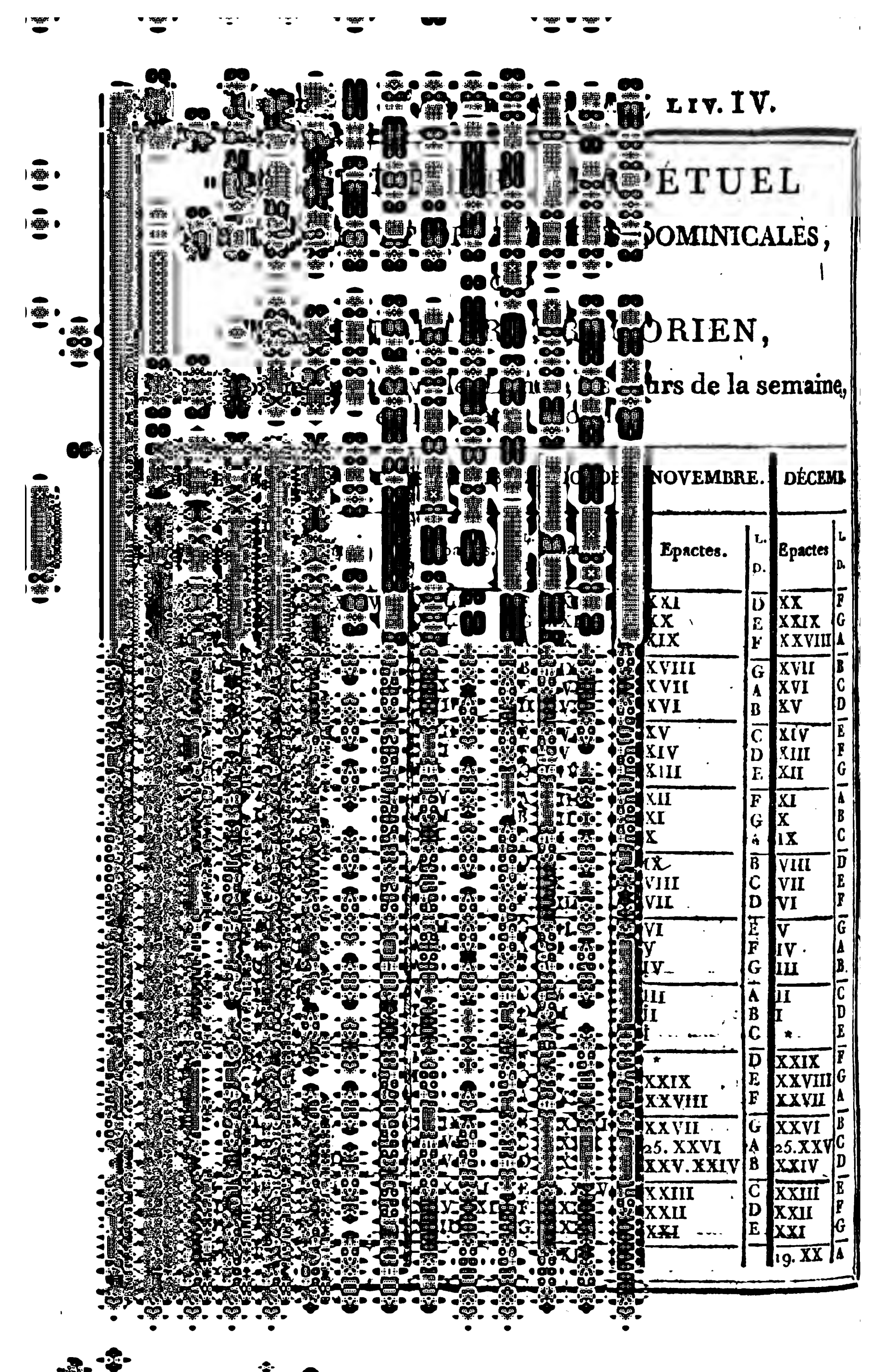
Les limites de la fête de pâque sont le 22 mars et le 25 avril; celle-ci a lieu quand le 14 de la lune tombe le 20 mars, car alors c'est celui du 18 avril; et si c'est un dimanche, on ne prend que le suivant. (563)

[illegible] EL

[illegible] CALES,

[illegible] semaine,

JUIN.	
Epactes.	L. D.
XXVII	E
25. XXVI	F
XXV XXIV	G
XXIII	A
XXII	B
XXI	C
XX	D
XIX	E
XVIII	F
XVII	G
XVI	A
XV	B
XIV	C
XIII	D
XII	E
XI	F
X	G
IX	A
VIII	B
VII	C
VI	D
V	E
IV	F
III	G
II	A
I	B
*	C
XXIX	D
XXVIII	E
XXVII	F



…PÉTUEL

…DOMINICALES,

…ORIEN,

…urs de la semaine,

NOVEMBRE. Epactes.	L. D.	DÉCEMB. Epactes	L. D.
XXI	D	XX	F
XX	E	XXIX	G
XIX	F	XXVIII	A
XVIII	G	XVII	B
XVII	A	XVI	C
XVI	B	XV	D
XV	C	XIV	E
XIV	D	XIII	F
XIII	E	XII	G
XII	F	XI	A
XI	G	X	B
X	A	IX	C
IX	B	VIII	D
VIII	C	VII	E
VII	D	VI	F
VI	E	V	G
V	F	IV	A
IV	G	III	B
III	A	II	C
II	B	I	D
I	C	*	E
*	D	XXIX	F
XXIX	E	XXVIII	G
XXVIII	F	XXVII	A
XXVII	G	XXVI	B
25. XXVI	A	25. XXV	C
XXV. XXIV	B	XXIV	D
XXIII	C	XXIII	E
XXII	D	XXII	F
XXI	E	XXI	G
		19. XX	A

368. Le calendrier de la république françoise est plus simple et plus commode que l'ancien calendrier, et nous aurions pu nous borner à celui-là; mais ce livre est destiné aux étrangers comme aux nationaux, et il doit servir à l'intelligence des anciens auteurs.

L'année françoise commence au minuit qui précede l'entrée du soleil dans l'équinoxe d'automne. Chaque mois est de 30 jours; les noms des mois sont naturels, et expriment les changemens des saisons en Europe. Voici le commencement des 25 premieres années :

N. st.	Ancien style.		N. st.	Ancien style,		N. st.	Ancien style.	
1	22 sept.	1792 B.	10	23 sept.	1801	18	23 sept.	1809
2	22	1793	11 S.	23	1802	19	23	1810
3 S.	22	1794	12	24	1803	20 S.	23	1811
4	23	1795	13	23	1804 B.	21	23	1812 B.
5	22	1796 B.	14	23	1805	22	23	1813
6	22	1797	15 S.	23	1806	23	23	1814
7 S.	22	1798	16	24	1807	24 S.	23	1815
8	23	1799	17	23	1808 B	25	23	1816 B.
9	23	1800						

La lettre S, dans la premiere colonne, indique une année sextile ou de 366 jours, et la lettre B une année bissextile dans l'ancien calendrier.

C'est après les années 15, 48, 77, 110, 139, 172, 205, 234, 267, 296, 329, etc. que les sextiles seront retardées de 5 ans au lieu de l'être de 4 ans; c'est tantôt à la 33e année, tantôt à la 29e; mais j'ai demandé qu'on en publiât la regle et le tableau.

Voici encore la correspondance des jours pour le premier de chaque mois dans la seconde et la troisieme année françoise. Il faudra ajouter un jour à l'ancien style de la table suivante après une année sextile, et ôter un jour après février des années bissextiles; ces deux remarques suffisent pour faire dans une année quelconque une pareille table.

Nouveaux mois.	Ancien style.	Nouveaux mois.	Ancien style.	Jours complémentaires.
Vendémiaire.	22 sept. 1793.	Germinal.	21 mars.	17 sept. 1794.
Brumaire.	22 oct.	Floréal.	20 avril.	18
Frimaire.	21 nov.	Prairial.	20 mai.	19
Nivose.	21 déc.	Messidor.	19 juin.	20
Pluviose.	20 janv. 1794.	Thermidor.	19 juillet.	21
Ventose.	19 fév.	Fructidor.	18 août.	

369. Le mois, étant de 30 jours, se partage en trois décades, dont les noms sont également naturels et significatifs: primedi, duodi, tridi, quartidi, quintidi, sextidi, septidi, octidi, nonidi et décadi.

Je finirai l'article du nouveau calendrier en avertissant que si l'on continue de s'en tenir rigoureusement à l'équinoxe vrai, on ne pourra dans la suite répondre exactement du commencement de l'année, à cause des perturbations que la terre éprouve dans ses mouvemens par l'attraction des planetes; les années 48, 82, 110, 144, 205, 239, 267 et 391, seront dans ce cas-là, parceque l'équinoxe arrivera tout près de minuit; mais j'espere qu'on établira une regle d'intercalation qui puisse lever d'avance et pour toujours ces sortes d'incertitudes. C'est ce que j'avois demandé dès les commencemens, lorsque je fus consulté par le C. Romme, président du comité d'instruction publique, à qui nous devons principalement l'établissement du nouveau calendrier.

570. La maniere de trouver l'âge de la lune dans le nouveau calendrier par le moyen de l'épacte est encore plus simple qu'autrefois. L'épacte de la 3ᵉ année républicaine, ou l'âge de la lune au commencement de l'année, sera 27, parce que l'année commence le 28 de la lune.

Si l'on veut avoir l'âge de la lune le 20 du mois germinal, qui est le 7ᵉ mois, on ajoutera 20 à l'épacte 27, et de plus un demi-jour pour chaque mois, c'est à-dire 3 pour six mois; la somme est 50: on en ôte 30, et l'on a 20 pour l'âge de la lune. C'est ainsi qu'on le trouvera dans mon *Calendrier de la République françoise* (chez la veuve Hérissant.)

Des Inégalités de la Lune.

571. Le mouvement de la lune change quelquefois de 8° la longitude moyenne que nous avons déterminée (558). En observant chaque jour le lieu de la lune pendant l'espace d'un mois, il n'étoit pas difficile d'appercevoir qu'au bout de sept jours il y avoit environ 6° d'inégalité; qu'après 14 jours cette inégalité disparoissoit, et qu'au bout de 21 jours elle revenoit en sens contraire, pour disparoître à la fin des 27 jours de la révolution lunaire.

Mais, en faisant la même suite d'observations en différens mois et en différentes années, on vit encore que les points du ciel où l'inégalité disparoissoit (496), c'est-à-dire l'apogée ou le périgée, étoient fort différens, et qu'à chaque révolution ils avançoient de 3° environ.

En effet l'apogée de la lune fait le tour du ciel en 3231ʲ 8ʰ 34′ 57″ ½ par rapport aux équinoxes, et en 3232ʲ 11ʰ 11′ 39″ par rapport aux étoiles : c'est environ 9 ans.

Le lieu de l'apogée, au commencement de 1800, sera de 1ˢ 15° 27′ 10″; son mouvement séculaire est de 3ˢ 19° 11′ 15″ outre onze révolutions.

572. La lune étant plus éloignée de nous dans son apogée, son diametre apparent est alors le plus petit; il est de 29 ½ minutes seulement; 14 jours après il paroît sous un angle de 33 ½ lorsque la lune est périgée. Cela seul suffit pour nous faire juger du tems où la lune est dans ses apsides; l'observation du diametre de la lune nous montre en même tems quel est le lieu de son apogée dans le ciel, et suffit pour en faire voir les changemens et la révolution.

573. La seconde inégalité vient de ce que la premiere inégalité ou l'équation de l'orbite de la lune est quelquefois de 5°, quelquefois de 7° ⅔, suivant les situations du soleil par rapport à la lune et à son apogée, comme si l'orbite de la lune s'alougeoit et devenoit plus excentrique toutes les fois que le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune. Pour exprimer cette différence, les astronomes supposent d'abord l'équation moyenne de l'orbite de 6° 18′ 32″, et ils emploient une autre équation de 1° 20′ ½ sous le nom d'*évection*: celle-ci dépend de la double distance de la lune au soleil moins l'anomalie moyenne de la lune, c'est-à-dire qu'en multipliant 1° 20′ 28″ par le sinus de la double distance de la lune au soleil, dont on a ôté l'anomalie de la lune, on a ce qu'il faut ôter du lieu de la lune calculé par l'équation précédente. Ce fut Ptolémée qui reconnut cette inégalité de la lune vers l'année 120 de notre ere. Nous parlerons de la cause qui la produit à l'article 1052.

574. La troisieme inégalité de la lune dépend encore de la situation du soleil, dont l'attraction dérange sans cesse les mouvemens de la lune. Cette inégalité fut découverte par Tycho-Brahé vers l'an 1600; on l'appelle *variation*: elle est de 35′ 41″, et change tous les trois ou quatre jours; car elle est nulle dans les nouvelles lunes et les pleines lunes; elle est nulle encore dans les quadratures; elle est proportionnelle au sinus de la double distance entre la lune et le soleil; elle est la plus forte dans les *octans*, c'est à-dire à 45° des syzygies et des quadratures, et elle commence par être additive en partant de la nouvelle lune. On en verra la cause à l'article 1054.

575. La quatrieme inégalité s'appelle *équation annuelle* de la lune: elle fut encore apperçue par Tycho; elle est d'abord additive lorsque le soleil part de son apogée; elle n'est que de 11′ 9″; mais comme elle ne se rétablit que tous les ans, son

effet, étant plus lent, devenoit sensible sur un plus grand nombre d'observations, puisque pendant une partie de l'année on voyoit le même effet se répéter tous les jours, et il étoit difficile de la méconnoître, même d'après le simple examen des lieux de la lune observés pendant un an.

576. Lorsque Newton eut reconnu que l'attraction du soleil étoit la cause des trois dernieres inégalités de la lune (1052), il comprit bien qu'il devoit y en avoir d'autres, à raison du grand nombre de circonstances qui modifient et troublent ces attractions: les calculs qu'en ont faits les géometres (1051), et plus encore l'examen pénible et la comparaison suivie des observations les plus exactes, ont fait reconnoître vingt autres inégalités; il y en a d'une, de deux, de trois minutes, et plusieurs de quelques secondes. Toutes ces équations ont formé enfin des tables de la lune qui ne s'écartent jamais du ciel d'une minute; celles de Tobie Mayer étoient les plus exactes dès 1753; elles ont mérité une récompense de 72000 liv. du parlement d'Angleterre à la veuve de ce célebre astronome; et elles ont été encore perfectionnées par Mason en 1780.

577. On a aussi remarqué une petite accélération du moyen mouvement de la lune ou de ses périodes: elle est telle que le mois lunaire paroît actuellement de 22 tierces plus court qu'il n'étoit il y a 2000 ans, ce qui produit 1° 45′ d'erreur sur le lieu de la lune, quand on le calcule pour l'année 800 avant notre ere, en employant le mouvement de la lune observé dans ce siecle-ci. Cela forme une équation séculaire de la lune, que j'ai discutée dans les *Mémoires de* 1757. On en ignoroit alors la cause; La Place a reconnu, en 1787, qu'elle vient de l'attraction du soleil, qui change à raison d'une petite diminution qui a lieu dans l'excentricité de l'orbite de la terre par l'attraction des planetes.

Des Nœuds et de l'Inclinaison de l'Orbite lunaire.

578. L'orbite de la lune est inclinée sur l'écliptique, de même que celles de toutes les autres planetes (422): ainsi la lune traverse l'écliptique deux fois dans chaque révolution, et sept jours après avoir traversé l'écliptique dans un de ses nœuds, elle s'en éloigne de 5°: sans cette inclinaison nous aurions tous les mois une éclipse de soleil le jour de la conjonction, et une éclipse de lune le jour de l'opposition; mais au contraire il y a des années entieres où il n'arrive aucune éclipse de lune (615),

parcequ'au moment de chaque opposition la lune est trop éloignée de son nœud, et se trouve par conséquent au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, où restent toujours le centre du soleil et l'ombre de la terre.

Cette inclinaison, qui n'est que de 5° dans les nouvelles lunes ou les pleines lunes, lorsqu'elles arrivent à 90° des nœuds, se trouve de 5° 17′ ½, lorsque le soleil est dans les nœuds de la lune, et que sa plus grande latitude arrive en quadrature. Ce fut Tycho-Brahé qui fit le premier, vers 1600, cette importante observation. On en verra la cause art. 1068. L'inclinaison moyenne est de 5° 8′ 49″.

579. Le nœud ascendant de la lune est celui par lequel elle traverse l'écliptique, en s'avançant vers le nord, et se désigne par ce caractere ☊; le nœud descendant par celui-ci ☋.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la lune, c'est la promptitude de leur mouvement produit par l'attraction du soleil (1062). Si la lune traverse l'écliptique dans le premier point du bélier ou dans le point équinoxial (comme cela arrivoit au mois de février 1783), dix-huit mois après c'est dans le commencement des poissons qu'elle coupe l'écliptique, c'est-à-dire que son nœud a rétrogradé de 30° ou d'un signe entier; et il fait le tour du ciel dans l'espace de 18 ans. Ce mouvement des nœuds fut aisé à reconnoître, en voyant la lune éclipser, par exemple, la belle étoile du cœur du lion ou *regulus*, qui est presque sur l'écliptique; quand la lune éclipse *regulus* (comme cela est arrivé en 1794), elle est évidemment vers son nœud. Donc alors le nœud est vers 4ˢ 26ᵈ de longitude comme *regulus*. Mais, quatre ou cinq ans après, la lune, passant au même degré de longitude, se trouve à 5° au-dessus ou au-dessous de l'étoile: cela prouve que les nœuds sont à 90° de l'étoile. Au bout de 18 ans la lune repasse vers les mêmes étoiles, et tout recommence dans le même ordre. Après avoir observé plusieurs fois ce retour, on a vu que les nœuds de la lune faisoient une révolution entiere, contre l'ordre des signes, en 18 années communes et 228 jours, ou 6798ʲ 4ʰ 52′ 52″ par rapport aux équinoxes, et de 6793ʲ 7ʰ 13′ 18″ par rapport aux étoiles.

580. Tycho-Brahé reconnut aussi dans le mouvement du nœud une inégalité qui va jusqu'à 1° 46′ en plus et en moins, et il vit que cette inégalité combinée avec celle de l'inclinaison se réduisoit à une équation de la latitude de la lune, qui est de 8′ 48″ multipliées par le sinus de deux fois la distance entre la lune et

le soleil, moins l'argument de latitude de la lune. Le lieu du nœud de la lune au commencement de 1800 sera de 1s 3° 16'; il rétrograde chaque année de 19° 19' 43''; cela suffit pour trouver sa situation en tout tems.

Du Diametre de la Lune.

581. Le diametre apparent de la lune varie à raison de ses diverses distances à la terre (529); le plus grand diametre qui puisse avoir lieu dans le périgée est de 33' 34'', lorsque la lune est encore en opposition; et le plus petit diametre, lorsque la lune est apogée, et en même tems en conjonction, n'est que de 29' 22''.

La maniere la plus simple de le mesurer est d'observer le tems que le disque de la lune emploie à traverser le fil d'une lunette, lorsque la lune est pleine et qu'on voit les deux bords (529); mais il faut avoir égard au retardement diurne de la lune qui fait qu'elle emploie plus de tems que le soleil à traverser le méridien, lors même que son diametre n'est pas plus grand. Dans les tems où le disque n'est éclairé qu'en partie, on ne peut employer que les micrometres (533) pour mesurer le diametre de la lune.

582. Lorsque la lune est plus près du zénit, elle est aussi plus près de nous; ainsi son diametre apparent paroît plus grand dans la même proportion (529). Soit T le centre de la terre (*fig.* 69); O un observateur situé à la surface de la terre; P la lune répondant au zénit Z de l'observateur. Si la distance PO de la lune à l'observateur est plus petite d'un soixantieme que la distance PT de la lune au centre de la terre, le diametre apparent vu du point O sera plus grand d'un soixantieme que le diametre vu du centre T de la terre.

De même si la lune est située en L, de maniere que sa hauteur au-dessus de l'horizon soit égale à l'angle LOH, sa distance au zénit étant égale à l'angle LOZ, on voit que la distance LO sera plus petite que la distance LT au centre de la terre; le seul cas où cette augmentation sera nulle est celui où la lune sera dans l'horizon même en H, car alors elle sera également éloignée du point O et du point T, du moins sensiblement; voilà pourquoi l'on appelle *diametre horizontal* de la lune celui qui est vu du centre de la terre, parcequ'il est aussi égal au diametre que nous observons quand la lune est à l'horizon.

583. Lorsqu'on connoît le diametre horizontal de la lune, il

est aisé de trouver le *diametre augmenté* à raison de la hauteur sur l'horizon, puisqu'ils sont entre eux comme le côté LO est au côté LT. Dans le triangle LOT, l'angle LOT, ou son supplément LOZ, qui a le même sinus, est la distance apparente au zénit; l'angle LTO est la distance vraie de la lune au zénit, vue du centre de la terre, ou le complément de la hauteur vraie. Dans tout triangle rectiligne les côtés sont comme les sinus des angles opposés; ainsi le côté LO est au côté TL comme le sinus de l'angle OTL est au sinus de l'angle LOT: mais les diametres sont en raison inverse des distances (529); donc le diametre horizontal est au diametre apparent comme le sinus de la distance vraie de la lune au zénit, vue du centre de la terre, est au sinus de la distance apparente de la lune au zénit, vue du point O. Nous verrons bientôt que la différence dépend de la parallaxe de la lune (587).

584. Il est vrai que la lune, quand elle paroît à l'horizon derriere les plaines et les montagnes, semble être beaucoup plus grande qu'à l'ordinaire: mais c'est une illusion; il suffit de regarder la lune dans une lunette, dans un tube de papier, et même, si l'on veut, au travers d'une carte où l'on a fait un trou d'épingle, pour se convaincre que l'augmentation n'est point réelle, et que le diametre de la lune est vu au contraire alors sous un plus petit angle, que lorsque la lune est à une plus grande hauteur.

Il est difficile de se former une idée claire de la cause de cette illusion, si ce n'est en admettant avec tous les opticiens ce jugement tacite, commun, forcé, involontaire, par lequel nous avons coutume d'estimer fort grands les objets que nous jugeons être fort éloignés; en même tems que nous jugeons les objets fort éloignés lorsque nous voyons à la fois beaucoup de corps interposés entre nous et ces objets; or, quand on voit la lune au-delà d'une plaine dont les objets sont encore éclairés, on distingue les objets interposés; la lune fait alors la sensation que font les objets qu'on a coutume de juger fort éloignés, à cause du grand nombre des objets intermédiaires, et elle excite malgré nous l'idée d'un objet très grand, sans que pour cela elle paroisse sous un plus grand angle, ni qu'elle peigne sur notre rétine une plus grande image.

Ajoutons à cela que l'épaisseur de l'air fait paroître la lune moins distincte, et par-là nous avons encore l'idée d'une chose qui est ordinairement éloignée, par conséquent grande. M. Monge a observé que sur une montagne de 6 à 700 toises

O 4

les chevaux peu éloignés lui paroissoient comme des lievres, parceque l'air étant pur, et les voyant distinctement, il les jugeoit fort près, et l'angle étant cependant fort petit, il les jugeoit petits; car nous sommes accoutumés, toutes choses égales, à juger petits les objets que nous jugeons voisins, comme à estimer très grands ceux que nous croyons très éloignés.

De la Parallaxe de la Lune.

585. La parallaxe est la différence entre le lieu où un astre paroît, vu de la surface de la terre, et celui où il nous paroîtroit si nous étions au centre: on l'appelle quelquefois *parallaxe diurne*, pour la distinguer de la parallaxe annuelle (441).

Tous les mouvemens célestes doivent se rapporter au centre de la terre pour paroître réguliers; car les différens points de la surface de la terre étant situés fort différemment les uns des autres, un astre doit leur paroître dans des aspects différens: c'est au centre qu'il faut se transporter, afin de voir tout à sa véritable place, et de trouver la véritable loi des mouvemens célestes. Ainsi nous sommes obligés de calculer sans cesse la parallaxe, pour réduire le lieu d'une planete observé à celui que nous verrions si nous étions au centre de la terre.

Une planete P (*fig.* 69), située dans la ligne du zénit TOPZ, répond toujours au même point du ciel, soit qu'on la regarde du centre T, soit qu'on l'observe du point O; le point du ciel qui paroît à notre zénit marque également le lieu de l'astre dans les deux cas; ainsi *un astre qui paroît au zénit n'a point de parallaxe:* c'est le premier principe qu'il faut considérer dans cet examen des parallaxes.

586. Si la planete, au lieu d'être sur la ligne du zénit, paroît sur la ligne horizontale OH, perpendiculaire à la premiere, sa distance TH au centre de la terre étant la même que la distance TP, le lieu de la planete H, vu du centre de la terre, est sur la ligne TH, le lieu de la planete, vu du point O, est sur la ligne OH. Ces deux lignes TH et OH ne répondent pas au même point du ciel; car au-delà du point H, où elles se croisent, elles iront en s'éloignant l'une de l'autre; et, dans la sphere des étoiles fixes, elles rencontreront deux points différens, et indiqueront pour l'astre situé en H deux situations différentes: cette différence est ce que nous appelons *parallaxe*.

587. Comparons ces deux différentes situations ou ces deux différens points avec le zénit; l'angle ZOH, formé par la ligne

verticale OZ et par la ligne OH, sur laquelle paroît la planete, est la distance apparente de l'astre au zénit. Si nous étions au centre T, l'angle ZTH seroit la vraie distance de l'astre au zénit, ou la quantité de degrés dont la ligne TH, menée à l'astre, différeroit de la ligne TZ menée au zénit.

588. La distance apparente ZOH est plus grande que la distance vraie ZTH; car dans le triangle rectiligne HTO, dont le côté TO est prolongé en Z, l'angle extérieur ZOH est égal aux deux intérieurs T et H; donc il est plus grand que l'angle T, de la quantité de l'angle H: ainsi la distance apparente de l'astre H au zénit est plus grande que la distance vraie ZTH. La différence de ces deux distances est l'angle OHT, qui s'appelle la *parallaxe horizontale*, si la ligne OH est horizontale, comme nous l'avons supposée, c'est-à-dire si le lieu apparent de l'astre qu'on observe est sur l'*horizon apparent* OH, ou sur la tangente menée par le point O de la surface terrestre. Dans le triangle TOH, rectangle en O, on a cette proportion, en prenant l'unité pour rayon ou sinus total: 1 : sin. OHT :: TH : OT. Donc le sinus de la parallaxe horizontale est égal à $\frac{OT}{TH}$; c'est-à-dire que le rayon de la terre, divisé par la distance de l'astre, donne une fraction, qui, dans les tables des sinus, indique la parallaxe; mais c'est la parallaxe observée qui nous servira pour trouver la distance.

589. La parallaxe d'un astre est donc l'angle formé au centre de l'astre par deux rayons, dont l'un va au centre de la terre, et l'autre au point de la surface où est l'observateur; c'est l'inclinaison des deux lignes qui partent du centre et de la surface pour aller se réunir au centre de la planete; enfin c'est aussi l'angle sous lequel paroît le rayon de la terre, où la distance de l'observateur au centre de la terre lorsque cette distance ou ce rayon sont supposés vus du centre de la planete.

Le triangle TOH, formé par la parallaxe, est toujours situé verticalement, puisque le côté OT étant une ligne verticale, le plan du triangle fait sur OT ne sauroit être incliné; ainsi tout l'effet de la parallaxe se fait de haut en bas dans le plan d'un cercle vertical. D'ailleurs il est aisé de comprendre que le centre de la terre étant perpendiculairement sous nos pieds, c'est-à-dire dans le plan de tous les cercles *verticaux*, l'effet de la parallaxe ne peut pas s'écarter de ces cercles. Ainsi la parallaxe est toute en hauteur, c'est-à-dire qu'elle abaisse les astres du haut en bas, et dans un vertical, sans faire paroître l'astre à

droite ni à gauche du vertical. De là il suit que la parallaxe ne change point l'azimut d'une planete; de même dans le méridien la parallaxe ne change point l'ascension droite d'un astre, parceque le vertical est alors perpendiculaire à l'équateur, et que tous les points du méridien répondent au même point de l'équateur.

590. Jusqu'ici nous n'avons parlé de parallaxe que pour le cas où l'astre est à l'horizon, c'est-à-dire où l'angle ZOH (*fig.* 69) est un angle droit, et nous avons appelé *parallaxe horizontale* celle qui a lieu dans ce cas-là (588). Si la planete L se trouve plus près du zénit, en sorte que l'angle ZOL, distance de la planete au zénit, soit un angle aigu, l'angle de la parallaxe OLT deviendra plus petit; on l'appelle alors *parallaxe de hauteur.*

591. Théorème. *Le sinus total est au sinus de la parallaxe horizontale comme le sinus de la distance au zénit est au sinus de la parallaxe de hauteur*, en supposant que la distance de la planete au centre de la terre soit la même dans les deux cas, et que la terre soit sphérique.

Démonstration. Dans le triangle rectangle HOT, on a cette proportion: HT est à TO comme le sinus de l'angle droit O est au sinus de l'angle THO. Dans le triangle TOL, on a de même cette proportion: TL est à TO comme le sinus de l'angle LOT est au sinus de l'angle TLO; dans cette derniere proportion on peut mettre, au lieu de TL, son égale à HT, puisque la planete est supposée toujours à même distance du centre de la terre. Ainsi l'on a ces deux proportions, en nommant R le sinus de l'angle droit:

HT : TO :: R : sin. H. } Donc R : sin. H :: sin. LOT :
HT : TO :: sin. LOT : sin. L. } sin. H.

Mais le sinus de l'angle obtus LOT est le même que celui de l'angle LOZ, ou de la distance de la planete au zénit; donc le rayon est au sinus de la parallaxe horizontale comme le sinus de la distance au zénit est au sinus de la parallaxe de hauteur L.

Le sinus de la distance apparente au zénit est la même chose que le cosinus de la hauteur apparente, et le rayon est toujours supposé être l'unité; ainsi 1 : cosin. haut. :: sin. par. horiz. : sin. parall. de hauteur. Donc *le sinus de la parallaxe de hauteur est égal au sinus de la parallaxe horizontale multiplié par le cosinus de la hauteur apparente.*

592. La parallaxe horizontale de la lune, qui est la plus grande de toutes les parallaxes des planetes, ne va qu'à un

degré environ : or entre le sinus d'un degré et l'arc d'un degré la différence est à peine de la valeur d'un quart de seconde ; ainsi l'on peut prendre l'un pour l'autre, et dire en général que *la parallaxe de hauteur est égale à la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente.* C'est ainsi qu'on a coutume d'énoncer le théorême général de la parallaxe de hauteur, dont on fait un usage fréquent ; et nommant p la parallaxe horizontale, et h la hauteur apparente, on suppose qu'on a toujours la parallaxe de hauteur $= p$ cos. h.

593. La parallaxe horizontale d'un astre est d'autant plus petite que sa distance est plus grande ; car plus le point H se rapprochera du point O, plus l'angle THO augmentera, comme la figure le fait voir.

Dans le triangle THO on a cette proportion : TH : TO :: R : sin. THO : si l'astre est en N, on aura dans le triangle TNO cette proportion : TN : TO :: R : sin. TNO. La premiere proportion donne cette équation, TH sin. THO = R. TO ; la seconde proportion donne celle-ci, TN sin. TNO = R.TO. Donc TH sin. THO = TN sin. TNO ; donc TH : TN :: sin. TNO : sin. THO ; c'est-à-dire que la distance TH dans le premier cas est à la distance TN dans le second cas comme le sinus de la parallaxe dans le second cas est au sinus de la parallaxe dans le premier.

La même démonstration auroit lieu, quel que fût l'angle THO, pourvu que les points N et H fussent sur une même ligne ONH. Ainsi, lorsque la hauteur apparente est supposée la même, les sinus des parallaxes de hauteur sont en raison inverse des distances.

594. La parallaxe horizontale d'un astre augmente dans le même rapport que son diametre apparent ; en effet, lorsqu'un astre s'éloigne, il diminue de grandeur apparente dans la proportion inverse de sa distance (529) ; mais sa parallaxe horizontale diminue de la même maniere et dans le même rapport (593) : ainsi la parallaxe d'un astre est toujours comme son diametre. Si ce diametre apparent diminue de moitié par l'éloignement de la planete, la parallaxe diminuera aussi de moitié ; et le même rapport subsistera toujours entre le diametre apparent et la parallaxe horizontale d'un astre, quelle que soit sa distance ; par exemple, le diametre de la lune est toujours les $\frac{6}{11}$ de sa parallaxe, son rayon est donc $\frac{3}{11}$ de celui de la terre.

Le cube de cette fraction marque la grosseur de la lune ou son volume par rapport à la terre $\frac{1}{49}$, puisque les grosseurs des globes sont comme les cubes des rayons.

595. Lorsqu'on connoît la parallaxe horizontale d'un astre, il est aisé de connoître sa distance; en effet, dans le triangle rectangle THO l'on connoît le demi-diametre de la terre TO, qui est de 1432 $\frac{1}{2}$ lieues (chacune de 2283 toises), et l'angle HOT, qui est de 90°, puisqu'on suppose la planete dans l'horizon. Si donc on connoît de plus l'angle THO, qui est la parallaxe horizontale, il sera aisé de résoudre le triangle TOH, et de connoître la distance TH: c'est par-là qu'on a trouvé les distances en lieues qui seront rapportées à la fin de cet ouvrage (1100): c'est ainsi que les astronomes parviennent à connoître l'étendue des espaces immenses que les planetes parcourent.

Méthodes pour trouver la Parallaxe horizontale d'une Planete.

596. Les astronomes ont travaillé dans tous les tems à connoître les distances des planetes par le moyen de leurs parallaxes, et sur-tout la parallaxe de la lune qui est la plus sensible. Les éclipses de lune fournissent une méthode qui pouvoit être assez bonne autrefois pour trouver à-peu-près la parallaxe de la lune; on en verra la démonstration quand nous parlerons des éclipses (619).

On a sur-tout employé la méthode des plus grandes latitudes, qui consiste à observer combien la latitude méridionale de la lune, quand elle passe au méridien fort près de l'horizon, surpasse la plus grande latitude boréale quand la lune est fort haute: ces deux latitudes, qui seroient égales vues du centre de la terre, ne peuvent différer qu'à raison de la parallaxe qui augmente l'une et qui diminue l'autre. Ainsi, quand on a la différence de ces deux latitudes observées, on peut en conclure la parallaxe qui a produit cette inégalité. Cette méthode fut autrefois celle de Ptolémée; Tycho, Flamstéed et Lemonnier s'en sont servis avec succès.

597. On a aussi employé la méthode des ascensions droites, dont Régiomontanus eut la premiere idée il y a 300 ans: elle consiste à observer l'ascension droite d'une planete lorsqu'elle est près de l'horizon à l'orient, et ensuite lorsqu'elle est du côté du couchant: l'ascension droite est augmentée par la parallaxe dans le premier cas, puisqu'en abaissant l'astre vers l'orient, elle le rend encore plus oriental, et le fait paroître plus avancé en ascension droite; au contraire, elle est diminuée dans le second, c'est-à-dire quand l'astre est du côté du couchant. Ainsi l'on

trouve une différence double de la parallaxe. Cette méthode a été principalement employée, par Cassini et Flamstéed, pour trouver la parallaxe de mars, et par conséquent celle du soleil.

598. La troisieme méthode pour déterminer la parallaxe est celle qui suppose deux observateurs très éloignés l'un de l'autre, observant tout-à-la-fois la hauteur d'un astre dans le méridien; c'est la plus naturelle et la plus exacte: c'est celle que j'ai employée, en 1751, lorsque La Caille étoit au cap de Bonne-Espérance, et que j'observois en même tems la lune à Berlin, pour trouver sa parallaxe, qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode aussi exacte. (*Mém. de l'acad.* 1751.)

Le cas le plus simple de cette méthode est celui où l'on auroit un observateur en O (*fig.* 69), et un autre en D, qui seroit éloigné du premier de la quantité OD, égale à-peu-près à un quart de la terre. Le premier étant en O, il observeroit un astre H à l'horizon; le second, étant en D, l'observeroit à son zénit: dans ce cas l'angle OHT, qui est la parallaxe horizontale, seroit égal à l'angle HTE, c'est-à-dire au complément de l'arc OD, qui est la distance des deux observateurs, ou la différence de leurs latitudes; car je les suppose placés sous le même méridien.

Il est impossible que les circonstances locales nous donnent dans la pratique un cas aussi simple que celui-là. Ainsi nous allons voir ce qui arrive quand les deux observateurs sont à une distance quelconque, et que l'astre leur paroît à des hauteurs quelconques.

Supposons, comme en 1751, un observateur B (*fig.* 70) situé à Berlin, et un autre en C ou au cap de Bonne-Espérance; L la lune que nous observions tous deux en même tems dans le méridien (il n'importe que ce soit précisément au même instant, pourvu qu'on sache de combien a dû varier la hauteur méridienne pendant l'intervalle des deux passages); CLT est la parallaxe de hauteur pour le cap, BLT est la parallaxe de hauteur à Berlin, la somme de ces deux parallaxes est l'angle CLB, différence totale entre les positions de la lune vues par les deux observateurs: c'est l'argument total de la parallaxe horizontale; ce seroit leur différence si les observateurs voyoient tous deux l'astre au midi, ou tous deux au nord par rapport à la ligne TL. Quand on a les parallaxes de hauteur pour deux lieux quelconques, il est aisé d'avoir la parallaxe horizontale, puisqu'il ne faut que les diviser chacune par le cosinus de la hauteur observée; il ne s'agit donc que de diviser l'effet total CLB en deux parties qui soient entre elles comme les cosinus des

hauteurs, et de diviser chacune de ces deux parties par le cosinus de la hauteur qui lui répond.

C'est par cette méthode que j'ai trouvé la parallaxe de la lune, dans les moyennes distances, de 57′ 1″; mais elle varie, soit à cause de la figure elliptique de l'orbite lunaire, soit à cause de l'attraction du soleil et de la lune. La plus grande parallaxe de la lune (lorsqu'elle est dans son périgée et en opposition) est de 61′ 26″; la plus petite parallaxe, qui a lieu dans l'apogée en conjonction, est de 53′ 46″ sous la latitude de Paris. L'applatissement de la terre fait qu'il y a 7″ de plus sous l'équateur et 5″ de moins sous les poles, en sorte que la parallaxe équatoriale surpasse de 12″ la parallaxe ordinaire de la lune.

599. Ces méthodes ont fait trouver aussi la parallaxe de mars et celle de vénus : d'où l'on peut conclure celle du soleil, puisque le rapport des distances est connu (469). On avoit cru long-tems que celle du soleil étoit de 10 secondes; mais le passage de vénus sur le soleil observé en 1769 nous a appris que cette parallaxe n'est que de 8 secondes et 6 dixiemes (735). Il pourroit arriver que cette parallaxe fût un peu plus forte; du moins le C. Du Séjour la porte jusqu'à 8″ 84 dans son Traité analytique des mouvemens célestes; mais Lexell, qui s'étoit occupé long-tems de ces calculs et qui les a faits avec tout le scrupule possible, ne trouvoit que 8″ 63. Au reste s'il y a un quart de seconde d'incertitude, ce n'est enfin que la 35ᵉ partie du total.

Cette détermination de la parallaxe du soleil fait voir qu'il est 398 fois plus éloigné que la lune, puisque sa parallaxe est 398 fois plus petite.

LIVRE CINQUIEME.

Des Eclipses.

600. Les éclipses arrivent lorsque la lune se trouve dans l'écliptique (544). Si son orbite étoit dans l'écliptique même ainsi que l'orbite du soleil, il y auroit des éclipses dans toutes les conjonctions et dans toutes les oppositions; mais l'orbite de la lune est inclinée de 5° sur l'écliptique (578), et ne la coupe que dans les deux points que nous appelons les *nœuds;* ainsi les éclipses ne peuvent arriver que dans les tems où la lune est près de ces nœuds, et qu'elle est assez près de l'écliptique pour pouvoir nous cacher le soleil qui ne quitte jamais l'écliptique, ou entrer dans l'ombre de la terre qui est toujours aussi dans le plan de l'écliptique.

601. Le mouvement du soleil, celui de la lune, et celui de ses nœuds, produit dans le retour des éclipses des inégalités continuelles, que les anciens durent avoir beaucoup de peine à démêler : il paroît que six à sept cents ans seulement avant notre ere on commença d'en apperçevoir la régularité.

602. Les anciens, voyant que les éclipses n'arrivoient point d'une année à l'autre dans des intervalles de tems égaux et réguliers, chercherent combien il falloit prendre de mois ou de jours pour avoir un mouvement de la lune qui fût toujours de la même quantité dans le même intervalle de tems; ils trouverent 6585 jours et 8 heures, qui font 223 mois lunaires ou 18 ans et 10 jours: il revenoit toujours une éclipse semblable au bout d'un pareil espace de tems, lorsque le soleil avoit fait 18 révolutions avec 10° 40′. Dans cet intervalle toutes les inégalités de la lune avoient eu leurs cours, et recommençoient toutes ensemble, soit en longitude, soit en latitude. (*Ptolémée, Almag. L. IV.*) Halley appelle cet intervalle *saros*, période *caldaïque*, ou période de *Pline.* Il est probable que si les anciens parvinrent à prédire des éclipses, comme celle de Thalès, 603 ans avant notre ere, ce ne pouvoit être que par le moyen de cette période. C'est ainsi que Halley prédit l'éclipse de soleil du deux juillet 1684 v. st. par le moyen de celle qu'on avoit observée le 22 juin 1666. Cette méthode suffit pour annoncer à-peu-près et sans calcul les mois et les jours où il doit y avoir des éclipses: on se sert aussi de

cette période par un calcul rigoureux pour corriger les tables et prédire plus exactement une éclipse par le moyen de celle qu'on a observée 18 ans auparavant.

603. Dans l'espace de 18 ans il y a 70 éclipses, 29 de lune et 41 de soleil, visibles en quelque endroit de la terre.

La période de 521 ans ramene les éclipses plus exactement, comme on le peut voir dans les 3000 années d'éclipses que le C. Pingré a calculées (635).

604. Connoissant le lieu des nœuds de la lune, on choisit les mois de l'année où le soleil se trouve aux environs de ces nœuds, et l'on cherche les jours de la nouvelle lune et de la pleine lune dans ces mois-là, pour savoir si la latitude de la lune n'est que d'environ un degré, parcequ'alors on a lieu de croire qu'il peut y avoir éclipse.

Pour être certain qu'il peut y avoir éclipse dans une nouvelle ou pleine lune, et pour pouvoir en calculer les circonstances, il faut calculer par les tables du soleil et de la lune qui sont dans mon *Astronomie*, l'heure et la minute de la conjonction ou de l'opposition, c'est-à-dire l'instant où le lieu de la lune est le même que celui du soleil dans l'écliptique, ou directement opposé; il faut aussi calculer la latitude de la lune pour le moment de la syzygie (540), le mouvement horaire de la lune en longitude et en latitude, la parallaxe et les diametres du soleil et de la lune: c'est un préliminaire essentiel dans le calcul de toutes les éclipses de soleil ou de lune.

605. Avec les mouvemens horaires de la lune en longitude et en latitude, il faut trouver l'inclinaison de son orbite par rapport à l'écliptique; d'abord l'inclinaison de l'orbite vraie, ensuite celle de l'orbite relative: cela est nécessaire pour les éclipses de lune, et même pour les éclipses de soleil quand on veut en avoir les phases pour différens pays de la terre: voilà pourquoi je vais placer cet article au nombre des préliminaires généraux du calcul des éclipses.

Lorsqu'on calcule une conjonction de deux planetes ou d'une planete à une étoile, une éclipse ou un appulse, c'est-à-dire une approximation de la lune à une étoile, on emploie la quantité dont un des astres se rapproche de l'autre, ou le mouvement relatif. Par exemple, dans une éclipse de soleil on demande avec quelle vitesse et dans quelle direction la lune s'approche du soleil. Il suffit pour cet effet de chercher combien la longitude d'une planete surpasse celle de l'autre dans l'espace d'une heure, et combien une latitude excede l'autre dans le

même

même espace de tems: ce n'est pas le mouvement réel, total et absolu de chacune des deux planetes, mais l'excès d'un des mouvemens sur l'autre, qui produit une conjonction ou une éclipse.

606. On peut donc ne faire aucune attention au mouvement d'une des deux planetes, pourvu qu'on donne à l'autre la différence des deux mouvemens, c'est-à-dire qu'en faisant mouvoir seulement l'une des deux on lui fasse changer de longitude et de latitude par rapport à l'autre, autant qu'elle en change réellement par la combinaison des deux mouvemens pris ensemble; on aura par ce moyen la conjonction des deux astres tout de même que si l'on considéroit les deux mouvemens à la fois.

607. Ainsi, pour calculer une conjonction de deux planetes, on ne considere que le mouvement relatif, c'est-à-dire le mouvement de l'une par rapport à l'autre, et on suppose fixe l'une des deux: cette supposition ne fait que simplifier le calcul, et ne change rien à l'état des choses; car si une planete avance par heure de 36′ vers l'orient, et l'autre de 2′ du même côté, il est évident qu'elles ne changeront que de 34′ l'une par rapport à l'autre, et elles seront à la même distance que si l'une étant fixe l'autre n'avoit eu que 34′ de mouvement. La distance à laquelle nous paroissent les deux planetes, l'une par rapport à l'autre, est une petite ligne droite, hypoténuse d'un triangle dont les deux côtés sont la différence de longitude et la différence de latitude; ainsi cette distance sera toujours la même quand on aura les mêmes différences en longitude et en latitude, soit qu'elle soit le résultat de deux mouvemens ou d'un seul.

608. On pourra donc faire un triangle MNO (*fig.* 71), dont les côtés MN et NO soient égaux chacun à la différence des mouvemens horaires en longitude et en latitude; l'angle OMN sera l'inclinaison de l'orbite relative, et MO le mouvement horaire sur cette orbite relative. On pourra supposer que, le soleil étant resté fixe en M, la lune a décrit MO; par le moyen de cette supposition on voit que les deux planetes différeront, soit en longitude, soit en latitude, autant que lorsqu'on laissoit à chacune son mouvement particulier; tout se passera donc entre elles, et toutes les apparences seront les mêmes qu'auparavant; la supposition de l'orbite relative MO ne fera que simplifier le calcul, en employant un seul mouvement qui équivaut aux deux autres.

609. Dans le triangle MNO on a ces proportions de trigo-

nométrie rectiligne, MN est à NO comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative OMN, et le cosinus de l'angle OMN est au rayon comme MN est à MO, mouvement horaire relatif dont nous ferons usage (621). Nous en donnerons un exemple à l'article 622 (1).

610. On suppose dans ces deux proportions que les planetes vont du même sens tant en longitude qu'en latitude ; mais si l'une étoit directe et l'autre rétrograde, c'est-à-dire si l'une des longitudes étoit croissante et l'autre décroissante, il faudroit prendre la *somme* des mouvemens horaires en longitude, au lieu de leur différence : cela peut avoir lieu quand on calcule les éclipses des planetes par la lune (725).

611. Dans les éclipses de lune ce n'est pas le soleil, mais le point opposé au soleil, que l'on considere comme l'une des deux planetes ; ce point opposé au soleil, qui est le centre de l'ombre de la terre, a le même mouvement horaire en longitude que le soleil lui-même, et par conséquent doit se traiter comme le soleil. Le soleil n'ayant aucun mouvement horaire en latitude, c'est celui de la lune seule que l'on emploie dans la premiere proportion de l'article 609.

612. Dans le calcul des éclipses de lune on peut se contenter d'ajouter 8″ à la différence des mouvemens horaires en longitude, pour avoir le mouvement relatif ou composé de la lune au soleil, et éviter la seconde analogie, parceque dans un triangle dont un angle est de 5° ½, et l'hypoténuse d'un demi-degré, le grand côté a environ 8″ de moins que l'hypoténuse.

613. Dans les éclipses de soleil ou d'étoiles que l'on ne veut calculer que par une opération graphique (695), on n'a besoin de savoir qu'à quelques minutes près l'inclinaison de l'orbite lunaire; on peut alors supposer toujours que l'inclinaison est de 5° 40′ pour les éclipses de soleil, et 5° 9′ pour les éclipses d'étoiles ; mais si l'on veut calculer l'éclipse rigoureusement, et même s'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune, il faut chercher le mouvement horaire de la lune en longitude et en latitude, et faire les proportions de l'article 609.

Des Eclipses de Lune.

614. L'éclipse de lune est l'obscurité produite sur le disque de la lune par l'ombre de la terre. L'éclipse totale est celle

(1) Il faut bien distinguer l'orbite relative de l'orbite apparente (712, 716, 717), affectée par la parallaxe.

où la lune entiere est obscurcie ; l'éclipse partiale est celle où une partie du disque de la lune conserve sa lumiere. L'éclipse *centrale* est celle qui a lieu quand l'opposition arrive dans le point même du nœud ; la lune traverse alors par le centre même le cône d'ombre.

615. Il y a des années où il n'arrive aucune éclipse de lune, comme en 1763, 1767, 1788, 1799; mais communément il en arrive plusieurs chaque année : en 1787 il y eut 7 éclipses, en 1788 et 1799 il n'y en a que deux, et ce sont des éclipses de soleil.

616. Si la lune au moment de son opposition vraie est assez loin de ses nœuds pour que sa latitude surpasse 63′, il ne sauroit y avoir éclipse, parceque l'ombre de la terre (618) n'occupe jamais dans l'orbite de la lune plus de 46 minutes, et le demi-diametre de la lune 17′ : ainsi pour que le bord de la lune puisse toucher l'ombre de la terre, il faut que la distance de leurs centres ou la latitude de la lune ne surpasse pas 63′ ; c'est la limite des éclipses ; si cette distance surpasse 30′ l'éclipse ne sauroit être totale.

617. Nous mesurons les mouvemens de la lune par les arcs célestes qu'elle paroît décrire ; il est donc nécessaire de mesurer de la même maniere l'ombre qu'elle traverse dans les éclipses, c'est-à dire la largeur de ce cône ténébreux que la terre répand derriere elle, en interceptant la lumiere du soleil, comme font tous les corps opaques.

Soit S le centre du soleil (*fig.* 72), T le centre de la terre, L celui de la lune en opposition, SA le demi-diametre du soleil, TB le demi-diametre de la terre, LC le demi-diametre de l'ombre de la terre dans l'endroit où la lune doit la traverser ; cette ligne LC est le rayon du cercle qui forme la section, perpendiculaire à l'axe du cône de l'ombre dans la région de la lune.

L'angle CTL, formé au centre de la terre, et qui a pour base le côté CL, est ce qu'on appellera le demi-diametre de l'ombre ; c'est l'angle sous lequel nous paroît le mouvement de la lune, ou l'arc de son orbite qu'elle décrit pendant la demi-durée de l'éclipse du centre, c'est-à-dire en traversant l'ombre de C en L.

618. Le triangle rectiligne CAT, dont le côté AT est prolongé jusqu'en D, a son angle externe CTD égal aux deux angles internes opposés pris ensemble, c'est-à-dire aux angles BAT et BCT, dont l'un est la parallaxe du soleil, l'autre celle de la lune (589) (1) ; ainsi l'angle CTD est égal à la somme

(1) C'est la parallaxe du bord ; mais elle ne differe pas sensiblement de celle du centre.

des parallaxes; si l'on en ôte l'angle LTD, il restera l'angle CTL ou le demi-diametre de l'ombre; mais l'angle LTD est égal à l'angle opposé ATS, qui mesure le demi-diametre apparent du soleil; donc si l'on ôte *de la somme des parallaxes le demi-diametre apparent du soleil, le reste sera le demi-diametre de l'ombre*, coupé dans la région de la lune à la distance TL de la terre.

Exemple. La parallaxe horizontale de la lune au moment de l'opposition du 17 mars 1764 étoit de 60′ 52″; la parallaxe horizontale du soleil est constamment de 8½ secondes (599); la somme des parallaxes est donc 61′ 0″: si l'on en ôte le demi-diametre du soleil 16′ 5″, on aura pour le demi-diametre de l'ombre 44′ 55″. Il y faudra encore ajouter environ 45″, c'est-à-dire autant de secondes qu'il y a de minutes, à cause de l'atmosphere de la terre qui paroît augmenter l'ombre à-peu-près d'un soixantieme.

Le demi-diametre de l'ombre trouvé par la regle précédente peut varier depuis 37′ 46″ jusqu'à 46′ 19″; il est le plus grand quand la lune est périgée et le soleil apogée.

619. Puisque le demi-diametre de l'ombre est égal à la somme des parallaxes moins le demi-diametre du soleil, et que la parallaxe du soleil est fort petite, il est clair qu'en ôtant le demi-diametre du soleil de la parallaxe de la lune, on aura le demi-diametre de l'ombre; si l'on connoît donc la valeur de ce diametre par la durée d'une éclipse observée, et qu'on y ajoute le demi-diametre du soleil, on aura la parallaxe de la lune. Cette méthode a pu servir autrefois à trouver cette parallaxe lorsqu'elle étoit peu connue (596).

Trouver les Phases d'une Eclipse de Lune.

620. Lorsqu'on connoît l'heure de la pleine lune ou de l'opposition (604), la latitude de la lune pour ce tems-là, l'inclinaison de son orbite, qui dépend du mouvement horaire de la lune tant en longitude qu'en latitude, on doit chercher le tems du milieu de l'éclipse.

Soit KAG (*fig.* 73) la circonférence de l'ombre que la terre traverse dans une éclipse, KOG une portion de l'écliptique, O le point de l'écliptique opposé au soleil, ou le centre de l'ombre de la terre à la distance de la lune, ELS l'orbite relative de la lune (609), L le lieu de la lune au moment de l'opposition, OL la latitude de la lune, ou sa distance à l'éclip-

tique KG, OM la perpendiculaire abaissée sur l'orbite relative EMS. Au moment où l'éclipse commence, la lune étant en E, le bord de la lune touche en P le bord de l'ombre; ainsi E est le lieu de la lune au commencement de l'éclipse; de même le point S est le lieu de la lune à la fin de l'éclipse, ou à la sortie de l'ombre. Les triangles MOE, MOS, sont égaux, puisqu'ils ont un côté commun OM, les côtés égaux OE et OS, et qu'ils sont rectangles l'un et l'autre en M; ainsi le côté EM est égal au côté MS; donc le point M indique le milieu de l'éclipse; au lieu que le tems de l'opposition arrive quand la lune est au point L de son orbite, sur un cercle de latitude LO perpendiculaire à l'écliptique KG dans le point O qui est directement opposé au soleil.

621. Dans le triangle LOM, formé par le cercle de latitude OL et par la perpendiculaire OM, l'angle LOM est égal à l'inclinaison de l'orbite relative de la lune (609), puisque la perpendiculaire à l'orbite et la perpendiculaire à l'écliptique font nécessairement le même angle que l'orbite fait avec l'écliptique: avec cet angle on a aussi le côté LO, latitude en opposition; on trouvera donc LM en faisant cette proportion: *Le rayon est au sinus de l'inclinaison comme la latitude* OL *est à l'intervalle* LM. On le réduira en tems à raison du mouvement horaire de la lune, en disant (609): *Le mouvement horaire relatif est à* 1^h *ou* 3600″ *comme l'espace* ML *est au tems qu'il y aura entre l'opposition et le milieu de l'éclipse*. On retranchera cet intervalle de tems du moment de l'opposition, si la latitude de la lune est croissante; on l'ajoutera au tems de l'opposition, si la latitude est décroissante, ou que la lune aille en se rapprochant de l'écliptique et du nœud, et l'on aura le milieu de l'éclipse.

622. Exemple. Dans l'éclipse de lune du 17 mars 1764 on trouve par les tables que la pleine lune ou l'opposition vraie devoit arriver à 12^h 4′ 59″; le mouvement horaire de la lune étoit de 37′ 23″ en longitude, et 3′ 26″ en latitude, le mouvement horaire du soleil 2′ 29″; la différence des mouvemens horaires 34′ 54″ est au mouvement en latitude 3′ 26″ comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative 5° 37′; le cosinus de cette inclinaison 5° 37′ est au rayon comme la différence des mouvemens horaires en longitude, 34′ 54″, est au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative 35′ 4″ (609).

La latitude de la lune en opposition étoit de 39′ 9″; le rayon est au sinus de l'inclinaison 5° 37′ comme la latitude 39′ 9″

est à l'intervalle ML, qu'on trouve de 3′ 50″ en parties de degrés. Le mouvement horaire relatif 35′ 4″ est à 60′ 0″ comme 3′ 50″ sont à 6′ 34″ de tems ; on ajoutera cet intervalle, parceque la latitude étoit décroissante, la lune n'étant pas encore arrivée à son nœud ; et comme le tems de l'opposition est 12ʰ 4′ 59″, on aura le milieu de l'éclipse à 12ʰ 11′ 33″, ou le 18 mars, 0ʰ 11′ 33″ du matin.

623. Les mêmes quantités qui ont servi à trouver la différence LM entre l'opposition et le milieu de l'éclipse, serviront à trouver la perpendiculaire ou la plus courte distance OM de l'orbite lunaire au centre de l'ombre ; car dans le triangle LOM, rectangle en M, on connoît LO qui est la latitude au tems de l'opposition, et l'angle LOM égal à l'inclinaison de l'orbite relative de la lune ; on trouvera le côté OM de 38′ 57″.

624. Pour trouver le commencement et la fin de l'éclipse, soit E le centre de la lune à son entrée dans l'ombre, lorsque l'éclipse commence ou que le premier bord de la lune touche en P le bord de l'ombre. La distance OE des centres de la lune et de l'ombre est composée des quantités OP et PE, dont l'une OP est le demi-diametre de l'ombre dont nous avons déterminé la valeur en minutes et en secondes, vues de la terre (618), et l'autre le demi-diametre de la lune EP, qui étoit de 16′ 37″. De même la distance OS, à la fin de l'éclipse, est composée des quantités OR et RS, c'est-à-dire qu'elle est aussi égale à la somme du demi-diametre de l'ombre et de celui de la lune ; dans notre exemple ce sera 1° 2′ 18″.

625. Dans le triangle OEM, rectiligne, rectangle en M, on connoît OE et la perpendiculaire OM (623); on cherchera le troisieme côté ME 48′ 37″ ; l'on convertira ce côté ME en tems par la proportion suivante : le mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, 35′ 4″, est à 1 heure ou 3600″, comme le côté trouvé ME est à la demi-durée de l'éclipse, 1ʰ 23′ 11″.

626. Cette demi-durée de l'éclipse est le tems que la lune employoit à aller de E en M ; mais le milieu de l'éclipse en M a été trouvé 12 heures 11′ 33″ (622) ; si l'on en retranche 1 heure 23′ 11″, on aura pour le commencement de l'éclipse 10 heures 48′ 22″ ; et si on l'ajoute, on aura la fin de l'éclipse 13 heures 34′ 44″.

627. Dans les éclipses de lune qui sont totales, on a encore deux autres phases à chercher, qui sont l'IMMERSION et l'ÉMERSION, en N et en R (*fig.* 74) : le centre de la lune est en D à l'instant où elle est assez avancée dans l'ombre pour que son

dernier bord N touche le bord intérieur de l'ombre; on a un nouveau triangle OMD, dont l'hypoténuse OD est égale à la différence entre le demi-diametre de l'ombre ON et le demi-diametre DN de la lune; mais l'opération est la même que dans l'article 625; la demi-durée de l'obscurité totale se retranche du milieu de l'éclipse, pour avoir l'immersion qui arrive en D, et elle s'ajoute pour avoir l'émersion qui arrive en V.

628. Lorsqu'on a la plus courte distance des centres OM (*fig.* 73), le demi-diametre de l'ombre OA, et le demi-diametre de la lune MB, il est aisé de trouver la partie éclipsée de la lune, c'est-à-dire la quantité AC; car AM est égale à OA — OM; si l'on y ajoute MC, l'on aura AC. Donc AC est égale à OA + MC — OM; c'est-à-dire que *la partie éclipsée est égale à la somme des demi-diametres de la lune et de l'ombre, moins la plus courte distance.* Il en seroit de même de la partie AC (*fig.* 74), qu'on appelle aussi la grandeur de l'éclipse, en y comprenant la partie de l'ombre qui déborde la lune.

Exemple. Dans l'éclipse du 17 mars 1764, la somme des demi-diametres est 62′ 18″; la plus courte distance est 38′ 57″; la différence 23′ 21″ est la partie éclipsée AC.

On a coutume d'exprimer la grandeur d'une éclipse en doigts ou en douziemes parties du diametre de la lune; on fera donc cette proportion: le diametre apparent de la lune 33′ 14″ est à 12 doigts 0 minutes, comme 23′ 21″ sont à un 4ᵉ terme, qu'on trouvera 8ᵈ 25′ ½. Ainsi la grandeur de l'éclipse sera de huit doigts et 25′ ½ de doigt.

629. On peut déterminer encore sans calcul, avec la regle et le compas, toutes les circonstances d'une éclipse de lune, aussitôt qu'on a calculé par les tables le tems de la conjonction, la latitude, la parallaxe, le diametre, et le mouvement horaire. Cette méthode est même très suffisante lorsqu'il ne s'agit que d'annoncer les éclipses qui doivent arriver; car on ne sauroit se tromper d'une minute dans l'opération graphique si la figure a seulement un pied de diametre; et l'on ne peut être assuré d'une plus grande exactitude dans la prédiction d'une éclipse de lune; ainsi je crois qu'on peut très bien se contenter de l'opération graphique dans toutes les éclipses de lune, à moins qu'après l'observation on n'ait envie d'une plus grande précision.

630. Exemple. Le demi-diametre de l'ombre de la terre dans la région lunaire ayant été trouvé de 46′ (618), je divise le rayon OG (*fig.* 73) en 46 parties; je prends OL égale à la latitude de la lune 39′; et au point L je tire l'orbite de la lune ELS,

inclinée de 5° 37′ (613) sur la parallele à l'écliptique. Le mouvement horaire relatif étant de 35′, je prends 35′ sur les divisions de QG′, je les porte sur l'orbite de L en X, et, ayant marqué en L le tems de l'opposition 12 heures 5′, je marque 11 heures 5′ au point X, éloigné du point L de la quantité du mouvement horaire; je divise XL en 60′ de tems, et les mêmes ouvertures de compas servent à diviser le reste de l'orbite ELMS. Je prends une ouverture de compas égale à la somme des demi-diametres de l'ombre et de la lune 1° 2′, et la portant de O en S sur l'orbite relative, je trouve sur ses divisions que le point S répond à 13ʰ 35′, comme on l'a trouvé par le calcul (626).

631. La pénombre est une obscurité moindre que celle du cône d'ombre; c'est une lumiere foible causée par la réfraction des rayons dans l'atmosphere, et par une portion du disque du soleil, qui éclaire encore la lune lors même que le centre ne l'éclaire plus. Le point E (*fig.* 72), qui est sur le côté OEP du cône d'ombre, est dans une entiere obscurité, parcequ'il n'est éclairé par aucun rayon du soleil; le point F, qui est sur la ligne AGF, menée par le bord supérieur A du soleil et par le bord inférieur G de la terre, jouit d'une lumiere parfaite, parcequ'il voit le disque entier AO du soleil; mais tous les points situés entre E et F ne voient qu'une partie du disque solaire, ils ne reçoivent qu'une partie de la lumiere du soleil, et forment la pénombre; c'est ce qui fait que le commencement d'une éclipse de lune est si douteux, que l'on differe quelquefois de plus d'une minute, et que plusieurs minutes avant l'éclipse on apperçoit déja une teinte obscure semblable à un nuage sur la surface de la lune.

632. On observe dans la couleur des éclipses de lune des différences considérables. Lorsque la lune est apogée, elle traverse le cône d'ombre plus près de son sommet; elle paroît alors plus rouge, plus lumineuse que lorsque les éclipses arrivent dans le périgée; car dans le périgée les rayons rompus par l'atmosphere, qui se dispersent dans le cône d'ombre et qui en diminuent l'obscurité, ne parviennent pas jusqu'au centre de l'ombre ou à l'axe du cône, qui est trop large dans ce point là; et la lune étant plus près de la terre, l'obscurité qu'elle produit sur la lune est plus entiere.

633. Voilà pourquoi l'on a vu des éclipses où la lune disparoissoit entièrement, comme le 15 juin 1620, ou le 9 de décembre 1601. Suivant Képler, on ne distinguoit pas le bord éclipsé. Hévélius, en parlant de l'éclipse du 25 avril 1642, assure qu'on

ne distinguoit pas, même avec des lunettes, la place de la lune, quoique le tems fût assez beau pour voir les étoiles de la cinquieme grandeur; mais il est fort rare que la lune disparoisse ainsi totalement dans les éclipses.

Des Eclipses de Soleil.

634. Les éclipses de soleil sont produites par l'interposition de la lune, qui dans ses conjonctions passe quelquefois directement entre nous et le soleil: elle nous le cache alors en tout ou en partie. Les éclipses TOTALES sont celles où le soleil paroît entièrement couvert par la lune, le diametre apparent de la lune étant plus grand que celui du soleil. Les éclipses ANNULAIRES sont celles où la lune paroît tout entiere sur le soleil; alors le diametre du soleil, paroissant le plus grand, excede de tout côté celui de la lune, et forme autour d'elle un anneau ou une couronne lumineuse: telle fut l'éclipse du premier avril 1764, que l'on vit annulaire à Cadix, à Rennes, à Calais, et à Pello en Laponie. Les éclipses *centrales* sont celles où la lune n'a aucune latitude au moment de la conjonction apparente; son centre paroît alors sur le centre même du soleil, et l'éclipse est totale ou annulaire, en même tems qu'elle est centrale.

635. Les plus anciens auteurs nous ont consigné comme des évènemens remarquables les grandes éclipses de soleil. Il en est parlé dans Isaïe, chap. 13, dans Homere et Pindare, dans Pline, liv. II, chap. 12, dans Denys d'Halicarnasse, liv. II. Ce dernier dit qu'à la naissance de Romulus et à sa mort il y eut des éclipses totales de soleil, dans lesquelles la terre fut dans une obscurité aussi grande qu'au milieu de la nuit. Hérodote nous apprend que dans la sixieme année de la guerre entre les Lydiens et les Medes, il arriva pendant la bataille que le jour se changea en une nuit totale: Thalès le Milésien l'avoit annoncé pour cette année-là. Pline (liv. II, chap. 2,) parle aussi de la prédiction de Thalès, et Costard prouve que cette éclipse fut celle du 17 mai 603 avant notre ére (*Philos. Trans.* 1753). On trouve de semblables éclipses dans les années 431, 190, et 50, avant notre ere; et dans les années de notre ere 59, 100, 237, 360, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1191, 1241, 1415, 1485, 1544, 1560 (*Képl. Astron. pars opt.*) On trouve un catalogue exact, fait par le C. Pingré, de toutes les éclipses arrivées depuis mille ans avant l'ere vulgaire jusqu'à l'an 2000, dans *l'Art de vérifier les dates, et dans les Mémoires de l'académie des inscriptions, tome 42.*

636. C'est en effet une chose très singuliere que le spectacle d'une éclipse totale de soleil. Clavius, qui fut témoin de celle du 21 août 1560 à Conimbre, nous dit que l'obscurité étoit pour ainsi dire plus grande, ou du moins plus sensible et plus frappante que celle de la nuit; on ne voyoit pas où pouvoir mettre le pied, et les oiseaux retomboient vers la terre par l'effroi que leur causoit une si triste obscurité.

637. Il n'y a eu, depuis très long-tems, à Paris d'autre éclipse totale que celle du 22 mai 1724; l'obscurité totale dura 2′ $\frac{1}{4}$; on apperçut à la vue simple mercure et vénus qui étoient sur la même ligne que le soleil: il parut peu d'étoiles à cause des nuages. La premiere petite partie du soleil qui se découvrit lança un éclair subit et très vif, qui parut dissiper l'obscurité entiere (*Hist. de l'acad.* 1724). L'éclipse de 1706 fut de dix doigts et 58 minutes: il restoit environ $\frac{1}{15}$ du diametre du soleil, sa lumiere étoit à la vérité d'une pâleur effrayante et lugubre; cependant tous les objets se distinguoient aussi facilement que dans le plus beau jour (*Hist. acad.* 1706). Cette éclipse fut totale à Montpellier, et l'on y remarqua autour de la lune une couronne d'une lumiere pâle, large de la douzieme partie du diametre de la lune dans sa partie la plus sensible, mais qui, diminuant peu-à-peu, s'appercevoit encore à 4 degrés tout autour de la lune.

638. Dans l'éclipse de soleil du 23 septembre 1699 il ne resta que $\frac{1}{18}$ du diametre du soleil à Gripswald en Poméranie; l'obscurité y fut si grande qu'on ne pouvoit lire ni écrire; il y eut des personnes qui virent quatre étoiles, ce devoit être mercure, vénus, régulus, et l'épi de la vierge (*Hist. acad.* 1700).

639. Les éclipses de soleil sont beaucoup plus rares que les éclipses de lune pour un lieu déterminé, parceque la lune, étant beaucoup plus petite que la terre, ne peut couvrir qu'une très petite partie de notre globe; souvent même la pointe du cône n'arrive pas jusqu'à nous, comme dans les éclipses *annulaires*. Il arrive quelquefois sept éclipses, mais on ne les voit jamais toutes dans un même lieu; depuis 1755 jusqu'en 1764 inclusivement, on ne trouve que quatre éclipses de soleil visibles à Paris, tandis qu'on y a dû voir onze éclipses de lune.

On desire souvent de savoir s'il y aura des éclipses totales. J'engageai, en 1769, le C. du Vaucel à se livrer à cette recherche: il trouva que, jusqu'à 1900, en 132 ans il y auroit 59 éclipses visibles à Paris, sans qu'aucune y soit totale, et une annulaire qui sera celle du 9 octobre 1847 (*Mém. présentés*, etc. *tom.* V.)

La plus grande durée possible d'une éclipse totale est de 7′ 58″, et celle d'une éclipse annulaire 12′ 24″ suivant le C. du Séjour. (*Mém.* 1777.)

640. Le calcul des éclipses de soleil pour un lieu particulier est beaucoup plus difficile et plus long que celui des éclipses de lune à cause des parallaxes qui y entrent nécessairement; les parallaxes different pour chaque point de la terre, en sorte qu'une éclipse de soleil paroît d'une maniere différente à différens pays: au contraire les éclipses de lune paroissent de la même maniere, et sont parfaitement les mêmes pour tous ceux qui les voient; car la lune, perdant alors véritablement sa lumiere, devient obscure pour tout le monde.

641. J'ai cru qu'il falloit diminuer la difficulté, en employant d'abord une méthode, pour ainsi dire, mécanique, et telle que les yeux pussent soulager l'imagination. Je vais donc expliquer une opération graphique, avec laquelle on pourra calculer une éclipse de soleil, pour la terre en général, avec la même facilité que l'on a calculé une éclipse de lune (629), et même trouver à-peu-près pour chaque pays de la terre les circonstances de l'éclipse par le moyen d'un globe terrestre, pourvu qu'on ait fait seulement les calculs préliminaires (604).

642. Pour faire sentir les raisons et les principes de cette opération graphique, je vais montrer la maniere dont les éclipses de soleil arrivent sur la surface de la terre dans le cas le plus simple. Je supposerai un principe qu'il ne faut pas perdre de vue, savoir, que le soleil est assez éloigné de nous pour que les rayons qui partent du centre du soleil, et qui vont aux différens points de la terre, soient sensiblement paralleles. Du point T (*fig.* 75), que je suppose le centre de la terre, on voit le centre du soleil par un rayon TS; le point E, qui est à la surface de la terre, voit le centre du soleil par un autre rayon EO, qui ne fait avec le précédent qu'un angle de 8″ ½ (590), et qui va par conséquent le rencontrer à une distance prodigieuse; ainsi ce rayon est sensiblement parallele au précédent: on peut donc supposer que la ligne EAO, parallele à TLS, est celle par laquelle le point E de la terre voit le centre du soleil.

643. Si la lune est en L au moment de la conjonction, l'observateur placé en K sur la surface de la terre verra une éclipse centrale de soleil (634), puisque le centre de la lune lui paroîtra sur le rayon même TKLS, par lequel il voit le centre du soleil. Soit AL une portion de l'orbite que la lune décrit avant la conjonction en allant de A en L, ou d'occident vers l'orient; puisque

le point E de la terre voit le centre du soleil sur la ligne EAO (642), il s'ensuit évidemment que quand la lune sera au point A de son orbite, elle couvrira le soleil, et formera une éclipse centrale pour l'observateur placé en E, puisqu'alors le centre de la lune, aussi bien que celui du soleil, paroîtra sur une même ligne EAO.

Si la lune emploie une heure à parcourir la portion AL de son orbite, l'éclipse aura lieu pour le point E de la terre une heure avant qu'elle ait lieu pour le point K, ou pour le centre T de la terre, c'est-à-dire une heure avant la conjonction, que je suppose arriver au point L.

644. Je sais que l'on a d'abord quelque peine à se figurer ainsi le soleil répondant au même instant à divers points de l'orbite lunaire pour différens lieux de la terre : mais qu'on réfléchisse à ce qui se passe dans une allée de jardin où l'on se promene en voyant le soleil sur sa droite ; toutes les ombres des arbres sont paralleles entre elles ; quand on est sur la premiere ombre on voit le soleil répondre au premier arbre ; quand on a fait quelques pas on voit le soleil répondre à l'arbre suivant ; et s'il y a quatre personnes en même tems qui soient entre elles à la même distance que les quatre arbres sont entre eux, elles verront répondre le soleil aux quatre arbres différens ; c'est ainsi que l'observateur qui est en D voit le soleil répondre au point C de l'orbite de la lune, tandis que l'observateur qui est en K voit le soleil au point L (1), comme celui qui est en F voit le soleil au point H.

645. Le point E de la terre est le premier point d'où l'on verra la lune sur le soleil ; il aura l'éclipse centrale quand la lune sera en A (643), le centre de la lune répondant au centre du soleil ; mais avant que d'être en A le centre de la lune a été en un point M, tel qu'alors le bord B de la lune touchoit le bord du soleil, parceque le centre du soleil paroissant en A, le bord de son disque paroissoit en B, éloigné du centre A d'environ 16′, qui est l'angle sous lequel nous voyons le demi-diametre solaire ; le centre M de la lune étoit alors éloigné du centre A du soleil d'une quantité égale à la somme des demi-diametres AB et BM du soleil et de la lune, et c'étoit le commencement de l'éclipse pour l'observateur situé en E, ou le premier instant où il a vu

(1) Il n'est pas besoin d'avertir que les points E, F, K, de la terre ne sont point fixes ; ils tournent par le mouvement de rotation de la terre. Mais dans ces préliminaires généraux nous n'examinons pas quels pays de la terre occupent les divers points du globe ; il suffit de considérer ces points en général.

le bord de la lune toucher le bord du soleil. La distance de la lune au point L de la conjonction ou à la ligne des centres, étant égale à la somme des demi-diametres du soleil et de la lune, plus la quantité AL, l'observateur qui au lever du soleil, étant en E, aura vu l'attouchement des bords de la lune et du soleil, verra l'éclipse centrale d'un autre point de l'espace absolu différent du point E; mais auparavant la lune aura passé en A, et ce sera l'habitant de la terre qui sera arrivé à son tour au bord E du cercle d'illumination qui verra l'éclipse centrale lorsque la lune sera parvenue en A.

646. La partie AL de l'orbite lunaire, égale au rayon ET de la terre, paroît sous un angle AEL, égal à l'angle ELT, qui est la parallaxe horizontale de la lune (588); la partie ML paroît donc égale à la somme du demi-diametre BM de la lune, du demi-diametre BA du soleil, et de la parallaxe horizontale de la lune, qui est égale à AL. Ainsi le point E de la terre verra commencer l'éclipse aussitôt que la distance ML de la lune au point L de la conjonction sera égale à la somme des diametres du soleil et de la lune et de la parallaxe horizontale de la lune. De même le point G, le dernier et le plus oriental de la terre, verra finir entièrement l'éclipse, lorsque la lune, après avoir passé la conjonction, sera éloignée du point L de la même quantité.

Si la lune est en C, de maniere que AC soit aussi égal à la somme des demi-diametres du soleil et de la lune, le point E de la terre qui voit le soleil en A verra aussi le centre C de la lune éloigné du centre A du soleil de la somme des demi-diametres, c'est-à-dire qu'il verra les bords du soleil et de la lune se toucher, et l'éclipse finir.

Mais dans le tems que la lune est en C et que le point E de la terre voit finir l'éclipse, un autre point D de la terre qui voit le centre du soleil sur le rayon DC parallele à TS voit le centre de la lune sur celui du soleil, c'est-à-dire qu'il a une éclipse centrale.

647. En même tems que le point E de la terre voit finir l'éclipse par le contact des deux bords, lorsque le centre de la lune est en C, et que le point D voit l'éclipse centrale, les points de la terre situés entre E et D voient l'éclipse de différentes grandeurs : ainsi le point F de la terre qui voit le centre du soleil sur la parallele FH, et le soleil répondre en H, voit la distance apparente de la lune C au soleil H de la quantité CH : si nous supposons que la ligne CH soit plus petite que la somme des demi-diametres, la lune anticipera d'autant sur le soleil; si elle

est plus petite d'un doigt, le bord de la lune sera d'un doigt sur le soleil, on dira que l'éclipse est d'un doit. Si CH est supposée moindre de six doitgs solaires que la somme des demi-diametres, il faut nécessairement que cette somme, qui forme la distance des centres de la lune et du soleil au commencement de l'éclipse, ait été rétrécie d'autant: elle n'a pu l'être que parceque le disque lunaire a anticipé d'autant sur celui du soleil; donc, dans la supposition de CH, moindre que CA de six doigts pour le point F, il doit y avoir six doigts du diametre du soleil couverts par la lune pour l'observateur F, et par conséquent l'on verra du point F le bord de la lune sur le centre même du soleil. De même si CH est plus petite que cette somme, et cela de trois doigts seulement, ou d'un quart du diametre solaire, la lune anticipera ou mordra sur le soleil de trois doigts seulement, et l'éclipse ne sera que de la même quantité.

Ainsi, pour trouver le point F de la terre où l'éclipse doit paroître de trois doigts à un instant donné où l'on suppose la lune en C, il faut, en partant du point C où est la lune, 1°. prendre CA égale à la somme des demi-diametres du soleil et de la lune; 2°. en partant du point A, prendre AH de trois doigts, etc; 3°. abaisser une perpendiculaire HFN sur la terre, (c'est-à-dire sur le plan GE du cercle de la terre, qui est perpendiculaire à la ligne des centres), et l'on aura le point F de la terre où l'éclipse doit paroître de 3 doigts, la lune étant en C, puisque le soleil paroissant alors en H et la lune en C, leur distance est plus petite de 3 doigts que la somme des demi-diametres du soleil et de la lune.

648. J'ai supposé jusqu'ici que l'orbite LBM de la lune passoit par la ligne SLT, qui joint les centres du soleil et de la terre, et que la lune en conjonction n'avoit aucune latitude: voyons ce qui arrivera dans les cas où la lune en conjonction aura une latitude. Il faut considérer d'abord que tout ce que j'ai dit du point M (645) doit s'entendre également de tout autre point qui seroit à la même distance du point T et du point L. Supposons que la ligne LM (égale à la parallaxe de la lune, plus la somme des demi-diametres du soleil et de la lune,) tourne autour du point L, et décrive un cercle dont le plan soit perpendiculaire à LT et au plan de notre figure, en sorte que tous les points de ce cercle soient à égales distances du point T; c'est ce cercle décrit dans la région lunaire perpendiculairement à la ligne des centres que nous appelons *cercle de projection*, parcequ'on y rapporte et qu'on y projette la terre et le soleil; et

nous allons le considérer seul dans la suite du discours, en y rapportant tout ce que nous venons de dire sur la *figure* 76. Il est évident que les différens points du cercle placé dans la région de la lune, et décrit sur LA, répondent aux différens points de la circonférence de la terre, de la même maniere que le point A répond au point E de la terre, et le point L au point K; chaque point de la terre a sa projection ou son image à l'extrémité de la ligne qui va tomber perpendiculairement sur le *plan de projection* que l'on conçoit dans la région de la lune, et dont nous parlerons en détail (669).

649. Si le soleil étoit peu éloigné, comme en S, le rayon de projection LR seroit vu sous un angle RGL, égal à la différence des parallaxes du soleil et de la lune; car dans le triangle GSL l'angle extérieur GLT, qui est la parallaxe de la lune, est égal aux deux intérieurs GSL et LGR, dont l'un est la parallaxe du soleil, et l'autre est le demi-diametre de la projection, puisque la terre TG n'occupe que RL dans l'orbite. Ainsi, pour plus d'exactitude, on retranche 8″ ½ de la parallaxe de la lune dans les éclipses du soleil.

650. Supposons une ligne LB (*fig.* 76) de même longueur que la somme LM du rayon de projection et des demi-diametres du soleil et de la lune dans la *fig.* 75; décrivons un cercle BCGD sur le plan de projection; décrivons aussi un autre cercle AEXR, dont le rayon LA soit égal à la parallaxe de la lune, comme LA dans la figure 75 formoit le rayon de projection égal au rayon de la terre et vu sous un angle égal à la parallaxe de la lune; lorsque la lune approchera assez de la conjonction pour que son centre vienne à se trouver sur quelque point K de la circonférence BCD, l'éclipse commencera pour quelque point de la surface de la terre (646).

De même, lorsque le centre de la lune sera sur quelque point V de la circonférence AVE du cercle de projection, le centre de la lune paroîtra répondre sur le centre du soleil, et l'éclipse commencera d'être centrale pour quelque point de la surface de la terre, c'est-à-dire pour celui qui se trouvera directement sous le point V, ou qui aura sa projection au point V.

651. L'ÉCLIPSE GÉNÉRALE de soleil est celle que l'on calcule pour la terre en général, sans examiner à quel pays elle se rapporte; c'est par où nous commençons, à l'exemple de Képler, avant de chercher les circonstances d'une éclipse de soleil pour chaque lieu déterminé de la terre. Au moment où la distance LK (*fig.* 76) du centre de la projection au centre de la lune est

égale à la somme des trois demi-diametres du soleil, de la lune et de la projection, l'éclipse de soleil commence pour le point de la terre qui répond perpendiculairement au point I (645), ou dont la projection est en I: c'est le commencement de l'éclipse générale. De même, lorsque la lune est parvenue au point G de son orbite, assez éloigné pour que la distance LG soit encore égale aux trois demi-diametres, le bord de la lune quitte le bord du soleil pour le dernier de tous les pays de la terre où il peut y avoir éclipse; c'est la fin de l'éclipse générale. Enfin la perpendiculaire LM, abaissée sur l'orbite, marque le milieu de l'éclipse générale, comme dans le cas des éclipses de lune (620).

652. Pour connoître le tems du milieu de l'éclipse générale, on suppose les mêmes calculs préliminaires; et l'on suit la même méthode que pour une éclipse de lune; LAB représente une portion de l'écliptique, L le point où est le soleil au moment de la conjonction, LH la latitude de la lune en conjonction, KMG l'orbite relative (609). Dans le triangle LMH, rectangle en M, on connoît l'angle HLM égal à l'inclinaison de l'orbite relative, et l'hypoténuse HL égale à la latitude de la lune; on cherchera le côté HM; on le convertira en tems à raison du mouvement horaire de la lune sur l'orbite relative, et l'on aura l'intervalle entre la conjonction et le milieu de l'éclipse; cet intervalle se retranchera du moment de la conjonction, arrivé en H, si la latitude de la lune est croissante, c'est-à-dire si la lune a passé son nœud; mais il s'ajoutera au tems de la conjonction, si la lune va en se rapprochant de son nœud; et l'on aura le tems du milieu de l'éclipse générale en M (622).

653. Le cercle de projection AER représente le disque de la terre ou l'image de l'hémisphere éclairé de la terre, rapporté dans l'orbite ou dans la région de la lune; la ligne VX est la portion de l'orbite lunaire qui sera décrite pendant la durée de l'éclipse totale, comme la ligne KG est la portion d'orbite qui sera décrite depuis le premier moment où un point I de la terre verra un commencement d'éclipse, jusqu'au dernier instant où la lune abandonnera la terre au point F, le centre de la lune étant alors en G, et l'éclipse finissant pour le dernier de tous les pays où elle sera visible. Ainsi la longueur KG de l'orbite lunaire, comprise entre les points K et G, nous fera connoître la durée de l'éclipse, comme le milieu M de la ligne KG nous fera trouver le tems du milieu de l'éclipse générale. La ligne KG est coupée en deux parties égales par la perpendiculaire LM, parceque

parceque les côtés LK et LG sont égaux ; il en est de même de la corde VX. Ainsi le point M indique le milieu de l'éclipse générale, dont la durée est exprimée par KG ; et la durée de l'éclipse centrale est représentée par VX.

654. EXEMPLE. Dans l'éclipse du 1 avril 1764 le tems vrai de la conjonction étoit à $10^h\ 31'\ 8''$ du matin à Paris ; la latitude pour ce tems-là $39'\ 38''$ boréale ; le mouvement horaire de la lune en longitude $29'\ 40''\frac{3}{4}$; celui du soleil $2'\ 27''\ 7$; l'inclinaison de l'orbite relative $5°\ 43'\ 6''$; le mouvement horaire relatif ou composé $27'\ 21''\ 2$: on fera comme dans les éclipses de lune (621) ces deux proportions, R : $39'\ 38''$: : sin. $5°\ 43'\ 6''$: $3'\ 56''$, valeur de HM ; et ensuite $27'\ 21''$: $60'\ 0''$: : $3'\ 56''$: $8'\ 39''$ de tems : on retranchera ces $8'\ 39''$ de l'heure de la conjonction, parceque la latitude de la lune alloit en augmentant, et l'on aura $10^h\ 22'\ 29''$ pour le tems du milieu de l'éclipse générale, compté au méridien de Paris.

Le même triangle HLM fera trouver la perpendiculaire LM $39'\ 21''$; c'est la plus courte distance de la lune au centre de la projection dans le tems du milieu de l'éclipse ; cette perpendiculaire LM nous servira pour trouver le commencement et la fin.

655. Dans le triangle LKM, rectangle en M, on connoît la perpendiculaire LM et l'hypoténuse LK égale à la somme des trois demi-diametres du soleil, de la lune, et de la projection (646) ; on cherchera le côté MK ; on le convertira en tems à raison du mouvement horaire ; et ce tems, ôté de celui du milieu de l'éclipse en M, donnera le tems du commencement de l'éclipse générale en K ; étant ajouté, il donnera la fin de l'éclipse en G.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, le côté LM est de $39'\ 21''$; la parallaxe de la lune de $54'\ 0''$ (1) pour Paris, le demi-diametre horizontal de la lune $14'\ 47''$, celui du soleil $16'\ 1''$; on trouvera le commencement de l'éclipse générale à $7^h\ 37'\ 44''$ du matin, et la fin à $1^h\ 7'\ 14''$ après midi ; sa durée sur toute la terre étoit donc de $5^h\ 29'\ 30''$.

656. Le commencement de l'éclipse centrale arrive lorsque la lune est au point V, où son orbite coupe le cercle de projection (650). Dans le triangle LMV, rectangle en M, on connoît la perpendiculaire LM (654), et la ligne LV, qui est la parallaxe

(1) J'en ai ôté la parallaxe du soleil, afin qu'il ne restât que la quantité dont la lune est abaissée plus que le soleil ; c'est de cette seule différence que l'on a besoin pour calculer l'effet de la parallaxe dans une éclipse.

ou le rayon de la projection; l'on cherchera le côté MV; on le convertira en tems, c'est-à-dire on cherchera le tems que la lune emploie à parcourir VM; et ce tems étant ôté de celui du milieu de l'éclipse générale, on aura le tems qu'il étoit à Paris quand l'éclipse commençoit à être centrale pour quelque point V de la terre.

Exemple. Dans l'éclipse de 1764, supposant LV = 54′ 0″, LM = 39′ 21″, on trouvera MV = 36′ 59″, qui, réduite en tems, donne 1^h 21′ 6″; cette demi-durée étant ôtée du milieu de l'éclipse 10^h 22′ 29″ (654), donnera le commencement de l'éclipse centrale 9^h 1′ 23″, et ajoutée au milieu de l'éclipse, donnera la fin 11^h 43′ 35″. Le tems que le centre de l'ombre employoit à traverser la terre étoit donc de 2^h 42′ 12″.

657. Les calculs que nous venons de faire pour l'éclipse générale peuvent s'exécuter graphiquement comme ceux des éclipses de lune (629): on fera une grande figure dont le rayon LA soit égal à la parallaxe, ou divisé en autant de minutes qu'en contient cette parallaxe; on prendra la ligne LH égale à la latitude de la lune, et l'angle MLH égal à l'inclinaison relative de l'orbite lunaire (609); on prendra sur la même échelle une quantité égale au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, que l'on portera de H en N; on marquera en H l'heure et la minute de la conjonction, et en N une heure de moins; on divisera par ce moyen l'orbite GK en heures et minutes, et l'on verra à quelle heure la lune s'est trouvée en K, en V, en M, en X et en G, comme on l'a trouvé par les calculs des articles précédens.

658. Il s'agit actuellement de connoître quels sont les différens pays de la terre qui sont en V, en X, au moment où la lune y arrive, c'est-à-dire leurs longitudes géographiques et leurs latitudes; c'est ce que nous allons exécuter par le moyen d'un globe. Je ne conseillerois pas aux astronomes de faire ces calculs par la trigonométrie, si ce n'est dans des cas extraordinaires, et pour des observations importantes : le tems qu'exigent ces calculs rigoureux est bien mieux employé à calculer des observations déja faites pour en tirer des conséquences, qu'à annoncer avec une précision si scrupuleuse celles qui doivent arriver; les opérations graphiques sont suffisantes pour tracer des cartes semblables à celle de la planche XI (*fig.* 87), que l'on met ordinairement en abrégé dans les éphémérides. Ce fut D. Cassini qui en donna l'idée et le modele à l'occasion de l'éclipse de soleil qu'il avoit observée à Ferrare en 1664.

659. Je ne suppose qu'un globe terrestre qui ait au moins huit pouces de diametre, et une regle avec deux pieds, représentée par GVAE (*planche* X, *fig.* 77), dont la longueur VA soit égale au diametre du globe dont on se sert, et la hauteur égale au rayon du globe, ou un peu plus, afin d'être placée sur son horizon G E; le rayon de ce globe doit représenter le rayon de la terre, ou la parallaxe de la lune, comme LA dans la figure 76, c'est-à-dire qu'il faut le supposer, par exemple, de 54′, parceque la différence des parallaxes du soleil et de la lune dans l'éclipse de 1764 étoit de 54′.

660. Comme l'on n'est pas maître de changer le diametre de son globe dans les différentes éclipses de soleil, il faudra calculer les différentes parties de la figure, c'est-à-dire le mouvement horaire de la lune et les diametres du soleil et de la lune, en les réduisant à cette échelle; si le globe a 8 pouces de diametre, et que la parallaxe actuelle soit, par exemple, de 54′, on tirera une ligne égale au rayon du globe, on la divisera en 54 parties, et l'on prendra $27\frac{1}{3}$ de ces mêmes parties pour faire le mouvement horaire.

661. Pour placer sur le globe l'orbite de la lune, il faut avoir fait une figure, telle que la *fig.* 76, où la ligne BLD représente une portion de l'écliptique, et XV l'orbite relative; on y ajoutera une ligne OLQ pour représenter une portion de l'équateur, en faisant l'angle ALO égal à l'angle de position (303, 693), ou au complément de l'angle de l'écliptique avec le méridien : l'équateur sera au midi ou au-dessous de l'écliptique à l'orient du globe dans les signes ascendans, c'est-à-dire quand la conjonction arrivera depuis le 21 décembre jusqu'au 21 juin. Dans la figure 76 il est au-dessus. La somme de l'angle ALO et de l'inclinaison de l'orbite relative, ou leur différence, suivant les cas, donnera l'angle de la perpendiculaire LM avec le *méridien universel* LP, ou le méridien du globe, que l'on suppose immobile; cet angle est le même que l'angle de l'orbite avec l'équateur. En 1764 c'étoit la somme de 5° 44′ et de 23° 0′, c'est-à-dire 28° 44′. On prendra sur la figure avec un compas les arcs OV, QX, et l'on marquera un pareil nombre de degrés sur l'horizon du globe, à compter depuis les vrais points d'orient et d'occident, c'est-à-dire depuis les intersections de l'équateur et de l'horizon du globe, en allant du côté du nord, si la latitude de la lune est boréale, ou du côté du midi, si elle est australe.

662. On élevera le pole du globe sur son horizon, du nombre

de degrés que la déclinaison du soleil indiquera ; si la déclinaison est boréale, c'est le pole boréal qu'il faut élever ; on placera le support GVAE (*fig.* 77) de maniere qu'un bord de la regle supérieure VA réponde perpendiculairement au-dessus des deux points marqués sur l'horizon du globe ; dans cet état cette traverse VA représentera l'orbite de la lune, placée sur l'horizon du globe, comme elle l'étoit sur le cercle de projection dans la figure 76.

Il faut prendre encore sur la figure 76 les tems de l'orbite lunaire qui répondent en V et en X, c'est-à-dire au commencement et à la fin ; on les écrira sur le support VA, que je suppose couvert d'une petite bande de papier collé ; et l'on aura un intervalle AV, qu'on divisera en minutes de tems, comme l'on a divisé l'orbite VX de la lune (657) ; ou bien l'on se servira du mouvement horaire, et l'on marquera seulement le tems du milieu de l'éclipse sur le milieu L de la regle ; une heure de plus à une distance égale au mouvement horaire, une heure de moins à l'occident ou à la droite, et le reste dans l'intervalle.

663. Il ne s'agira plus que de placer le globe sur l'heure qui lui convient ; par exemple, dans l'éclipse de 1764, la lune devant être en A à $9^h\ 1'$, qui est le commencement de l'éclipse centrale (656), on tournera le globe de maniere que Paris soit en C, $2^h\ 59'$ à l'occident du *méridien universel* MP : c'est ce méridien dans lequel le soleil est supposé fixe, tandis que tous les pays de la terre passent successivement devant lui par la rotation du globe d'occident en orient.

Le globe terrestre étant ainsi disposé pour l'heure de Paris, tous les autres pays sont également à leur place pour ce moment ; et la lune étant supposée en A, le point de la terre qui répond perpendiculairement sous la lune est celui où l'éclipse paroît centrale dans ce même moment (645) : on n'a donc qu'à abaisser un à-plomb du point A si l'horizon du globe est bien de niveau, ou placer l'œil perpendiculairement au-dessus du point A, ou enfin se servir d'une petite équerre, et l'on verra sur le globe le point de la terre que l'on cherchoit perpendiculairement au-dessous de A, dans l'horizon même du globe ; l'on marquera la longitude et la latitude de ce point-là ; ce sera le premier point de l'éclipse centrale, marqué A sur la carte de la *planche XI* (*fig.* 87).

664. Au point A (*fig.* 77) l'on placera le centre d'un cercle dont le rayon AD soit égal à la somme des demi-diametres du

soleil et de la lune prise sur l'échelle des 54′. On pourra faire un cercle de carton qu'on placera parallèlement à l'horizon du globe, son centre étant en A; ou bien l'on fera circuler un compas dont l'ouverture soit égale à la somme des demi-diametres, et dont une pointe soit en A: on remarquera tous les points du globe qui se trouveront répondre perpendiculairement sous la circonférence de ce cercle; ce sont ceux qui verront les bords du soleil et de la lune se toucher au même instant, et celui de ces points qui se trouvera dans l'horizon du globe verra le contact des deux bords au lever du soleil.

665. On fera un autre cercle dont le rayon soit plus petit que le précédent d'un quart du diametre du soleil, c'est-à-dire de 3 doigts (c'étoit 8′ en 1764), ou bien on échancrera de la même quantité une portion du même cercle qui a servi pour la premiere phase, comme dans le limaçon de la figure 78; ou, si l'on veut, on diminuera seulement l'ouverture du compas dont on s'est servi dans l'opération précédente; alors la circonférence du cercle ainsi diminuée de trois doigts, ou l'ouverture du compas promenée tout autour du point A (*fig.* 77), indiquera sur le globe, par le moyen de l'à-plomb, tous les points de la terre où le soleil est éclipsé dans ce moment-là de 3 doigts seulement (647).

666. On pourra faire de même d'autres cercles pour l'éclipse de 2, 3, 4, 5 doigts, etc., en diminuant de 2, 3 doigts, etc. le rayon du cercle de la *pénombre*, c'est-à-dire du cercle dont le rayon est égal à la somme des demi-diametres du soleil et de la lune, et qui détermine les pays où l'éclipse n'est que partiale; on pourra aussi échancrer un seul cercle dont la circonférence soit divisée en 12 parties, et le rayon de même en 12 parties, et dont les 12 secteurs aillent en diminuant comme le limaçon d'une montre à répétition (*fig.* 78), chacun étant plus petit que le précédent d'un doigt ou d'une douzieme partie du diametre solaire pris sur la même échelle (660); en promenant un à-plomb sur les circonférences de ces secteurs, il marquera sur le globe les pays qui pour cet instant-là auront l'éclipse d'un doigt ou de 2, etc.

667. Si l'on place en L, sur le milieu de la traverse AV, le centre de ces cercles, et qu'on fasse la même opération, après avoir fait tourner le globe pour amener la rosette P du globe sur $10^h\,23'$, qui est l'heure du milieu de l'éclipse générale au méridien de Paris, on trouvera tous les pays qui à $10^h\,23'$ ont l'éclipse d'un doigt, de 2, etc. C'est ainsi qu'on peut tracer sur

un globe ou sur une carte géographique (*fig.* 87) la figure de tous les points qui auront une éclipse centrale, ou qui auront l'éclipse d'un doigt, de deux, etc. Il est bon d'observer que tous ces pays qui dans un instant donné, par exemple, quand la lune est en L, voient l'éclipse d'un doigt, n'ont pas cependant ce qu'on appelle la grandeur de l'éclipse d'un doigt; il faudroit que ce fût la plus grande phase, et celle qu'on trouve par cette opération est seulement la phase qui a lieu pour le moment donné: mais on pourroit trouver le pays pour lequel cette phase est la plus grande, en remarquant le point de la terre qui est le plus éloigné de l'orbite et du point L (*fig.* 77) perpendiculairement à l'orbite vers le nord ou vers le sud (1).

Trouver les Phases d'une Eclipse de Soleil par le moyen des projections.

668. La méthode que je viens d'expliquer pour trouver, par le moyen d'un globe, les pays de la terre qui doivent voir une éclipse de soleil, ne seroit pas assez exacte pour trouver, à une ou deux minutes près, le commencement et la fin de l'éclipse en un lieu quelconque; mais nous y parviendrons aisément au moyen d'une figure de projection et d'une ellipse tracée avec soin. Avant que d'en donner les regles, nous allons tâcher d'en faire comprendre la théorie en expliquant avec plus de soin les principes de la projection orthographique: nous en avons déja fait quelque usage (art. 642 et suiv.), mais nous allons en expliquer ici tous les fondemens et toutes les circonstances. Flamsteed dit que Wren est le premier qui ait connu, vers 1660, la maniere de trouver les phases d'une éclipse sans calculer les parallaxes; il ajoute que Halley, avant son départ pour Sainte-Hélene, en 1666, lui parla de la construction des éclipses, mais en lui cachant la méthode. Cassini s'en occupa; il en répandit l'usage, et il s'est fort étendu depuis un siecle.

669. PROJETER une figure, c'est la rapporter à un autre plan par des lignes tirées de chaque point de la figure à chaque point du plan. On distingue plusieurs sortes de projections; mais la plus simple de toutes est la projection *orthographique* (2),

(1) Pour plus d'exactitude il faudroit chercher le point qui, par un petit mouvement du globe et de la lune dans son orbite, ne changeroit pas de distance à la lune pendant quelques minutes; c'est celui qui a la plus grande phase de la quantité indiquée par le cercle de la pénombre.

(2) Ὀρθὸς, droit; parceque cette projection se fait par des lignes à angles droits.

formée par des lignes perpendiculaires au plan de projection; c'est celle dont on se sert avec un très grand avantage pour les éclipses. Un globe ainsi projeté se réduit à un cercle, comme on peut s'en assurer en recevant l'ombre d'une boule sur un papier situé perpendiculairement à la ligne qui joint le globe et la lumiere.

670. Soit une ligne AB (*fig.* 79), et un plan quelconque PL, différent de cette ligne; si, des extrémités A et B de la ligne donnée, on abaisse sur le plan PL des perpendiculaires A*a*, B*b*, l'espace *ab* qu'elles occuperont sur le plan PL sera la projection orthographique de la ligne AB, et le plan PL; sur lequel on a abaissé ces perpendiculaires, s'appellera le *plan de projection.*

671. La projection orthographique *ab* d'une ligne AB, faite sur un plan de projection PL par les perpendiculaires A*a*, B*b*, est le cosinus de son inclinaison. Car, ayant tiré AC parallele à PL, l'angle BAC est égal à l'inclinaison de la ligne AB sur le plan de projection PL, et AC = *ab* est la projection de la ligne AB; or AB : AC :: R : cos. BAC. Ainsi le rayon est au cosinus de l'inclinaison comme la ligne AB est à sa projection AC. Donc, si l'on prend le rayon pour l'unité, on trouvera que *la projection d'une ligne est égale à cette ligne multipliée par le cosinus de son inclinaison sur le plan de projection.*

672. La projection d'un arc tel que FI est égale à son sinus. Soit la circonférence DFH (*fig.* 80) du demi-cercle dont on demande la projection, situé dans un plan perpendiculaire au plan de projection; toutes les lignes perpendiculaires FC, abaissées de chaque point de la circonférence sur le rayon CH, seront perpendiculaires au plan, et marqueront les projections des mêmes points; le point K sera la projection du point I. Ainsi la ligne CK sera la projection de l'arc FI; mais si C est le centre du cercle, CK égale à IL est le sinus de l'arc FI. Ainsi les sinus des arcs FI seront les projections de ces arcs, si l'on prend leur origine au point F qui répond perpendiculairement au centre C. Cette proposition sera d'un grand usage dans le calcul des éclipses.

673. La projection orthographique d'un cercle incliné est toujours une ellipse. Soit DFH un demi-cercle dont on cherche la projection, DH celui de ses diametres qui est dans le plan de projection, ou parallele à ce plan; si l'on incline ce demi-cercle en le faisant tourner autour du diametre DH, de maniere que toutes les lignes IK fassent avec le plan de projection un angle quelconque, toutes ces lignes auront pour projections

des lignes KG, le point I étant supposé répondre perpendiculairement au-dessus du point G; les lignes KG seront égales chacune à leur correspondante IK, multipliée par le cosinus de l'angle d'inclinaison (671), en sorte que KG sera par-tout à IK comme le cosinus de l'angle d'inclinaison est au rayon: or telle est la propriété d'une ellipse, que toutes ses ordonnées KG soient aux ordonnées IK d'un cercle de même diametre dans un rapport constant; car une ellipse n'est autre chose qu'un cercle dont les ordonnées sont diminuées dans la même proportion, comme le fait voir l'équation du cercle comparée à celle de l'ellipse dans tous les livres de sections coniques.

Ainsi les lignes KG formeront une ellipse HGGD; donc enfin la projection d'un demi-cercle DFH sera la circonférence d'une demi-ellipse DGH, dont le grand axe DH est le même que celui du demi-cercle, et le petit axe plus petit en raison du cosinus de l'inclinaison. Il en seroit absolument de même quand le diametre DH du cercle projeté seroit à une certaine distance au-dessous du plan de projection.

674. Un cercle vu obliquement paroît donc sous la forme d'une ellipse; car on sait qu'une ligne AB (*fig.* 81), vue obliquement du point O, paroît de la même grandeur que la ligne perpendiculaire AC=AB, sin. ABC. Ainsi, dans un cercle CAD (*fig.* 82) vu obliquement, toutes les ordonnées AB, EF, paroissant plus petites dans le même rapport, le cercle paroît une ellipse CGD, dont le petit axe est au grand comme le sinus de l'inclinaison du rayon visuel, ou le cosinus de l'inclinaison sur le plan de projection, est au rayon. Cette proposition revient au même que la précédente; mais il est nécessaire de s'accoutumer à comprendre que le cercle vu obliquement paroît en forme d'ellipse; car on fait un usage fréquent de cette proposition.

675. Les principales lignes de la projection d'une éclipse sont représentées dans la fig. 83; ST est la ligne menée du centre du soleil au centre de la terre, que nous appelons simplement la ligne des centres; IL le diametre d'un cercle qui passe par le centre de la terre perpendiculairement à la ligne des centres et au plan de la figure: c'est le *cercle d'illumination* qui sépare la partie éclairée IDL de la partie obscure LOVI. Nous allons rapporter à ce plan les différentes parties de la projection; et tout ce que nous dirons à ce sujet pourra s'appliquer au plan de projection, lors même que nous le placerons dans la région de la lune (682), parcequ'il sera toujours parallele et égal au cercle d'illumination.

La ligne PO est l'axe de la terre, EQ le diametre de l'équateur, PELOQIP le *méridien universel* (661), c'est-à-dire celui qui passe continuellement par le soleil, et que les différens pays de la terre atteignent successivement par la rotation diurne de notre globe; ED est la déclinaison du soleil ou sa distance à l'équateur. L'arc PI est l'élévation du pole au-dessus du plan de projection: cette hauteur est égale à la déclinaison du soleil; car si des quarts de cercle PE et DI l'on ôte la partie commune PD, on aura PI = DE, qui est la distance du soleil à l'équateur E, ou sa déclinaison. Cette élévation est aussi égale à l'inclinaison de tous les paralleles terrestres par rapport à la ligne des centres ST, et le complément de leur inclinaison par rapport au plan de projection IL.

Ayant pris depuis l'équateur les arcs EG et QF égaux à la latitude d'un lieu de la terre, tel que Paris, la ligne GH, perpendiculaire à l'axe PO, et qui est le cosinus de la latitude EG, sera le rayon du parallele de Paris, ou du cercle que Paris décrit chaque jour par la rotation diurne de la terre; GF sera le diametre du parallele; des points G, F et H, qui sont les extrémités et le centre du parallele de Paris, nous abaisserons des perpendiculaires GM, FR, HN; les points M, R, N, où ces perpendiculaires rencontreront le cercle de projection IL, seront les projections des extrémités et du centre du parallele.

676. La distance TM du centre T de la projection au bord intérieur M de la projection du parallele de Paris est égale au sinus de l'arc GD, ou de la différence entre EG qui est la latitude de Paris, et DE qui est la déclinaison du soleil; la distance TR du centre T de la projection à l'extrémité la plus éloignée R du parallele de Paris est égale au sinus de l'arc DF, ou de VF; cet arc VF est égal à la somme des arcs VQ et QF, dont l'un est égal à la déclinaison du soleil, et l'autre à la latitude de Paris. Ainsi *la distance du centre de la projection au sommet du parallele est égale au sinus de la somme de la latitude du lieu et de la déclinaison du soleil.*

677. La projection du pole P se trouvera en abaissant une perpendiculaire du point P sur la ligne TI; elle marque un point éloigné du centre T d'une quantité égale à TP cos. PTI, ou TP cos. déclin. (671).

678. La distance TN, ou l'espace de la projection compris entre le centre T de la projection et le centre N de celle du parallele, est égale à TH cos. HTN (671). Mais TH est le sinus de la latitude du lieu; HTN est égal à PI ou à DE, c'est-à-dire à

la déclinaison du soleil : donc TN est égale au produit du sinus de la latitude du lieu par le cosinus de la déclinaison du soleil.

679. Le point D de la terre est celui qui a le soleil au zénit; un autre point quelconque E, qui en est éloigné de la quantité DE, a donc le soleil éloigné de son zénit de la même quantité DE: de là il suit qu'une ligne TA, étant prise sur la projection, est le sinus de la distance du soleil au zénit, ou le cosinus de sa hauteur pour le lieu de la terre qui est projeté au point A; c'est-à-dire que la ligne TA, sinus de l'arc DE, en est la projection.

680. Il suit aussi de là que TA exprime la parallaxe de hauteur pour le lieu de la terre qui est projeté en A; car TL, qui est la parallaxe horizontale (646), est le sinus total. Donc TA, qui est le cosinus de la hauteur, sera aussi la parallaxe de hauteur, qui est toujours $= p$ cos. h (592); donc en général *la distance d'un pays de la terre au centre de la projection est égale à la parallaxe de hauteur*, le rayon de la projection étant pris pour la parallaxe horizontale.

681. Le parallele de Paris, ou le cercle dont H est le centre (*fig.* 83) et GF le diametre, étant rapporté ou projeté sur le plan ITL, y devient une ellipse (673); et c'est cette ellipse qu'il est nécessaire de décrire sur le plan, pour y rapporter les phases de l'éclipse; mais auparavant je dois faire observer que l'on peut transporter dans la région de la lune le plan de projection ITL, et que l'ellipse y sera parfaitement la même que sur le plan ITL qui passe par le centre de la terre; en effet, elle sera comprise entre des lignes paralleles à la ligne des centres TDS, et qui s'étendent jusqu'à la lune, où elles forment une projection de la terre égale à la terre elle-même (642), puisque LA (*fig.* 75) est égale à TE.

682. Dans cette projection l'équateur et ses paralleles étant inclinés au plan de projection, ils ne peuvent s'y projeter que sous une forme elliptique (673). C'est l'ellipse de Paris que nous allons décrire; elle est la même sur le plan de projection qui passe par la lune que sur le plan qui passeroit par le centre de la terre, c'est-à-dire sur le plan du cercle d'illumination, puisque ces deux ellipses sont renfermées entre des lignes paralleles. Ainsi tout ce qui vient d'être dit à l'occasion de la fig. 83 (art. 675) aura lieu pour l'ellipse que nous allons décrire sur le cercle de projection qui passe dans l'orbite lunaire.

683. Dans les articles suivans, il ne faut pas oublier que la distance de la lune au point de la projection qui représente un

lieu de la terre marque la distance apparente des centres du soleil et de la lune pour ce lieu-là. Je suppose un point E de la terre (*fig.* 75) projeté en A par un rayon EA; le même lieu E de la terre voit le soleil sur la ligne EA (643): si le centre de la lune est alors au point L de la projection, l'observateur situé en E verra la lune éloignée du soleil de la quantité AL. Ainsi la distance apparente sur le plan de projection entre la lune L et le point A, qui répond au point E de la terre, sera AL. Il faut bien concevoir que le point A étant la projection du lieu E de la terre, c'est au point A de la projection que l'on rapporte le soleil quand on l'observe du point E; ainsi l'on peut indifféremment dire qu'un point A de la projection marque le lieu E de la terre, par exemple, la situation de Paris, ou qu'il marque le lieu du soleil vu de Paris (644).

684. Au moyen des propositions démontrées (675 et suiv.) il est aisé de tracer l'ellipse de projection pour un lieu et pour un jour donné. Soit AOB (*fig.* 85) le cercle d'illumination, ou le cercle de la terre qui est perpendiculaire au rayon du soleil ou à la ligne des centres; il faut supposer le soleil au-dessus de la figure, répondant perpendiculairement au-dessus du centre C de la terre. La ligne OPDC est un diametre du méridien universel dans lequel on suppose le soleil immobile; mais ce diametre est incliné sur l'axe de la terre d'une quantité égale à la déclinaison du soleil. ACB est un diametre de l'équateur perpendiculaire au méridien universel; P est la projection du pole, c'est-à-dire le point du plan de projection sur lequel le pole répond perpendiculairement (677).

On prendra les arcs BL et AK égaux à la latitude du lieu; ensuite KM, KN, LR, LV, égaux à la déclinaison du soleil; on tirera les lignes MER, NFV; l'on aura CE égale au sinus de BR ou de la somme de la latitude du lieu et de la déclinaison de l'astre, et la ligne CF égale au sinus de BV ou AN, c'est-à-dire de la différence des mêmes arcs.

685. Ainsi les points E et F seront les extrémités de la projection du parallele (675); donc l'ellipse qui représente le parallele aura EF pour petit axe; et divisant EF en deux parties égales au point G, l'on aura le centre de l'ellipse; car le centre doit être nécessairement à égales distances des deux extrémités E, F, du petit axe.

686. Il est vrai que le centre G de l'ellipse est différent du point D par lequel passe la ligne KL, égale au diametre du parallele de Paris; mais cela vient de ce que le cercle AOB, sur

lequel nous avons pris les arcs BL et AK égaux à la latitude de Paris, n'est pas un méridien, ou un cercle sur lequel se comptent les latitudes; l'axe est incliné au cercle de projection; le méridien est incliné au cercle AOB; le point de l'axe par lequel passe le parallele de Paris est bien à une distance du centre égale à CD; mais ce point rapporté sur le cercle de projection répond perpendiculairement en G, en sorte que CG est égale à CD multipliée par le cosinus de la déclinaison (677). Ainsi l'opération que nous venons de faire pour trouver le point G est seulement une construction par laquelle on a les grandeurs CE et CF telles que nous avons fait voir qu'elles devoient se trouver, mais où la ligne KDL n'est point employée comme diametre du parallele.

687. Le grand axe de l'ellipse est égal au diametre du parallèle, puisque ce diametre étant parallele au plan de projection ne change pas de grandeur par la projection. Ainsi l'on tirera par le centre G, que nous avons déterminé, une ligne SGX parallele et égale à KL, ou égale au diametre du parallele de Paris; SGX sera le grand axe de l'ellipse qu'il s'agit de décrire.

688. Connoissant le grand axe SX et le petit axe EGF (685) de l'ellipse que nous cherchons, il sera aisé de la décrire, c'est-à-dire d'en trouver tous les points d'heure en heure. On décrira sur le grand axe SX un cercle SHXQ, qui représentera le parallele de Paris, quoique situé dans un plan différent; ce cercle étant divisé en 24 heures aux points marqués 1, 2, 3, etc., on sera sûr que chaque point *g* du parallele paroîtra sur la ligne *ghf*, perpendiculaire au grand axe SX, tirée par chaque point de division; car, quelle que soit l'inclinaison du cercle SHX et l'obliquité sous laquelle il sera vu, pourvu qu'il passe par les points S et X, le point *g* de sa circonférence répondra toujours perpendiculairement au point *h* du grand axe, et l'abscisse G*h* de l'ellipse sera toujours le sinus même de l'arc H*g* du parallele, ou de la distance au méridien.

689. Pour trouver aussi l'ordonnée *bh* de l'ellipse au même point, on remarquera que la ligne *gh* du parallele, étant vue obliquement, doit paroître d'une longueur *bh* plus petite que *gh* dans le même rapport que GE est plus petit que GH, ou le petit axe plus petit que le grand axe; il s'agit donc de diminuer le cosinus *gh* dans ce même rapport.

690. Pour trouver aisément ces cosinus ainsi diminués, ou les perpendiculaires *bh* par le moyen de *gh*, on peut se servir d'un compas de proportion: mais voici une méthode qui n'exige

que la regle et le compas. On décrira du centre G un autre cercle EYF sur le petit axe ; on le divisera comme le cercle HXQ en 24 parties, si l'on se contente de 24 heures, ou en 48, si l'on veut avoir une ellipse divisée en demi-heures. Par les points de division du grand cercle on tirera des lignes *gbh* paralleles au petit axe, et par les points de divisions du petit cercle, qui correspondent aux mêmes heures, on tirera des lignes comme *ab* paralleles au grand axe ; celles-ci, étant prolongées, iront rencontrer les premieres dans des points tels que *b*, qui formeront l'ellipse que l'on cherche. Par exemple, la seconde ligne parallele au petit axe, et qui va du point 30 ou *g* au point *f*, coupe la seconde ligne *ab*, tirée également à 30° du point E parallèlement au grand axe GX dans le point *b* : ce point est celui de l'ellipse, qui est à deux heures du méridien, puisque *bh* est le cosinus de 30° dans le petit cercle, ou le cosinus *gh* diminué dans le rapport des axes HG et EG. Le point correspondant *c* à gauche marque deux heures après midi. C'est ainsi qu'on a pour chaque heure la projection du parallele de Paris, et la situation de Paris sur le cercle de projection à toutes les heures du jour.

691. On voit dans la figure 88 une ellipse tracée par la méthode précédente pour Paris et pour 26° de déclinaison, mais dans laquelle on a supprimé toutes les lignes qui ont servi à la décrire. La partie inférieure de l'ellipse a lieu quand la déclinaison est septentrionale ; car alors la partie éclairée du parallele (telle que CB ou GH dans la figure 83) paroît la plus méridionale par rapport au soleil S ou au rayon solaire ST. Mais, soit qu'on se serve de la partie supérieure ou de la partie inférieure de l'ellipse, il faut toujours considérer Paris ou le lieu de l'observateur comme allant vers la gauche, c'est-à-dire à l'orient, dans la partie visible du parallele, ou dans la partie qui est tournée vers le soleil ; c'est aussi la trace du soleil ou de l'étoile vue de Paris.

La partie droite ou occidentale de l'ellipse (*fig.* 88) sert pour les heures du matin dans les éclipses de soleil ; mais si c'est une éclipse d'étoile fixe, cette partie sert avant le passage de l'étoile au méridien, puisque le mouvement de la terre se fait vers l'orient, soit sur la terre, soit sur la projection qui en est l'image : on marque 0^h ou 12^h aux sommets du petit axe lorsqu'il s'agit du soleil ; mais l'on y marque l'heure du passage de l'étoile au méridien lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune.

692. On voit dans la *fig.* 89, *planc. XII*, les diametres des ellipses qu'on trouveroit pour différentes déclinaisons en employant le même rayon de projection ; on y voit aussi à quelle distance passeroient toutes ces ellipses du sommet S de la projection, c'est-à-dire la valeur de SV. J'ai marqué au milieu de l'ellipse les lieux des centres de ces différentes ellipses ; chacun pourra les tracer toutes sur autant de cartons différens, pour calculer les éclipses de toutes les étoiles par la lune sous la latitude de Paris.

693. La situation du cercle de latitude par rapport au cercle de déclinaison CG (*fig.* 84) peut se trouver par le moyen du calcul de l'angle de position (303); mais, pour abréger autant qu'il est possible l'opération graphique dont nous allons parler, on peut se servir de la méthode suivante. Je suppose que FGH soit un arc du cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique, c'est-à-dire que du point G où se termine CG mérid. de la projection on ait pris les arcs GF et GH, chacun de 23° 28′; sur la tangente GX ou GV et du centre G l'on décrira un cercle XMV, qu'on divisera en 12 signes, comme l'écliptique, en commençant au point X du côté de l'occident, où l'on marquera 0^s de longitude, et continuant de X en M, V, B. L'on prendra sur ce cercle un arc XM égal à la longitude du soleil; on abaissera sur le diametre VX la perpendiculaire MN; et le point N de la tangente GNX où passera cette perpendiculaire MN sera le point où l'on devra tirer le cercle de latitude CN.

En effet GN est le cosinus de l'arc XM ou de la longitude du soleil pour le rayon GX; donc GX : R :: GN : cos. long. ☉; c'est-à-dire GN = GV cos. longit.: mais par la construction GX = tang. 23° ½ pour le rayon, que nous supposons égal à l'unité, c'est-à-dire CG ou CH ; donc GN ou la tangente de l'angle GCN = tang. 23° ½ cos. long. Cela revient à la proportion de trigonométrie sphérique par laquelle on trouve l'angle de position quand on connoît la longitude du soleil et l'*obliquité* de l'écliptique : le rayon est au *cosinus* de l'hypoténuse ou de la longitude du soleil comme la tangente de l'angle qui est l'obliquité de l'écliptique est à la cotangente de l'autre angle, ou à la tangente de l'angle de position. Donc l'angle NCG est celui que doit former le cercle de latitude CN avec le méridien CG.

694. On peut aussi faire servir cette construction pour les étoiles que la lune rencontre. Il est vrai qu'alors on suppose

nulle la latitude de l'étoile : mais l'erreur est insensible ; car la latitude de la lune ne va pas à 6° ; il n'y a pas $\frac{1}{180}$ d'erreur à craindre, ce qui ne fait pas 8′ sur l'arc GF : or 8′ sont insensibles même sur une figure d'un pied de rayon, telle que j'ai coutume de l'employer. J'ai marqué sur la circonférence de la figure 88 les points où il faut tirer le cercle de latitude pour différentes étoiles, telles que γ ♍, c'est-à-dire l'étoile γ de la constellation de la vierge, etc. On voit que toutes celles dont la longitude est dans le premier ou le dernier quart de l'écliptique, c'est-à-dire dans les signes ascendans, sont à la droite ou à l'occident du méridien CS, les autres sont à la gauche ; parceque dans la figure 84 les trois premiers et les trois derniers signes de longitude sont à l'occident du point G ; cela est aisé à appercevoir sur un globe : la direction de l'écliptique tend à l'orient dans tous les cas ; si en même tems elle se rapproche du nord, la perpendiculaire doit décliner du côté opposé à la direction de l'écliptique, c'est-à-dire à l'occident, quand on la considere du côté du nord.

Trouver les Phases d'une Eclipse de Soleil ou d'Etoile avec la regle et le compas.

695. Les constructions précédentes suffisent pour faire trouver avec l'exactitude d'une minute de tems le commencement et la fin d'une éclipse sans calculer les parallaxes. On voit dans la figure 88 un demi-cercle d'environ 5½ pouces de rayon, qui représente la projection de la terre dans l'orbe de la lune (649) ; le rayon CR est divisé en autant de minutes qu'en contient la parallaxe ; le diametre TR est parallele à l'équateur ; CS est une portion du méridien universel ou du cercle de déclinaison qui passe par le soleil ou par l'étoile ; CK est la distance du centre de projection au centre de l'ellipse, trouvée ci-dessus (678) ; KF est le demi-axe de l'ellipse (687), égal au cosinus de la latitude du lieu pour lequel on calcule une éclipse, par exemple de Paris. La ligne KV ou KQ est la moitié du petit axe de l'ellipse, qui est au grand axe comme le sinus de la déclinaison de l'astre est au rayon (674). Cette ellipse dans la figure 88 représente le parallele de Paris, ou la trace décrite sur le plan de projection par le rayon mené de Paris à l'étoile *antarès*, dont la déclinaison est de 26°.

696. La partie supérieure FVH de l'ellipse est l'arc diurne, ou

celui dont on doit faire usage quand la déclinaison est méridionale ; la partie inférieure FQH est celle qui sert pour les déclinaisons septentrionales (691).

697. Le cercle de latitude est représenté par CL (693). La latitude de la lune au moment de la conjonction étant prise sur les divisions de la ligne CR, qui sert d'échelle, et portée de C en L sur le cercle de latitude, le point L est celui où doit passer l'orbite de la lune en lui donnant l'inclinaison convenable. Pour cet effet on tirera par le point L de la conjonction une ligne LM perpendiculaire au cercle de latitude ; on prendra sur l'échelle CR la quantité du mouvement horaire de la lune en longitude, moins celui du soleil, si c'est une éclipse de soleil, ou le mouvement horaire multiplié par le cosinus de la latitude de l'étoile ; si c'est une éclipse d'étoile (531), on portera ce mouvement de L en M ; on prendra aussi le mouvement horaire en latitude, on le portera de M en N parallèlement au cercle de latitude, au midi du point M, si la lune se rapproche du nord comme dans la figure ; ce seroit au nord, si la lune s'approchoit du midi, c'est-à-dire si la latitude étoit australe croissante ou boréale décroissante. Par les points N et L on tirera l'orbite relative INL ; on marquera au point L l'heure et la minute de la conjonction ; on marquera en N une heure de moins ; l'on divisera NL en 60' de tems, et l'on portera les mêmes divisions à gauche du point L pour avoir la situation de la lune de 5 en 5 minutes, une heure avant la conjonction, et une heure après, ou même davantage.

698. On marquera sur l'ellipse les heures du soleil ou de l'étoile qui répondent aux divisions qu'on a trouvées (690), en prenant la partie inférieure de l'ellipse si le soleil ou l'étoile déclinent du côté du pole élevé (691). Quand il s'agit d'une éclipse d'étoile, c'est l'heure du passage au méridien que l'on écrit sur le méridien en V ou en Q (691).

699. On prendra sur les divisions de CR la somme des demi-diametres du soleil et de la lune, ou le demi-diametre seul de la lune, s'il s'agit d'une éclipse d'étoile. Le compas étant ouvert de cette quantité, on verra si le moment de la conjonction marqué en L, et la même minute de tems prise sur les divisions de l'ellipse, sont éloignés entre eux de cette quantité des demi-diametres. Si cela arrivoit, le tems de la conjonction seroit aussi le tems du commencement ou de la fin de l'éclipse ; ce seroit le commencement si le point trouvé sur le parallele étoit à l'orient du point L ; ce seroit la fin si le point de l'ellipse marqué de la

même

même heure que le point L étoit à l'occident ou à la droite du point L.

700. Si cette distance des points correspondans sur l'ellipse et sur l'orbite de la lune n'est pas égale à la somme des demi-diametres, on placera le compas à la droite ou à la gauche du point L sur l'orbite de la lune, et on le fera varier jusqu'à ce qu'un point I sur l'orbite, et un point A de l'ellipse, marqués du même nombre d'heures et de minutes, soient éloignés de la quantité des demi-diametres, ou que la pointe gauche trouve un point A de l'ellipse marqué du même nombre de minutes que le point I de l'orbite où est la branche droite : alors on sera sûr que ce moment est celui du commencement de l'éclipse ; car on a vu que l'éclipse commence pour Paris quand la distance entre le point de la projection où Paris voit le soleil, c'est-à-dire auquel Paris répond, et celui où se trouve la lune au même instant, est égale à la somme des demi-diametres du soleil et de la lune (646).

701. La lune avance vers l'orient dans son orbite de I en E, et Paris avance sur son parallele de A en B : mais beaucoup plus lentement, puisqu'il faut 12 heures pour décrire la demi ellipse du parallele de Paris, tandis que la lune, en deux heures de tems ou environ, fait dans son orbite un chemin aussi considérable : ainsi la lune arrivera de l'autre côté ou à l'orient de Paris, et se trouvera en E lorsque Paris ne sera arrivé qu'en B ; ils seront encore une fois à la même distance l'un de l'autre, c'est-à-dire à une distance BE, égale aux demi-diametres ; la lune abandonnant le soleil ou l'étoile ; et quand on aura trouvé deux points B et E marqués de la même minute, on sera sûr d'avoir la fin de l'éclipse.

702. Le milieu de l'éclipse est à-peu-près le milieu de l'intervalle de tems écoulé entre le commencement et la fin : ainsi l'on cherchera la minute ou le point D qui tient le milieu entre ces momens marqués en I et en E, et la minute ou le point G qui tient aussi le milieu entre A et B. La distance de ces deux points D et G, dont l'un est sur l'orbite, l'autre sur le parallele de Paris, donnera la plus courte distance des centres de la lune et du soleil ou de l'étoile, c'est-à-dire leur distance dans le milieu de l'éclipse.

703. Cette distance, étant portée avec le compas sur les divisions du rayon GR, se trouvera exprimée en minutes de degré. Si le point D de l'orbite est au-dessous ou au midi du point G du parallele, ce sera une preuve que la lune passe au midi du soleil ou de l'étoile.

704. Quand on a la plus courte distance GD des centres du soleil et de la lune, et qu'on en veut conclure la grandeur de l'éclipse en doigts (628) ou en douziemes du diametre du soleil, il faut retrancher cette distance de la somme des demi-diametres, et porter le reste sur le diametre du soleil, divisé en 12 parties ou 12 doigts; l'on y verra la partie éclipsée du soleil en doigts et fractions de doigts.

705. Lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile on suit le même procédé que pour les éclipses de soleil : voici les seules différences; 1°. CL est la différence entre la latitude de la lune et celle de l'étoile; 2°. LN est le mouvement horaire de la lune seule, puisque l'étoile n'a aucun mouvement propre; 3°. sur les points V ou Q de l'ellipse on marque l'heure du passage au méridien, ou, plus exactement, la différence entre son ascension droite en tems et celle du soleil pour l'heure de l'éclipse; 4°. l'on prend la distance IA égale au seul demi-diametre de la lune.

706. Exemple. Le 7 avril 1749 antarès fut en conjonction avec la lune à $2^h\ 22'$ du matin; la parallaxe de la lune étoit alors de $57' \frac{1}{4}$, son mouvement horaire $33'\ 12''$ en longitude dans la région de l'étoile (531), et $1'\ 56''$ en latitude décroissante; la latitude au moment de la conjonction étoit de $3°\ 45'\ 22''$, celle de l'étoile étoit de $4°\ 32'\ 12''$; ainsi la lune étoit réellement au nord de l'étoile de $46'\ 50''$, vue du centre de la terre qui est supposé répondre au centre C de la projection.

Je commence par tirer l'axe de l'écliptique, ou le cercle de latitude CL, au point qui convient à la longitude d'antarès $8^s\ 6°\ 16'$ (693), ou $10°\ 15'$ à gauche; je prends sur la ligne CR (*fig.* 88) la différence de latitude $46'\ 50''$, et je la porte de C en L sur le cercle de latitude; au point L je tire la perpendiculaire LM.

Je prends sur CR le mouvement horaire $33' \frac{1}{5}$, et je le porte de L en M sur la perpendiculaire au cercle de latitude; je porte aussi $2'$ mouvement en latitude au-dessous du point M, parce que la lune s'avançoit de $2'$ par heure vers le nord, et que le nord est en haut de la figure; le point N marque ainsi le lieu de la lune une heure avant la conjonction, ou à $1^h\ 22'$ du matin; ayant écrit en L le moment de la conjonction $2^h\ 22'$, je marque en N $1^h\ 22'$, et divisant l'intervalle LN en 60 parties, je marque la situation de la lune de cinq en cinq minutes, comme on le voit dans la figure 88 depuis $0^h\ 20'$ jusqu'à 3^h du matin.

707. L'heure du passage d'antarès au méridien de Paris est 3^h 11' (360); je la marque au sommet V de l'ellipse, et je marque 2^h 11', 1^h 11', etc. sur les autres divisions de l'ellipse; je subdivise les intervalles de 10 en 10', du moins dans les heures où il paroît que l'éclipse peut arriver, c'est-à-dire qui approchent de l'heure de la conjonction.

Je prends sur l'échelle le demi diametre de la lune égal à CH; cette ouverture de compas étant promenée sur l'orbite de la lune et sur l'ellipse, je vois qu'une des deux pointes étant en X sur 0^h 30' et l'autre sur l'ellipse vers M au point marqué aussi 0^h 30', elles sont beaucoup plus éloignées que d'un demi-diametre de la lune; mais en prenant cette ouverture CH et l'une des pointes étant en I sur 1^h 1', l'autre tombe en A sur l'ellipse, et y rencontre aussi 1^h 1': ainsi la lune étant en I à 1^h 1', et la projection de Paris ou le lieu apparent de l'étoile étant alors en A, il doit se faire une éclipse (700).

Je promene la même ouverture de compas de l'autre côté en avançant vers l'orient, et je trouve qu'une des pointes étant en E sur 2^h 11', l'autre pointe tombe aussi à 2^h 11' sur l'ellipse en B; c'est le moment de l'émersion: la lune a donc parcouru la portion IE de son orbite depuis le moment de l'immersion jusqu'à celui de l'émersion, et le lieu apparent de l'étoile sur la projection a changé de la quantité AB. C'est vers le milieu de cet intervalle, la lune étant en D et l'étoile en G, qu'est arrivée la plus courte distance: on s'en assurera en mesurant la distance de minute en minute; car l'on verra qu'aux environs de 1^h 36', elle cesse de diminuer, après quoi elle augmente; cette plus courte distance DG, étant portée sur l'échelle CR de la parallaxe, se trouvera de 6'; ce qui m'apprend que le centre de la lune a passé 6' au midi de l'étoile au tems de la plus courte distance. Si c'est une éclipse de soleil, on prend la somme des demi-diametres du soleil et de la lune pour la porter sur les divisions de l'orbite et de l'ellipse de I en A et de E en B.

Méthode pour calculer une Eclipse de Soleil.

708. Il seroit facile de réduire au calcul les opérations graphiques dont on vient de voir l'explication; mais on a encore d'autres méthodes pour calculer rigoureusement les phases d'une éclipse de soleil ou d'étoile; on en peut voir le détail dans mon *Astronomie*: je vais donner une idée de celle que j'ai adoptée et perfectionnée, et que j'appelle la méthode des angles parallactiques.

Soit S le soleil (*fig.* 86) ou l'étoile dont on calcule l'éclipse; ZCSD son vertical, PBSE le cercle de latitude tiré du pole de l'écliptique par le soleil, OS le cercle de déclinaison tiré du pole de l'équateur. Connoissant la déclinaison du soleil et l'heure pour laquelle on veut calculer la distance apparente des centres, l'état ou la phase de l'éclipse, on cherchera la hauteur du soleil (367) et l'angle OSZ formé par le vertical et le cercle de déclinaison (368); on en retranchera l'angle de position OSP (309) formé au centre du soleil par le cercle de déclinaison et le cercle de latitude; on l'ajoutera si le pole de l'écliptique est situé de l'autre côté du point O, ce qui peut s'appercevoir aisément avec un globe que l'on auroit placé convenablement pour le jour et l'heure du calcul (181); on aura l'*angle parallactique* formé par le vertical et le cercle de latitude.

709. Connoissant par les tables l'heure de la conjonction et le mouvement horaire, on a pour le même instant la longitude vraie de la lune et celle du soleil ou de l'étoile; on a leur différence, qu'il faut multiplier par le cosinus de la latitude de la lune (531), et qui dans cet état est représentée par la ligne AB, parallele à l'écliptique, ou perpendiculaire au cercle de latitude. On connoît aussi la latitude vraie de la lune pour le même instant; c'est l'arc SB du cercle de latitude compris entre le soleil et le point B, auquel la lune A répond perpendiculairement. Dans le triangle ABS, rectangle en B, on connoît les deux côtés AB et BS; on cherchera par la trigonométrie rectiligne l'angle de conjonction ASB, et la ligne AS qui est la vraie distance de la lune au soleil. On retranchera l'angle parallactique PSC de l'angle de conjonction ASB, ou bien on prendra leur somme si le point A est situé de l'autre côté de BS, et l'on aura l'angle d'azimut ASC: connoissant cet angle avec l'hypoténuse AS, on cherchera SC, qui est la différence de hauteur entre le soleil et la lune, et AC, qui est leur vraie différence d'azimut. Cette différence de hauteur étant ajoutée avec la hauteur du soleil (ou retranchée si le point C est plus bas que S), donnera la hauteur vraie de la lune. Connoissant la parallaxe horizontale, on calculera la parallaxe de hauteur (592), qui est l'arc AL du vertical de la lune. Cette parallaxe, retranchée de la hauteur vraie, donnera la hauteur apparente (1). La différence entre cette hauteur apparente et celle du soleil donnera l'arc SD du vertical, qui désignera la ligne horizontale DL, sur

(1) Pour plus d'exactitude, on recommencera le calcul avec cette hauteur apparente pour avoir la parallaxe plus exactement.

laquelle doit se trouver le lieu apparent L de la lune. La différence apparente d'azimut DL est un peu plus grande que la différence vraie CA; mais la différence ne va jamais qu'à 30″; on peut la trouver facilement, puisque CA est à DL comme le sinus de la distance vraie au zénit ou de la distance du point C est au sinus de la distance apparente, ou de la distance du point D au zénit Z, suivant une des regles les plus simples de la trigonométrie sphérique. Connoissant par ce moyen DL avec DS, on résoudra le triangle DSL, et l'on trouvera l'hypoténuse SL, qui est la distance apparente des centres du soleil et de la lune.

710. Si cette distance est égale à la somme des demi-diametres apparens du soleil et de la lune (ou de la lune seule, s'il s'agit d'une éclipse d'étoile); c'est une preuve que les deux bords se touchent, et que l'éclipse commence ou bien qu'elle finit: si cette distance est plus petite, par exemple, de 5′, on est assuré que la lune anticipe sur le soleil de 5′, ou qu'il y a 5′ d'éclipse.

En abaissant une perpendiculaire LE du lieu apparent L de la lune sur le cercle de latitude BSE, on a la latitude apparente de la lune SE, et la différence de longitude apparente EL. Ainsi la quantité BE est la *parallaxe de latitude*, et la différence entre AB et LE est la *parallaxe de longitude*, en supposant que le point L et le point A soient l'un et l'autre du même côté du cercle de latitude BSE.

711. Quand on a fait le même calcul pour deux instans différens, vers le commencement et vers la fin de l'éclipse, on a deux latitudes apparentes, comme SE, et deux différences de longitudes, comme EL, entre la lune et le soleil ou l'étoile; on pourra tracer *l'orbite apparente* FL (*fig.* 90), affectée par la parallaxe, et calculer les phases comme nous avons calculé celles d'une éclipse de lune et de l'éclipse générale de soleil, en traçant l'orbite relative (620). Nous nous servirons bientôt d'une orbite apparente ainsi tracée (717) pour faire usage de l'observation d'une éclipse.

Usage des Eclipses pour trouver les longitudes géographiques.

712. La méthode la plus exacte, la plus directe et la plus sure que nous ayons pour connoître les longitudes des lieux de la terre (47), ou les différences des méridiens (51, 54), est celle des éclipses de soleil ou d'étoiles: le seul inconvénient de

cette méthode est la longueur des calculs qu'elle exige; mais cela n'empêche pas que l'on n'en fasse un usage continuel pour le progrès de la géographie, sur-tout depuis 1760, que j'en donnai l'exemple, et que je simplifiai la méthode (1).

713. Lorsqu'on a observé le commencement et la fin d'une éclipse de soleil, l'immersion et l'émersion d'une étoile cachée par la lune ou celle d'une planete, il faut en déduire le tems de la conjonction vraie; et quand on a le tems de la même conjonction pour chacun des deux pays, la différence des tems est évidemment celle des méridiens; car le moment unique de la vraie conjonction ne peut différer dans les deux endroits qu'à raison de ce qu'on compte plus ou moins dans l'un que dans l'autre. (*Képler*, *Astron. pars optica*, 395).

714. Soit S (*fig.* 90) le soleil ou l'étoile dont on a observé l'éclipse; L la situation apparente du centre de la lune au commencement de l'éclipse; F le lieu apparent du centre de la lune à la fin ou au moment de l'émersion, calculé sur les tables en suivant la méthode des art. 708 *et suiv.;* LF le mouvement apparent de la lune dans l'intervalle de la durée de l'éclipse; SH le cercle de latitude qui passe par l'étoile; GHI un arc de l'écliptique, si S est une étoile, ou DE, si c'est le soleil; DSE une ligne perpendiculaire à SH, passant par l'étoile et sensiblement parallele à l'écliptique. Supposons encore FA parallele à DE, l'on aura le mouvement apparent en latitude AL, et le mouvement apparent en longitude FA sur un arc de grand cercle; cet arc se confond sensiblement avec le parallele à l'écliptique, mais il est plus petit de quelques secondes que l'arc GI de l'écliptique (531); ce mouvement apparent est la premiere chose qu'il s'agit de trouver.

715. On connoît par les tables les longitudes et les latitudes vraies de la lune et de l'astre éclipsé; on calcule pour les mêmes instans la différence des parallaxes en longitude et en latitude (710); on ajoute chaque parallaxe à la différence de longitude vraie, ou bien on la retranche suivant que le lieu apparent de la lune est plus ou moins avancé que le lieu vrai, et l'on a les différences de longitudes apparentes ou affectées de la parallaxe, qui donnent le mouvement relatif apparent DE ou FA de la lune par rapport à l'astre éclipsé.

(1) A cette époque l'académie, fondée depuis 94 ans, avoit publié beaucoup d'observations d'éclipses; mais elles restoient presque toutes inutiles à cause de la difficulté des calculs et du peu de personnes qui s'occupoient d'astronomie.

716. On applique de même la différence des parallaxes en latitude pour chacun des deux instans à la différence de latitude vraie calculée par les tables, et l'on a les deux différences de latitudes apparentes EL, DF, au commencement et à la fin de l'éclipse; la différence de ces latitudes apparentes (ou leur somme si l'une étoit australe et l'autre boréale) est le mouvement apparent de la lune en latitude AL.

717. Dans le triangle FAL, rectangle en A, l'on connoît les deux côtés FA et AL : on trouvera l'angle LFA, et l'hyppoténuse FL, c'est-à-dire l'inclinaison de *l'orbite apparente*, et le mouvement apparent en ligne droite sur l'orbite apparente de la lune relativement à l'astre S, qui est toujours supposé immobile pendant la durée de l'éclipse.

718. Dans le triangle LSF, on connoît trois côtés, le mouvement apparent FL en ligne droite, la somme des demi-diametres de la lune et de l'astre éclipsé, celui de la lune étant augmenté à raison de sa hauteur sur l'horizon (583); la somme des demi-diametres pour le commencement est SL, pour la fin c'est SF : on cherchera les angles SLF et SFL en faisant d'abord l'analogie ordinaire de la trigonométrie rectiligne, qui donne les deux segmens FB, BL.

719. Quand on aura les deux segmens, on trouvera les angles comme BLS, BFS : l'un de ces angles ajouté avec celui de l'inclinaison apparente LFA, et l'autre retranché, donneront les complémens des angles de conjonction apparente, c'est-à-dire les angles DSF, LSE.

Le rayon est à la somme des demi-diametres apparens SF, qui répond à la plus grande latitude, comme le cosinus de l'angle DSF est à SD; différence de latitude apparente pour celle de deux observations qui répond à la plus grande des deux latitudes apparentes de la lune, c'est-à-dire à DF. Cette différence observée, étant comparée à celle qu'on avoit calculée, donnera l'erreur des tables en longitude.

720. La parallaxe de longitude, étant appliquée à la différence de longitude apparente, donnera la différence de la longitude vraie, qu'il faudra diviser par le cosinus de la latitude vraie pour l'avoir sur l'écliptique (531). Cette différence de longitude vraie entre la lune et l'étoile S, convertie en tems à raison du mouvement horaire sur l'écliptique, fera trouver l'heure de la conjonction vraie pour le lieu de l'observation.

721. L'on fera le même calcul pour l'observation faite dans un autre pays, et l'on aura pour ce nouveau méridien l'heure de

la conjonction vraie; elle différera de la premiere d'une quantité qui sera la différence des méridiens entre les deux pays où les observations ont été faites.

722. Les étoiles dont on observe les immersions paroissent souvent pendant quelques secondes être entièrement sur le disque de la lune. Il est probable que cette apparence est occasionnée par l'irradiation ou le débordement de lumiere de la lune; tous les corps lumineux sont ainsi bordés et comme enflés par la lumiere qui les environne.

723. L'atmosphere de la lune produit un autre phénomene, suivant du Séjour (*Mém.* 1767), c'est une INFLEXION de 2 ou 3″ égale au double de la réfraction horizontale qui lui paroît avoir lieu dans l'atmosphere de la lune. Il m'a paru qu'il suffisoit de diminuer le demi-diametre de la lune d'une seconde, en même tems qu'on diminue celui du soleil de 3″ à cause de l'irradiation : la circonstance la plus favorable pour bien constater cette inflexion seroit celle d'une éclipse qui seroit totale pour les pays où la lune seroit fort élevée sur l'horizon, et annulaire dans les pays où la lune seroit le plus basse; telle dut être l'éclipse du 23 septembre 1699.

724. Les éclipses des planetes par la lune se calculent de la même maniere que les éclipses de soleil ou d'étoiles, pourvu qu'on ait égard à leurs mouvemens en longitude et en latitude, qui augmente ou qui diminue celui de la lune, et qui influe sur la situation de l'orbite relative.

725. Les planetes sont quelquefois assez proche l'une de l'autre pour s'éclipser mutuellement : mars parut éclipser jupiter le 9 janvier 1591, et il fut éclipsé par vénus le 3 octobre 1590, (*Képler, Astron. pars optica*, *page* 305); mercure fut caché par vénus le 17 mai 1737 (*Philos. Transact.* n° 450). On trouve aussi dans les ouvrages des astronomes plusieurs exemples des occultations d'étoiles par les planetes; saturne couvrit l'étoile *o* de la sixieme grandeur, qui est à la corne australe du taureau, le 7 janvier 1679, suivant Kirch (*Miscell. berolinensia*).

Des Passages de Vénus et de Mercure sur le Soleil.

726. VÉNUS et mercure, qui tournent autour du soleil à une moindre distance que la terre (393), se trouvent entre nous et le soleil à chaque révolution synodique; et si ces planetes n'ont alors que peu de latitude, on voit sur le soleil une tache

noire et ronde, dont la largeur paroît occuper environ la trentieme partie de celle du soleil, si c'est vénus, et seulement la 150ᵉ partie, si c'est mercure.

Képler crut avoir apperçu mercure sur le soleil à la vue simple le 28 mai 1607; mais il reconnut ensuite que ce ne pouvoit être qu'une tache du soleil (936); car mercure n'a que 12″ de diametre, et il est impossible qu'on l'ait jamais distingué sur le soleil avant la découverte des lunettes; c'est tout ce que l'on pouvoit faire en 1761 que d'y appercevoir vénus qui avoit alors 58″ de diametre.

727. Ces passages n'arrivent que lorsque vénus et mercure dans leur conjonction inférieure n'ont pas une latitude plus grande que le demi-diametre du soleil, c'est-à-dire, lorsque la conjonction arrive fort près du nœud, tout au plus à la distance de 1° ¾ pour vénus.

728. Ces passages sont importans; ils fournissent un moyen de déterminer exactement le lieu du nœud de mercure ou de vénus (736); ils donnent la longitude héliocentrique indépendamment de la situation de la terre, puisque la conjonction de la planete avec le soleil prouve que la longitude de la planete vue du soleil est la même que la longitude de la terre. Mais les passages de vénus ont sur-tout l'avantage singulier de pouvoir faire connoître exactement la parallaxe du soleil (735), d'où dépendent les distances de toutes les planetes entre elles et par rapport à nous (595); c'est ce qui leur a donné une si grande célébrité, et qui a fait écrire tant de mémoires et entreprendre tant de voyages pour les observer en 1761 et 1769.

729. Il y a dans les passages de vénus trois choses qui concourent à donner de l'avantage et du mérite à ces sortes d'observations; 1°. la grande précision avec laquelle on observe le contact de deux objets, dont l'un est obscur et placé sur celui qui est lumineux; il n'y a dans l'astronomie que ce seul cas où l'on puisse observer un angle de distance à un dixieme de seconde près; 2°. le rapport connu de la parallaxe de vénus au soleil avec celles de toutes les autres planetes; 3°. la grandeur de cette parallaxe, qui produit plus d'un quart d'heure de différence entre les observations de différens pays, et qui est plus que double de celle du soleil.

730. Képler fut le premier qui, en 1627, après avoir dressé sur les observations de Tycho ses tables rudolphines, osa marquer les tems où vénus et mercure passeroient devant le soleil: il annonça un passage de mercure pour 1631; et deux passages de

vénus, l'un pour 1631, et l'autre pour 1761, dans un avertissement aux astronomes, publié à Leipsick en 1629 : Képler n'avoit pas pu donner à ses tables un degré de perfection assez grand pour prédire d'une maniere bien exacte ces phénomenes qui tiennent à des quantités fort petites; le passage de vénus qu'il annonçoit pour 1631 arriva la nuit, et Gassendi la chercha inutilement. Mais il y eut, en 1639, un passage de vénus que Képler n'avoit point annoncé, et qui fut observé en Angleterre. Képler mourut en 1631, quelques jours avant le passage de vénus qu'il avoit annoncé; celui de mercure fut observé comme il l'avoit prédit.

731. Examinons d'abord pourquoi les passages de mercure et sur-tout ceux de vénus sur le soleil sont si rares; vénus revient toujours à sa conjonction inférieure au bout d'un an et 219 jours (455): il sembleroit donc qu'à chaque conjonction vénus devroit paroître sur le soleil, étant placée entre le soleil et nous; mais il en est de ces éclipses comme des éclipses de lune (600), il ne suffit pas que vénus soit en conjonction avec le soleil, il faut qu'elle soit vers son nœud, et que sa latitude vue de la terre n'excede pas le demi-diametre du soleil, c'est-à-dire environ 16'. Soit S le centre du soleil (*fig.* 91), SN l'écliptique, ORN l'orbite de vénus au moment où elle répond perpendiculairement au point S de l'écliptique où est le soleil; SV est la latitude géocentrique de vénus; si cette latitude, ou plutôt la perpendiculaire SM, est plus petite que le rayon SA du soleil, il est évident que vénus paroîtra sur le disque OAR du soleil; il en est de même de mercure.

732. Lorsqu'on connoît la révolution synodique moyenne de mercure ou le retour de ses conjonctions au soleil, qui est de 115ʲ 21ʰ 3′ 34″ (455, 1100), et sa longitude pour une certaine époque (514), on peut trouver toutes les conjonctions inférieures de mercure au soleil : on choisit celles qui arrivent quand le soleil est près du nœud de mercure, c'est-à-dire vers le commencement de mai et de novembre; juin et décembre si c'est vénus: en les calculant avec soin par les tables du soleil et de mercure ou de vénus qui sont dans mon *Astronomie*, on voit bientôt si la latitude géocentrique au moment de la conjonction vraie n'excede pas le demi-diametre du soleil, et si la planete peut paroître sur le disque du soleil. C'est ainsi que Halley calcula, en 1691, 29 passages de mercure sur le soleil, qui sont rapportés dans les Transactions philosophiques. Il y employoit des périodes de 6 ans, de 7, de 13, 33, de 46, 217,

263, qui ramenent les passages de mercure sur le soleil au même nœud, et qui suffisent pour indiquer les années où il peut y en avoir. Depuis ce tems-là j'en ai fait une table jusqu'à 1900: les premiers seront ceux de 1799, 1802, 1815, 1822: 1832, 1835, 1845, 1848, etc.

Halley avoit fait la même chose pour les passages de vénus; il y reconnut des périodes de 8 ans, de 235 et de 243, qui ramenent les passages de vénus sur le soleil, et il calcula 17 passages de vénus depuis l'an 918 jusqu'à l'année 2119. Je les ai étendus jusqu'à l'an 3000.

733. La premiere observation que l'on ait eue d'un semblable phénomene est le passage de mercure observé à Paris par Gassendi le 7 novembre 1631 au matin. Depuis ce tems-là on en a observé 15 autres, y compris celui du 5 novembre 1789.

734. Vénus fut observée sur le soleil en 1639; elle l'a été surtout en 1761 et 1769; elle y passera encore en 1874, 1882, 2004, 2012, etc. Le passage de vénus, observé en 1769, est une des observations les plus importantes que les astronomes aient jamais faites, par la connoissance qu'elle nous a donnée de la véritable parallaxe du soleil: ce fut Halley qui fit cette remarque intéressante en 1677. Si la parallaxe qui abaisse les astres fait paroître vénus le long de la ligne BC au lieu de l'orbite OR, elle décrira sur le soleil une corde moins longue, et la durée de son passage sera moindre. Ainsi la durée observée peut nous faire juger de la parallaxe de vénus. Aussi nous attendions avec impatience les passages de vénus annoncés pour 1761 et pour 1769: la plupart des gouvernemens et des académies de l'Europe s'empresserent de procurer des voyages dans des lieux éloignés pour que l'effet de la parallaxe fût plus considérable; et ces voyages ont réussi, sur-tout en 1769, de maniere à ne laisser presque rien à desirer.

La société de Londres envoya des observateurs au fort du prince de Galles, sur la baie d'Hudson, et à l'isle de Taïti, dans le milieu de la mer du sud; Chappe se transporta en Californie; Hell à Wardhus, qui est à l'extrémité la plus septentrionale de la Laponie; Planman s'étoit placé à Cajanebourg en Finlande; et ces cinq observations, qui réussirent complètement, nous ont appris que la parallaxe du soleil étoit de huit secondes six dixiemes.

735. Pour parvenir à cette connoissance, il suffit de calculer le commencement et la fin d'un passage de vénus, en y employant la parallaxe par une méthode semblable à celle que nous avons expliquée ci-dessus à l'occasion des éclipses de so-

leil (710). On trouve que la durée du passage de 1769, vue du centre de la terre, devoit être de 5h 41′ 56″ entre les deux contacts intérieurs, c'est-à-dire entre le moment où le disque de vénus se trouva tout entier sur le soleil et le premier instant où elle commença d'en sortir; mais, en calculant ces mêmes phases pour Wardhus, et en employant une parallaxe de 8″ 5 pour le soleil, ce qui donne pour ce jour-là 21″ $\frac{52}{1000}$ pour l'excès de la parallaxe de vénus sur celle du soleil, on trouve que la durée du passage devoit y être plus grande de 10′ 52″ de tems. Au contraire, à l'isle de Taïti, elle devoit être plus petite de 11′ 43″. De là il suit que si l'on a véritablement observé à Taïti une durée plus petite de 22′ 35″ qu'à Wardhus, la parallaxe du soleil est en effet de 8″ 5; or Hell observa cette durée de 5h 53′ 14″; et Cook, Green et Solander l'observerent à Taïti de 5h 30′ 4″, plus petite que la premiere de 23′ 10″: cette quantité differe à la vérité de 35″; mais sur une différence totale de 23′ 10″ cela ne fait pas $\frac{1}{30}$ de différence; d'ailleurs, ayant comparé de même toutes les autres observations, j'ai trouvé qu'elles s'accordoient assez avec la parallaxe de 8″ 6 pour prouver qu'il n'y a pas un quarantieme d'incertitude sur le total de cette détermination. On peut voir toutes les observations, les calculs, la méthode et les résultats, dans mon *Astronomie* et dans mon *Mémoire sur le passage de vénus* (à Paris, chez Lattré, 1772.) On trouve chez le même graveur une mapemonde dans laquelle j'ai désigné par des cercles l'effet de la parallaxe dans tous les pays de la terre, avec une explication où j'indiquois toutes les stations où il importoit de faire l'observation pour que le résultat fût plus concluant. J'ai eu la satisfaction de voir toutes mes indications suivies et le succès répondre aux espérances que j'en avois conçues.

736. La maniere d'observer les passages de mercure et de vénus consiste à déterminer avec un quart-de-cercle ou avec un réticule la différence d'ascension droite et de déclinaison, pour en conclure la différence de long. (535, 946) et l'heure de la conjonction. Ces passages de mercure et de vénus sur le soleil servent encore à trouver le lieu du nœud N (*fig.* 91) avec une très grande précision, lorsqu'on a observé la distance SM à laquelle vénus a paru dans le milieu de son passage éloignée du centre du soleil, et sa latitude géocentrique SV: on la réduit au soleil; alors, dans le triangle SNV, connoissant l'inclinaison N de son orbite et le côté SV, l'on en conclut la distance SN entre le soleil et le nœud, et par conséquent le lieu du nœud de la planete.

LIVRE SIXIEME.

Des Réfractions.

737. L'ASTMOSPERE (1), c'est-à-dire la masse d'air qui environne la terre, affoiblit la lumiere, la disperse, la décompose, et change sa direction (107). Il est prouvé par un grand nombre d'expériences qu'on trouve dans tous les livres d'optique, que les rayons de lumiere qui entrent obliquement d'un milieu moins dense dans un milieu plus compact, changent de direction et se rapprochent de la perpendiculaire comme s'ils étoient plus fortement attirés par la matiere la plus dense : ce changement des rayons de lumiere est différent suivant l'obliquité du rayon, et les tables qui en contiennent l'effet s'appellent *tables de réfractions*.

Soit ABD la surface de la terre (*fig.* 92); EKG la surface extérieure de l'atmosphere qui environne la terre, et dont la densité est sensible jusqu'à quinze lieues de hauteur (753) ; A le lieu de l'observateur, et MK un rayon de lumiere qui entre obliquement dans l'atmosphere en K : ce rayon plié et courbé dans l'atmosphere parvient au point A comme s'il avoit suivi la ligne droite NKA ; l'œil reçoit l'impression de la lumiere suivant la direction NKA du rayon qui arrive à l'œil en A ; l'observateur rapporte sur le rayon AKN l'astre qui est véritablement en M, en sorte que la réfraction fait paroître l'astre plus élevé de la quantité de l'angle NKM, que nous appelons la RÉFRACTION ASTRONOMIQUE.

738. Le rayon CKR étant perpendiculaire à la surface réfringente en K, on appelle ANGLE D'INCIDENCE l'angle MKR que forme le rayon incident avec la perpendiculaire avant la réfraction, et l'on appelle ANGLE ROMPU l'angle NKR, ou son égal AKC, que forme ce rayon avec la même perpendiculaire après la réfraction : les sinus de ces deux angles ont entre eux un rapport constant, qu'on appelle le *rapport de réfraction*, et que Newton trouvoit de 3201 à 3200. Si un autre rayon FG est courbé suivant GA, le sinus d'incidence FGP est au sinus de l'angle rompu TGP comme le sinus de MKR est au sinus de NKR.

(1) Ἀτμὸς, vapeur; Σφαῖρα, globe.

fractions, Cassini souhaita d'avoir des observations du soleil faites au zénit, où tout le monde convenoit qu'il n'y avoit point de réfraction: par-là il pouvoit vérifier si les observations qui y seroient faites ne seroient pas beaucoup mieux représentées par ses nouvelles tables du soleil que par les tychoniciennes; car dès lors il n'y avoit plus de doute que les tables du soleil et celles des réfractions ne fussent préférables à celles de Tycho, représentant mieux les observations faites, et dans les cas où il y a réfraction et dans ceux où il n'y en a point.

Louis XIV et le grand Colbert, dont le zele pour la gloire des sciences avoit déja paru tant de fois, laissoient à l'académie le choix des entreprises : elle jugea qu'il n'y avoit point de lieu plus commode pour de pareilles observations que l'île de Cayenne, qui est à 5° de l'équateur, et où la France envoyoit des vaisseaux plusieurs fois l'année. Les hauteurs méridiennes du soleil doivent être en tout tems exemptes de réfraction, si cette réfraction étoit nulle au-dessus de 45°; car la plus petite hauteur du soleil y est de 61°: on devoit donc trouver l'obliquité de l'écliptique sans aucune diminution provenant des réfractions, mais au contraire augmentée par l'effet de la parallaxe du soleil dans les deux solstices; ainsi, dans les hypotheses tychoniciennes, la distance des deux tropiques devoit se trouver à Cayenne de plus de 47° 3'; et, selon Cassini, qui diminuoit la parallaxe et supposoit de la réfraction même dans les grandes hauteurs, cette distance ne devoit paroître à Cayenne que de 46° 58'; il y avoit donc entre ces hypotheses une différence de 5', qui pouvoit s'observer exactement à Cayenne, et décider à la fois ces trois objets, la parallaxe, la réfraction, et l'obliquité de l'écliptique. Ces motifs étoient plus que suffisans pour faire entreprendre le voyage de Cayenne. Il y avoit encore d'autres objets intéressans à constater, tels que la longueur du pendule, la parallaxe de la lune, de mars et du soleil, la théorie de mercure, les longitudes géographiques, la position des étoiles australes, les marées, les variations du barometre: tels furent les motifs curieux du voyage qu'entreprit Richer. Il partit de Paris au mois d'octobre 1671, et il séjourna à Cayenne depuis le 22 avril 1672 jusqu'à la fin de mai 1673 : ses observations furent publiées en 1679, et sont aussi rapportées dans le recueil d'observations que l'académie donna en 1693.

Les choses arriverent comme Cassini l'avoit prévu; l'obliquité apparente de l'écliptique observée à Cayenne parut de 23° 28' 32'', c'est-à-dire beaucoup plus petite qu'elle ne devoit être

suivant

suivant Tycho; elle ne différa que de 5″ de celle qu'il devoit y avoir en adoptant pour les réfractions et pour la parallaxe du soleil les tables de Cassini.

Méthodes pour observer la quantité des Réfractions astronomiques.

742. Après avoir tracé l'histoire de la réfraction, je passe aux méthodes qui ont été employées successivement pour l'observer. On a vu celle des déclinaisons (740) : voici celle des hauteurs. La réfraction étant la différence entre la hauteur apparente et la hauteur vraie, il s'agit de pouvoir calculer celle-ci pour le moment où l'on a observé la premiere.

Lorsqu'on n'avoit pas l'usage des horloges, Tycho observoit l'azimut ou l'angle Z (*fig.* 31) avec un quart-de-cercle placé verticalement sur un cercle horizontal dont les divisions commençoient au point du midi; on avoit donc l'angle Z; et connoissant de plus PZ et PS, on résolvoit le triangle PZS pour avoir ZS et la véritable hauteur. L'angle Z ou PZS ne dépend point de la réfraction et n'en est point affecté, puisque le lieu vrai et le lieu apparent sont dans un seul et même vertical ZS (738) et par conséquent au même degré d'azimut: ainsi l'on avoit la hauteur vraie, qui, comparée avec la hauteur apparente observée en même tems que l'azimut, donnoit la quantité de la réfraction.

743. Les hauteurs correspondantes (313) du soleil, ou d'une étoile, sont aujourd'hui le moyen le plus propre à faire connoître la quantité de la réfraction, si elles sont prises avec un grand quart-de-cercle et une bonne horloge.

Dans le triangle PZS (*fig.* 31), formé au pole, au zénit et au soleil, on suppose connues la distance PZ du pole au zénit, et la distance PS du soleil au pole boréal du monde, indépendamment des réfractions; mais l'erreur qui peut en résulter sur les grandes réfractions est très petite: on connoît aussi par l'observation des hauteurs correspondantes l'heure qu'il est, ce qui donne l'angle horaire ZPS. Ainsi l'on trouvera par la résolution du triangle PZS la distance au zénit ZS, et par conséquent la hauteur vraie (367).

Je suppose qu'à 6 heures précises la hauteur du soleil se soit trouvée de 9° exactement, et que le calcul ait donné pour la hauteur réelle 8° 54′, on saura dès lors qu'à la hauteur apparente de 9° il y a 6′ de réfraction. Cette méthode fut employée

autrefois par Picard, et l'a été, en 1751, par Lacaille; l'on a reconnu par ce moyen que la réfraction horizontale, ou la plus grande de toutes les réfractions astronomiques, est d'environ 33 minutes au degré moyen de la température.

744. Il y a un moyen de trouver la réfraction à de certaines hauteurs sans supposer connu l'angle P; elle consiste à observer une étoile qui passe au méridien par le point même du zénit, ou fort près de là, et qui passe ensuite au méridien sous le pole. La réfraction étant nulle au zénit, on aura la vraie distance de l'étoile au pole; environ 12 heures après, l'étoile passera au méridien sous le pole et fort près de l'horizon; on trouvera sa distance au pole beaucoup moindre, parcequ'elle sera accourcie par la réfraction qui élevoit l'étoile, et l'on aura la quantité de la réfraction à cette hauteur.

Exemple. La claire de persée passoit, il y a quelques années, à six minutes du zénit de Paris; ainsi l'on étoit sûr que sa distance au pole étoit de 41° 4′; par conséquent elle devoit passer au méridien sous le pole à 41° 4′ du pole, ou à 7d 46′ de hauteur vraie. Le Monnier l'observoit cependant à 7° 52′ 25″; ainsi l'on étoit assuré que la réfraction élevoit cette étoile de 6′ 25″ à 7° 52′ ½ de hauteur apparente.

745. Cassini remarqua, en 1714, qu'en supposant la hauteur AE de l'atmosphere de 1800 toises et d'une densité uniforme, on pouvoit trouver les réfractions à-peu-près telles qu'on les observe en calculant les triangles CAK et CAG, dans lesquels on connoît deux côtés et un angle; on a les angles rompus AKC et AGC. En y ajoutant les réfractions observées, on a les angles d'incidence RKM et PGF; et, comme le rapport est constant, on en peut déduire tous les autres angles d'incidence, et par conséquent les réfractions.

746. La Caille trouva aussi une méthode ingénieuse de déterminer les réfractions lorsqu'il étoit au cap de Bonne-Espérance, en comparant les observations des étoiles qui étoient fort près de son zénit, tandis qu'elles étoient presque à l'horizon de Paris, et de celles qui étoient vers notre zénit, tandis qu'il les voyoit à l'horizon.

747. Lorsqu'on eut ainsi observé les réfractions à divers degrés de hauteur, il étoit facile d'appercevoir que depuis le zénit jusqu'à plus de 80° de distance, elles suivoient les rapports des tangentes des distances au zénit: mais ce fut Bradley qui, vers l'année 1760, étendit cette regle; guidé par les recherches de Simpson sur la trajectoire des rayons de lumiere, il fit

voir qu'en diminuant chaque distance au zénit de 3 fois la réfraction, la tangente du reste étoit exactement comme la réfraction même. D'après cette loi Bradley construisit la table ci-jointe des réfractions; mais pour cela on est obligé d'en supposer à-peu-près connue la réfraction que l'on cherche.

haut	Réf act.	
0°	32′	54″
2	18	31
4	11	48
6	8	25
8	6	29
10	5	14
15	3	30
20	2	35
25	2	1
30	1	38
40	1	8
50	0	47
60	0	33
70	0	20
80	0	10
90	0	0

748. Bouguer observa au Pérou, en 1740, que la réfraction horizontale étoit de 27′ au lieu de 33′ que nous trouvons en Europe; mais cette diminution n'a lieu que dans la zone torride; et l'on trouve en Laponie et jusques sous le cercle polaire que les réfractions sont presque les mêmes qu'à Paris. La Caille les a trouvées seulement plus petites de $\frac{1}{40}$ au cap de Bonne-Espérance, à 34° de latitude; Cagnoli a trouvé $\frac{1}{5}$ de moins à Vérone, qui est à 45° 26′ de latitude; Piazzi $\frac{1}{57}$ de moins à Palerme, qui est à 38° 7′.

Picard reconnut par les hauteurs méridiennes du soleil, en 1669, que les réfractions étoient plus grandes en hiver qu'en été; il les trouva aussi plus grandes la nuit que le jour. Il étoit naturel d'en conclure que, lorsque l'air devenoit plus ou moins dense, les réfractions devoient être plus ou moins considérables, et que ces variations devoient suivre celles du barometre et du thermometre. Mayer trouva, en 1753, que la réfraction moyenne augmentoit d'une vingt-deuxieme partie toutes les fois que le barometre montoit de 15 lignes, ou que le thermometre descendoit de 10° sur la division de 80° entre la glace et l'eau bouillante.

Les vapeurs qui bordent l'horizon, et qui changent par l'humidité, par les vents et autres circonstances très variables, affectent sensiblement les réfractions; aussi les astronomes évitent le plus qu'ils peuvent de faire des observations de hauteurs trop près de l'horizon.

749. La réfraction, en augmentant toutes les hauteurs des astres, diminue aussi leurs distances respectives; et toutes les fois qu'on mesure sur la mer l'arc de distance entre la lune et une étoile pour trouver la longitude, il est nécessaire de faire une correction à cette distance observée. J'ai expliqué dans mon *Astronomie* et dans mon *Abrégé de Navigation*, publié en 1793, les méthodes qui servent pour ce calcul.

La réfraction fait paroître le soleil et la lune d'une forme ovale,

dont un diametre est plus petit que l'autre de 3′ 35″ pour 32′ de diametre réel. Elle fait paroître les objets terrestres trop élevés, et l'on est obligé d'en tenir compte dans les nivellemens d'une certaine étendue où l'on veut mettre beaucoup de précision ; la réfraction terrestre pour chaque objet est $\frac{1}{14}$ de l'arc de la terre compris entre les deux objets.

750. Les rayons en traversant obliquement l'atmosphere se dispersent, en sorte que l'intensité de la lumiere du soleil, lorsqu'il est à l'horizon, est 1354 fois moindre que lorsqu'il est au zénit, suivant les expériences de Bouguer. (*Traité d'Optique sur la gradation de la lumiere.*)

751. Le crépuscule ou la lumiere qu'on apperçoit vers l'horizon après que le soleil est couché, de même que l'aurore qui nous annonce son lever (108), sont encore des effets de l'atmosphere, qui réfléchit et qui disperse les rayons du soleil; en sorte qu'il en parvient jusqu'à nos yeux une partie assez forte pour nous empêcher de distinguer les astres, quoique le soleil soit au-dessous de l'horizon. Supposons que AH (*fig.* 92) soit la surface de l'atmosphere SDH, le rayon solaire qui est réfléchi en H arrive en A à notre œil pour nous donner un reste de lumiere.

752. L'arc d'émersion d'un astre est la quantité dont le soleil est abaissé sous l'horizon dans un vertical lorsque l'on commence à appercevoir cet astre à la vue simple. On estime ordinairement l'arc d'émersion de 5° pour vénus, quoique dans certains tems il soit absolument nul, et qu'on la voie en plein jour; de 10° pour mercure et jupiter; de 11 à 12 pour mars, saturne et les étoiles de premiere grandeur. Cependant sirius se voit en plein jour dans les pays méridionaux : la Nux l'a vu souvent à l'isle de Bourbon. *Canopus* est une étoile aussi grande en apparence que sirius, du moins dans une belle nuit; mais sa lumiere est un peu moins blanche ou un peu plus terne, et on ne la voit pas aussi facilement dans le crépuscule. L'arc d'émersion, suivant Ptolémée, est de 14° pour les étoiles de 3ᵉ grandeur; enfin il est d'environ 18° pour les petites étoiles, puisqu'on ne les apperçoit distinctement à la vue simple que quand le soleil est abaissé de 18°; c'est ce qu'on appelle l'abaissement du cercle crépusculaire; les plus petites étoiles paroissent alors : ainsi l'arc d'émersion est de 18° pour les petites étoiles; mais on sent que cette quantité varie beaucoup. Il y a des pays méridionaux ou l'air est si pur dans certains tems, que l'on apperçoit sirius en plein jour; à Paris même on distingue

Vénus à la vue simple en été, lorsque le tems est bien net, et qu'elle est assez éloignée du soleil et assez près de la terre pour que son éclat soit le plus vif.

753. Si l'on suppose que le rayon solaire SH soit réfléchi du point H au point A, quand il est à 18° au-dessous de l'horizon, l'arc AD est de 18° et l'arc AO de 9°; ainsi la hauteur HO du point H est l'excès de la sécante de 9° sur le rayon. Cette hauteur de l'atmosphere indiquée par ces 18° est d'environ 15 lieues suivant le calcul de la Hire (*Mém. acad.* 1713); mais à onze lieues d'élévation ou 25100 toises, l'air est déja si rare que le barometre ne s'y soutiendroit qu'à une ligne de hauteur, au lieu de 28 pouces: l'avant derniere tranche de l'atmosphere, celle qui n'est chargée que d'un poids équivalent à une ligne, est de 25275 pieds : si l'on divise ce nombre par le nombre de lignes qui exprime la hauteur du mercure dans le barometre, on a la quantité dont il faut s'élever pour que le barometre varie d'une ligne; ce nombre de pieds suppose le thermometre à la température de dix degrés. *Recherches sur les modifications de l'atmosphere, par de Luc, en 2 vol. in-4°*, 1772, où l'on trouve tout ce qui concerne les thermometres et les barometres.

LIVRE SEPTIEME.

Des Mouvemens des Etoiles.

754. On doit considérer six especes de mouvemens dans les étoiles, quoiqu'elles soient réputées fixes, la précession, l'aberration, la nutation, le changement général de latitude, la parallaxe annuelle que plusieurs astronomes y ont soupçonnée, enfin les changemens particuliers qu'on a remarqués dans quelques étoiles; mais, excepté ceux-ci, les mouvemens dont nous allons parler sont purement apparens. Nous avons déja parlé de la précession (312), c'est-à-dire de ce changement annuel d'environ $50'' \frac{1}{10}$ par année, qui s'observe dans les longitudes de toutes les étoiles. Il en résulte des changemens sur les ascensions droites et sur les déclinaisons dont les astronomes font un usage fréquent. Mais il est facile, quand on connoît la longitude et la latitude d'un astre, de trouver par la trigonométrie sphérique l'ascension droite et la déclinaison (308), par conséquent d'avoir le changement de toutes deux quand on connoît le changement de longitude.

755. Cette précession générale vient de la rétrogradation des points équinoxiaux le long de l'écliptique immobile; elle ne suppose par conséquent aucun changement dans les latitudes des étoiles fixes : on peut imaginer à cet égard que tout le ciel ait un petit mouvement autour des poles et de l'axe de l'écliptique, et que toutes les étoiles soient transportées vers l'orient, parallèlement à l'écliptique, de $50'' \frac{1}{10}$ par année.

Cette rétrogradation des points équinoxiaux vient de la figure aplatie de la terre, qui donne prise à l'attraction latérale du soleil et de la lune (1064); ces deux astres attirant de côté l'équateur terrestre, le déplacent insensiblement, de sorte qu'il ne répond plus aux mêmes étoiles, et que le point d'intersection de l'équateur sur l'écliptique s'écarte des étoiles en avançant vers l'occident.

756. Le déplacement de l'écliptique produit d'autres variétés. Depuis la découverte de l'attraction on a reconnu que les orbites des planetes doivent changer de situation par le mouvement de leurs nœuds (1061) aussi bien que la lune; l'observation l'a constaté (518). Il s'ensuivoit que la trace ou l'orbite de

chaque planete étoit changée ou déplacée par l'attraction des autres ; l'orbite de la terre devoit l'être pareillement.

Euler remarqua en 1748 que l'attraction du jupiter sur la terre devoit être sensible, et qu'elle suffisoit pour expliquer la diminution de l'obliquité de l'écliptique et le changement de la latitude des étoiles par rapport à l'écliptique, dont Tycho-Brahé avoit déja parlé.

757. Eratosthene, 250 ans avant l'ere vulgaire, avoit trouvé l'obliquité de l'écliptique de 23° 50′; Albategnius, vers l'an 880, l'observa de 23° 35′ $\frac{2}{3}$; Tycho-Brahé, en 1587, de 23° 31′ 30″: nous la trouvons pour 1780 de 23° 28′ 0″, en sorte qu'il y a certainement une diminution dans l'obliquité de l'écliptique d'environ 36″ par siecle. Cette diminution doit être accompagnée d'un changement dans la latitude des étoiles fixes, et d'une petite inégalité dans leurs longitudes : j'en ai donné les détails dans mon Astronomie.

758. Les mouvemens généraux que nous venons d'expliquer affectent toutes les étoiles; mais il y en a quelques unes qui forment exception à ces regles, et qui ont eu, en mouvement propre, un dérangement physique, dont on ignore la cause, et qu'on tâche de déterminer par les observations.

Halley en fit la remarque en 1718 : ARCTURUS est de toutes les étoiles celle dont le mouvement propre est le plus sensible. Suivant les observations de Bradley la déclinaison d'arcturus au commencement de 1760 étoit de 20° 26′ 32″ : je l'ai trouvée au commencement de 1790 de 20° 17′ 45″: la différence est de 9′ 27″5, tandis qu'elle ne devroit être que de 8′ 33″0 suivant les loix connues de la précession des équinoxes : il y a donc 54″ 5 de plus pour le mouvement propre de cette étoile en déclinaison dans l'espace de 30 ans, ou 3′ 2″ par siecle; sa latitude change également.

759. *Sirius, procyon, la lyre*, et quelques autres étoiles, paroissent avoir éprouvé de semblables mouvemens en déclinaisons, quoique d'une moindre quantité; sirius 2′ 17″ par siecle; procyon 2′ 2″; la lyre 48″, θ de la grande ourse 50″; γ du serpent 1′ 45″. Nous ne pouvons les attribuer qu'à l'attraction des autres étoiles et à l'impulsion qu'elles ont reçue ainsi que le soleil (959). Le déplacement du système solaire pourroit aussi causer une partie de ces apparences pour les étoiles les moins éloignées.

760. LA PARALLAXE ANNUELLE, dont nous avons vu les effets sur le mouvement des planetes (441), auroit de l'influence sur

le mouvement des étoiles si elles n'étoient pas très éloignées de la terre. On a cru long-tems qu'elles devoient avoir une parallaxe annuelle; mais, quoiqu'il soit prouvé actuellement que la parallaxe annuelle est insensible, et comme nulle dans les étoiles fixes, j'ai cru qu'il étoit nécessaire de donner au moins une idée d'une question qu'on a traitée si souvent, et même encore en 1760, et en 1782 dans les Transactions philosophiques.

761. Soit S le soleil (*fig.* 93), AB le diametre du grand orbe que la terre décrit chaque année (413), A le point où se trouve la terre au premier janvier, B le point où elle est au premier juillet, E une étoile qu'on apperçoit sur le rayon AE; la ligne AB étant dans le plan de l'écliptique, et l'orbe de la terre étant conçu perpendiculaire au plan de la figure, en sorte qu'on ne le voie que sur son épaisseur, l'angle EAB est la latitude de l'étoile; mais quand la terre sera en B, l'étoile étant en opposition par rapport au soleil, elle paroîtra sur le rayon BE, et sa latitude apparente sera l'angle EBC; cette latitude EBC est plus grande que la premiere, et la différence est l'angle AEB; l'angle AES, qui est sensiblement la moitié de AEB à cause de l'extrême petitesse de AB, est la *parallaxe annuelle* en latitude.

762. Si la distance SE de l'étoile fixe est deux cent mille fois plus grande que la distance SA du soleil à la terre, l'angle AES sera d'une seconde, et la latitude EAS d'une étoile en conjonction sera plus petite de 2″ que la latitude EBC de l'étoile observée dans son opposition, en supposant que la latitude de l'étoile soit à-peu-près de 90°.

763. Si la parallaxe annuelle étoit d'une seconde, une étoile située exactement au pole de l'écliptique paroîtroit décrire chaque année un petit cercle de 2″ de diametre, parcequ'elle paroîtroit toujours par rapport à nous de l'autre côté du pole, et toujours de 1″; elle seroit toujours placée à la partie opposée de ce petit cercle par rapport au lieu de la terre. Picard avoit remarqué en 1672 quelques variations dans l'étoile polaire; elles n'étoient point conformes à cet effet de la parallaxe annuelle, mais elles étoient exactes; et ce célebre observateur a eu la gloire, en faisant la premiere découverte de l'astronomie moderne sur les étoiles, de jeter les fondemens de toutes celles que l'on a faites depuis.

764. Hooke, célebre dans la physique, entreprit de déterminer ces variations. Il plaça au college de Gresham à Londres une lunette de 36 pieds, en 1669, avec laquelle il observa les distances au zénit de γ du dragon; et les observations qu'il rap-

porte semblent d'accord avec la théorie des parallaxes, en supposant que celle de γ du dragon fût de 15''; mais les circonstances ne lui avoient pas permis de s'en assurer suffisamment.

765. Picard voulut vérifier cette observation ; mais la hauteur méridienne de la lyre observée dans les deux solstices lui parut la même ; ce qui étoit contraire aux observations de Hooke, comme il l'annonça dans l'assemblée de l'académie le 4 juin 1681. (*Hist. céleste*, *page* 252.)

Flamsteed, ayant observé l'étoile polaire avec son mural en 1689 et dans les années suivantes, trouva que la déclinaison étoit plus petite de 40'' au mois de juillet qu'au mois de décembre. Ces observations étoient justes, mais elles ne prouvoient point la parallaxe annuelle, comme le fit voir Cassini (*Mém. acad.* 1699). Au reste, quoiqne Flamsteed crût reconnoître l'effet de la parallaxe annuelle dans les différences qu'il avoit observées, il avoit quelques doutes sur ses observations, et il souhaitoit que quelqu'un voulût faire construire un instrument de 15 à 20 pieds de rayon sur un fondement inébranlable, pour éclaircir une question qui, sans cela, disoit-il, pourroit être bien long-tems indécise. Cassini crut trouver dans sirius une parallaxe de 6'' (*Mém. acad.* 1717.)

766. La découverte de l'aberration dont nous allons parler a fait voir que les inégalités apperçues dans les étoiles ont une cause toute différente de la parallaxe annuelle; car cette nouvelle cause satisfait si bien à toutes les observations qu'elle exclut toute idée de parallaxe.

767. La connoissance de la parallaxe annuelle nous conduiroit à celle de la distance des étoiles si cette parallaxe pouvoit s'observer; mais, puisqu'elle est insensible, nous en tirerons au moins par exclusion une des limites de cet éloignement. Si la parallaxe absolue d'une étoile ou l'angle APS (*fig.* 93) étoit de 1'', le côté PS seroit 206265 fois plus grand que le rayon AS de l'orbe annuel, qui est lui-même de 34 millions de lieues. La distance moyenne du soleil AS contient 22984 fois le demi-diametre de la terre, en supposant la parallaxe 8'' 6; donc, si la parallaxe annuelle d'une étoile étoit seulement 1'', sa distance seroit 7086740 millions de lieues, ou 4947 millions de fois plus grande que le rayon de la terre. Mais la parallaxe des étoiles n'étant pas d'une seconde, même pour les étoiles les plus proche de la terre, leur distance doit être encore plus considérable.

768. La grandeur apparente des étoiles, que l'on croyoit d'une

minute avant la découverte des lunettes, est incomparablement plus petite : il est prouvé aujourd'hui que 4 étoiles de la premiere grandeur, régulus, aldébaran, l'épi de la vierge, et antarès, n'ont pas 1″ de diametre; car, lorsque ces étoiles sont éclipsées par la lune, elles n'emploient pas deux secondes de tems à se plonger sous le disque de la lune ; ce qui arriveroit nécessairement si le diametre de ces étoiles étoit de 1″. En effet la lune emploie environ 2″ de tems à avancer d'une seconde de degré; ainsi, pendant l'espace de 2″ de tems, on verroit une étoile diminuer de grandeur et disparoître peu-à-peu : or il n'en est pas ainsi ; les étoiles disparoissent en une demi-seconde, elles reparoissent avec la même promptitude et comme un éclair; donc le diametre n'est pas d'une seconde.

769. Si l'on voit dans les lunettes une lumiere éparse qui environne les étoiles, qui les amplifie et les fait paroître comme si elles avoient 5 à 6″ de diametre, on doit attribuer cette apparence à la vivacité de leur lumiere, à l'air environnant et illuminé, à l'aberration des verres, à l'impression trop vive qui se fait sur la rétine.

770. Si le diametre d'une étoile étoit d'une seconde et sa parallaxe annuelle d'une seconde, le diametre réel de l'étoile seroit égal au rayon du grand orbe, c'est-à-dire de 34 millions de lieues; mais il peut se faire que les parallaxes des étoiles soient plus grandes que leurs diametres apparens, en sorte que le diametre réel soit beaucoup plus petit que 34 millions de lieues. Nous ne pouvons rien décider là-dessus; peut-être un jour les astronomes seront-ils plus instruits.

771. L'extrême petitesse du diametre apparent des étoiles fixes est probablement la cause du mouvement de scintillation qu'on y remarque : cette scintillation, qui n'a point lieu dans les planetes, vient de ce que le diametre des étoiles étant extrêmement petit, la moindre molécule de vapeur qui passe devant l'étoile en cache une partie, de façon que la disparition et la réapparition continuelle des étoiles ressemble à un mouvement de vibration dans leur lumiere; aussi n'a-t-elle pas lieu dans les pays où l'air est d'une grande pureté, et même dans nos climats quand les étoiles sont fort hautes et le ciel très serein.

De l'Aberration des Etoiles.

772. L'aberration est un mouvement apparent, découvert en 1728 dans les étoiles, par lequel elles semblent décrire des ellipses

de 40″ de diametre; il est causé par le mouvement de la lumiere combiné avec le mouvement annuel de la terre (783). L'histoire de cette découverte exige que l'on se rappelle ce qui a été dit à l'occasion de la parallaxe annuelle (763).

773. Flamsteed avoit cru, non seulement d'après les observations de Hooke (764), mais encore d'après les siennes propres, qu'il y avoit une parallaxe annuelle dans les étoiles fixes; cependant la quantité et la loi en étoient inconnues : *Samuel Molyneux*, Irlandois, entreprit, vers l'an 1725, de vérifier ce qu'on avoit dit là-dessus, et de déterminer avec plus de soin les circonstances de ces mouvemens : c'est au projet de Molyneux que nous sommes redevables de toutes les connoissances dont nous allons rendre compte; mais Bradley eut la gloire d'exécuter ce que le premier n'avoit fait qu'entreprendre.

774. Molyneux voulut avoir un instrument dans le même genre et choisit les mêmes étoiles que Hooke; *George Graham*, horloger célebre dans les arts, autant par son génie que par son zele, fit construire un secteur de 24 pieds, dont l'exactitude surpassoit de beaucoup tout ce qui avoit jamais été fait pour parvenir à mesurer dans le ciel de petits arcs.

Le secteur de Molyneux fut placé à Kew, près de Londres; et le 3 décembre 1725 il observa au méridien l'étoile γ à la tête du dragon; il marqua exactement sa distance au zénit; il répéta cette observation le 5, le 11, le 12 du même mois : il ne trouva pas de grandes différences; et comme on étoit dans un tems de l'année où la parallaxe annuelle de cette étoile ne devoit pas varier, il crut qu'il étoit inutile de continuer pour lors les mêmes observations.

775. Bradley se trouva pour lors à Kew; il observa aussi la même étoile le 17 décembre 1725; et ayant disposé l'instrument avec soin, il vit que l'étoile passoit un peu plus au sud que dans les premiers jours du mois. D'abord les deux astronomes ne firent pas grande attention à cette différence, elle pouvoit venir des erreurs d'observation; cependant le 20 décembre l'étoile avoit encore avancé vers le sud, et elle continua les jours suivans, sans qu'on pût attribuer ce progrès au défaut des observations.

776. Cette différence paroissoit d'autant plus surprenante qu'elle étoit dans un sens contraire à l'effet que devoit avoir la parallaxe annuelle; comme on ne concevoit aucune autre cause qui pût produire un pareil changement, on craignoit qu'elle ne vînt de quelque altération dans les parties de l'instrument, et il fallut

s'assurer par diverses expériences de son exactitude. Cependant l'étoile alloit toujours vers le sud; et l'on ne songea plus qu'à mesurer exactement ce progrès pour tâcher d'en découvrir les circonstances et la cause. Au commencement de mars 1726 l'étoile se trouva parvenue à 20″ du lieu où on l'avoit observée trois mois auparavant; alors elle fut pendant quelques jours stationnaire; vers le milieu d'avril elle commença de remonter vers le nord, et au commencement de juin elle passa à la même distance du zénit que dans la premiere observation faite six mois auparavant : sa déclinaison changeoit alors de 1″ en trois jours; d'où il étoit naturel de conclure qu'elle alloit continuer d'avancer vers le nord : cela arriva comme on l'avoit conjecturé; l'étoile se trouva au mois de septembre de 20″ plus nord qu'au mois de juin, et 39″ plus qu'au mois de mars; de là l'étoile retourna vers le sud, et au mois de décembre 1726 elle fut observée à la même distance du zénit que l'année précédente, c'est-à-dire avec la seule différence que la précession des équinoxes devoit produire.

777. Par-là il étoit bien prouvé que le défaut de l'instrument n'étoit pas la cause des différences observées; l'effet étoit trop régulier pour pouvoir être attribué à une fluctuation irréguliere de la matiere éthérée, comme Manfredi l'avoit soupçonné dans un tems où l'on n'avoit pas d'assez bonnes observations; mais la difficulté étoit de trouver une explication suffisante.

778. La premiere idée fut d'examiner si cela ne provenoit point de quelque balancement dans l'axe de la terre, produit par l'action du soleil ou de la lune, à cause de l'applatissement de la terre, ainsi que cela devoit avoir lieu par l'attraction (794). Mais d'autres étoiles observées en même tems ne permettoient pas d'adopter cette hypothese : une petite étoile qui étoit à même distance du pole, et opposée en ascension droite à γ du dragon, auroit dû avoir, par l'effet de cette nutation, le même changement en déclinaison; cependant elle n'en avoit eu qu'environ la moitié, comme cela parut, en comparant jour par jour les variations de l'une et de l'autre observées en même tems : c'étoit la 35ᵉ étoile de la giraffe dans le catalogue de Flamsteed. Pour éclaircir mieux les faits, Bradley fit construire un autre secteur, qui fut placé à Wansted en 1727, et il commença d'examiner soigneusement quelles étoient les variations des étoiles suivant leur différente situation.

779. Il vit alors que chaque étoile paroissoit stationnaire, ou dans son plus grand éloignement, vers le nord ou vers le sud,

dans la saison où elle passoit au zénit vers six heures du soir ou du matin; que toutes avançoient vers le sud lorsqu'elles passoient le matin, et vers le nord lorsqu'elles passoient le soir; et que le plus grand écart étoit à-peu-près comme le sinus de la latitude de chacune. Enfin, lorsqu'au bout d'une année il eut vu toutes les étoiles reparoître, chacune au même lieu où elle avoit d'abord paru, Bradley, muni d'un assez grand nombre d'observations, entreprit de chercher la cause de ces variations. Il falloit trouver une cause annuelle et constante, égale pour les étoiles foibles et pour les plus brillantes, dont le plus grand effet du nord au sud fût comme le sinus de la latitude de l'étoile, c'est-à-dire nul pour les étoiles situées dans l'écliptique, contraire à l'effet de la parallaxe, et dont la plus grande valeur fût de 40''.

780. Bradley apperçût heureusement que cette différence de 40'' étoit précisément le chemin que la terre parcourt dans son orbite en 16' de tems; il se rappela que la lumiere employoit le même tems à parcourir le diametre de l'orbite de la terre suivant la découverte faite par Romer en 1675 (839). Bradley put d'abord imaginer que l'on voyoit les étoiles 16' plus tard, à cause de leur éloignement, quand elles étoient en conjonction que lorsqu'elles étoient en opposition, et que par-là on les voyoit de 40'' moins avancées; mais, suivant ce raisonnement, il n'y auroit point eu d'aberration pour l'étoile située au pole de l'écliptique, dont la distance est toujours la même.

781. Cependant l'étoile γ du dragon avoit une aberration de 20'' au nord et au sud, qui croissoit comme les sinus des distances au point où elle étoit nulle. Bradley jugea que cette étoile décrivoit un cercle semblable à celui qui auroit lieu par une parallaxe de 20''; mais qu'elle le décrivoit de maniere à être toujours avancée de 20'' vers le côté où va la terre, puisque l'étoile étoit plus à l'occident quand elle étoit en opposition. Tel est le phénomene qui étoit indiqué par les observations de Bradley: nous en parlerons plus au long (791). Il restoit donc à chercher un moyen d'expliquer comment l'étoile paroissoit toujours du côté où alloit la terre.

782. Enfin Bradley eut l'idée heureuse de combiner le mouvement de la lumiere avec celui de la terre suviant les loix de la décomposition des forces: il essaya cette hypothese; et, voyant qu'elle s'accordoit parfaitement avec toutes les observations, il rendit compte de sa découverte au mois de décembre 1728. (*Philosophical Transactions*).

Pour faire voir combien son hypothese s'accordoit avec ses observations, Bradley disposa dans une table 15 observations de γ du dragon, faites dans tous les mois de l'année ; on y voyoit combien à chaque jour elle devoit être plus méridionale suivant le calcul rigoureux fait d'après les principes que nous allons indiquer, et combien elle avoit paru l'être par l'observation ; la différence ne va jamais au-delà d'une seconde et demie.

Le même accord que l'on voyoit dans cette table de γ du dragon parut sur toutes les autres étoiles ; ainsi Bradley dut regarder cet accord des observations comme une démonstration de son hypothese, ou plutôt il dut cesser de regarder comme hypothese une théorie qui s'accordoit si bien et avec le mouvement des étoiles et avec celui de la lumiere déja connu par les éclipses des satellites (840).

783. Je passe donc à l'explication de la cause que Bradley assigna aux phénomenes qu'il avoit observés ; et comme on a dans les commencemens quelque peine à la bien concevoir, je vais tâcher de la mettre hors de doute, et en rendre le principe aussi évident que doit l'être une proposition mathématique : je vais donc le présenter sous différentes formes ; toutes supposent néanmoins que l'on ait une idée de la décomposition des forces dans les parallélogrammes (480). Soit E une étoile (*fig.* 94) qui lance vers nous un rayon de lumiere, considéré comme un corpuscule qui va de E en B. Soit AB une petite portion de l'orbite de la terre, de 20″ par exemple (l'on verra dans un instant pourquoi nous choisissons ce nombre 20″) et CB l'espace que le rayon a parcouru pendant que la terre décrivoit AB ; nous supposons que le corpuscule de lumiere B étoit en C lorsque la terre étoit en A, et arrive au point B en même tems que la terre ; par ce moyen CB et AB expriment les vitesses de la lumiere et de la terre en 8′ de tems.

784. Je tire la ligne CD parallele et égale à AB, et je termine le parallélogramme DBA. Suivant le principe si connu de la composition et décomposition des forces, on peut regarder la vitesse CB de la lumiere comme résultante de deux vitesses suivant les directions CD et CA. La vitesse CD, étant du même sens et de la même quantité que la vitesse AB de la terre, ne sauroit être apperçue, elle est détruite pour nous ; l'œil ne sauroit voir en vertu d'un rayon qui seroit poussé du même sens et avec la même vitesse que l'œil. Ainsi la seule partie CA de la vitesse de la lumiere subsistera pour nous ; le rayon parviendra à notre œil sous la direction CA, et nous appercevrons l'étoile

dans la ligne AC, ou suivant BD qui lui est parallele, c'est-à-dire inclinée du côté où va la terre. L'angle CBD est ce que nous appelons l'ABERRATION; c'est la quantité dont une étoile paroît éloignée de sa véritable place, ou de la ligne BCE, par un effet du mouvement de la terre et de celui de la lumiere.

785. L'on peut encore se représenter le même effet sous une autre forme; le corpuscule de lumiere B vient frapper notre œil avec la vîtesse CB; mais, puisque l'œil avance en même tems de A en B avec la vîtesse AB, il vient aussi frapper le rayon, en sorte qu'il y a un double choc tout à la fois, celui de la lumiere qui vient contre l'œil avec la vîtesse CB, celui de l'œil qui va contre la lumiere avec la vîtesse AB. A la place de ce dernier choc on peut imaginer (sans rien changer à l'effet qui en résultera) que le corpuscule soit venu de F en B frapper l'œil avec une vîtesse FB égale à AB; ainsi l'œil reçoit une impression suivant CB, et une suivant FB : de ces deux impressions faites suivant les côtés CB et FB du parallélogramme CF il en résulte une impression unique et composée, qui se fait sentir suivant la diagonale DB; donc l'on appercevra l'étoile dans la direction BD, et non dans la direction BCE.

786. Un exemple familier fera peut-être encore mieux comprendre le mécanisme de ces impressions composées. Soit un vaisseau GCFA (*fig.* 95), qui va de droite à gauche; que d'un angle C de ce vaisseau on ait jeté une pierre à l'autre angle A, et que dans le tems où elle a parcouru CA le vaisseau ait avancé de la quantité CD ou AB; celui qui est dans le vaisseau en A se trouvera alors parvenu au point B, et sera frappé de la même maniere que si le vaisseau n'avoit eu aucun mouvement; la pierre lui paroîtra venir de l'angle D suivant DB, comme elle lui auroit paru venir de C suivant CA, si le vaisseau eût été immobile; l'impression sera la même, puisque la relation du point C au point A leur situation, leur distance, ne dépendent en aucune façon du mouvement de ce vaisseau; ce mouvement est commun à la pierre et au vaisseau, et il est nul par rapport au choc. Néanmoins dans l'espace absolu cette pierre est venue de C en B; ainsi elle a fait le même chemin réel qu'auroit fait une pierre qui du rivage R eût été jetée directement en B. On peut donc imaginer deux pierres, l'une qui vient du rivage R et qui a parcouru la ligne CB, l'autre qui est partie du point C, angle du vaisseau, et qui a de même parcouru CB à cause du mouvement de ce vaisseau: or celle-ci s'est fait sentir suivant la direction DB; donc celle qui auroit

été jetée du rivage R se seroit fait sentir réellement aussi dans la direction DB à celui qui étant à l'angle A du vaisseau se seroit trouvé transporté de A en B tandis que la pierre venoit de C en B.

787. L'aberration de 20″ répond à 8′ 7″ dans la table des mouvemens du soleil; ainsi l'on est assuré à moins de 5″ près qu'il faut 8′ 7″ à la lumiere du soleil pour arriver jusqu'à nous dans ses moyennes distances; d'où il suit que la vîtesse de la lumiere est de 10313 fois plus grande que la vîtesse moyenne de la terre (1).

788. Le plan ECBA (*fig.* 94), qui joint l'étoile E et la ligne AB décrite par la terre, s'appelle *plan d'aberration*, parceque c'est dans ce plan que l'aberration se fait; le lieu apparent de l'étoile, son lieu vrai, l'œil de l'observateur, et l'espace qu'il décrit en 8′ de tems, se trouvent tous ensemble dans ce plan, en sorte que l'aberration ne peut faire paroître l'étoile dans un autre plan. On appelle aussi *triangle d'aberration* le triangle CBA formé par le chemin de la lumiere avec celui de la terre, et dont le petit angle C mesure l'aberration.

789. Il est prouvé (783) qu'une étoile nous paroît toujours plus avancée du côté où nous marchons, et cela de la quantité de l'angle BCA; la valeur de cet angle dépend du rapport de la vîtesse AB de la terre à la vîtesse CB de la lumiere: ce rapport est celui de 1 à 10313 (787); ce qui donne un angle de 20″ dans le cas où CB est perpendiculaire à AB. Ainsi l'aberration sera toujours de 20″ quand la route de l'œil sera perpendiculaire au rayon de l'étoile.

Mais lorsque le rayon CA (*fig.* 99) est incliné sur la route AB de l'œil, l'angle ACB d'aberration devient moindre; et parceque CB est à AB comme le sinus de l'angle A est au sinus de l'angle C, il suit que le sinus de l'arc d'aberration, ou l'aberration même, est comme le sinus de l'inclinaison du rayon CA sur la route de l'œil, qui est toujours un petit arc de l'orbite terrestre; c'est-à-dire qu'il est égal à 20″ multipliées par le sinus de l'angle que fait la route de l'œil avec le rayon de lumiere. Enfin, si la ligne CA s'inclinoit jusqu'à se confondre avec la ligne ABD, l'angle C s'évanouiroit, et il n'y auroit plus d'aberration; ce qui d'ailleurs est évident, puisqu'alors le rayon de lumiere arriveroit toujours à nous dans la même direction.

(1) La vîtesse de la terre dans son orbite est de 415 lieues par minute, ou 6 ½ lieues par seconde; mais celle de la rotation diurne n'est que de 238 toises par seconde.

790. Supposons maintenant que l'œil, au lieu d'avancer de A en B, avance de B en A, en sorte que le rayon arrive en A en même tems que l'œil; si l'on décompose la vîtesse CA (784) suivant CE et CB, on verra aisément que la vîtesse CE est détruite par la vîtesse BA de la terre, et qu'il ne reste que CB ou sa parallele EA. Ainsi dans ce cas l'étoile paroîtra s'élever au-dessus de la ligne que l'œil décrit, au lieu qu'elle paroissoit s'abaisser dans le cas précédent (784); elle paroîtra en E au lieu de paroître en C: toujours l'aberration porte une étoile du côté où va la terre.

Soit le cercle BGHK (*fig.* 96) l'orbite annuelle de la terre; lorsqu'elle parcourt l'arc BG et ensuite l'arc DK, elle paroît aller en deux sens opposés: dans le premier cas, l'étoile est en opposition, et paroît à gauche du lieu moyen E; dans le second cas, la terre, allant de D en K, l'étoile est en conjonction avec le soleil, et paroît à droite, c'est-à-dire à l'occident du point E sur une ligne DS, inclinée de 20″. Quand la terre décrit le petit arc FL, l'aberration diminue, parcequ'il n'y a que la valeur de la perpendiculaire FN qui cause de l'aberration; et cette partie FN est plus petite que LF, dans le même rapport que le cosinus de l'arc GL de l'élongation est plus petit que le rayon, ou SV plus petit que SL: en effet l'angle SLF est droit ainsi que l'angle NLV; ainsi, ôtant de part et d'autre l'angle FLV, on a l'angle FLN égal à l'angle VLS. Donc on a des triangles semblables LFN, SVL, qui donnent cette proportion, LF : FN :: SL : SV. Ainsi l'aberration en longitude, qui dépend du mouvement BG ou FN de la terre perpendiculairement au rayon mené vers l'étoile, est proportionnelle au sinus SV ou LT de la distance au point H, où elle est nulle, c'est-à-dire au point de la quadrature.

Par la même raison, l'aberration en latitude dépend du chemin ou du mouvement de la terre dans la direction perpendiculaire à celle que nous venons de considérer, c'est-à-dire du petit mouvement LN; et elle est proportionnelle au sinus de la distance GL, ou à la ligne LV, puisque dans les triangles LFN, LVS, on a cette proportion, LF : LN :: SL : LV. Ainsi la variation FN du sinus de l'arc LG est comme son cosinus SV, et la variation LN du cosinus est comme son sinus LV. Cette propriété des petites variations ou des différentielles dans le cercle est d'un grand usage en astronomie.

791. Si l'étoile étoit au pole de l'écliptique, on la verroit toujours 20″ en avant du côté où va la terre; et par conséquent

la terre décrivant un cercle, l'étoile paroîtroit en décrire un; c'est ce que Bradley remarqua, du moins à très peu près, sur l'étoile γ du dragon.

Si l'étoile est plus près du plan de l'écliptique, et qu'on la voie par un rayon oblique, l'effet de l'aberration perpendiculairement au plan de l'écliptique deviendra plus petit à raison du sinus de l'obliquité (789); mais il restera le même dans le sens parallele à l'écliptique. Ainsi le cercle deviendra une ellipse comme LAK (*fig.* 98). Le grand axe LK parallèlement à l'écliptique sera toujours de 40″, parceque quand l'étoile est en conjonction ou en opposition, l'aberration est toujours de 20″, soit que l'étoile ait une latitude ou qu'elle n'en ait point, la route BG de la terre (*fig.* 96) étant alors perpendiculaire au rayon de l'étoile; mais le petit axe AF de l'ellipse sera moindre à raison du sinus de la latitude.

Le point L qui est le plus à gauche ou à l'orient est le lieu où paroît l'étoile lorsqu'elle est en opposition; le point K est celui de la conjonction; le point A le plus près de l'écliptique comme le point F, si c'est une étoile boréale, marque le lieu apparent de l'étoile trois mois après la conjonction. L'aberration en longitude étant comme le cosinus de l'élongation de l'étoile dans le cercle circonscrit à l'ellipse, et qui forme l'ellipse par son inclinaison, si l'on marque en K le lieu du soleil qui est égal à la longitude de l'étoile, et qu'on divise le cercle circonscrit en 360°, les perpendiculaires abaissées de chaque degré de longitude sur le grand axe LEK marqueront sur l'ellipse tous les points où l'étoile doit paroître aux mêmes tems: c'est ainsi que j'ai marqué sur l'ellipse ALFK les lieux d'*arcturus* sur son ellipse d'aberration pour le premier jour de chaque mois.

792. Arcturus est à l'extrémité occidentale du grand axe de son ellipse à droite le 13 octobre, jour de sa conjonction; il est à l'extrémité inférieure ou méridionale F du petit axe le 11 janvier, jour de la premiere quadrature. L'ellipse d'arcturus est inclinée par rapport à la ligne horizontale NB, que je suppose parallele à l'équateur, de la quantité de l'angle de position (318); il suffiroit d'abaisser des perpendiculaires sur NB pour voir dans les différens tems de l'année l'aberration en ascension droite et en déclinaison.

On voit dans cette même ellipse l'effet de la parallaxe (763), qui feroit paroître l'étoile aux mêmes points de l'ellipse trois mois plutôt que ne fait l'aberration, en supposant que la plus grande parallaxe fût de 20″ comme l'aberration: c'est en de-

dans de l'ellipse que j'ai marqué les situations que donneroit la parallaxe annuelle quatre fois l'année.

793. L'aberration en longitude, que l'on prendroit dans cette figure sur le parallele de l'étoile, en supposant EL de 20″, doit être réduite à l'écliptique pour les usages astronomiques, c'est-à-dire qu'il faut la diviser par le cosinus de la latitude de l'étoile (531): de là vient que l'aberration absolue, qui est toujours de 20″ de grand cercle, si on la prend dans la région d'une étoile, devient très grande pour les étoiles voisines du pole, si on la mesure sur l'équateur, ou qu'on ait égard au changement qui en résulte sur l'ascension droite.

794. L'aberration des planetes se réduit à une regle fort simple. Supposons la planete fixe en C (*fig.* 94), et donnons à la terre un mouvement AB, en sorte que l'angle ACB soit le mouvement géocentrique de la planete pendant le tems que la lumiere a mis à venir de C en B, ou de la planete à la terre; l'angle ACB est lui-même l'aberration. Ainsi la planete paroît à l'endroit où elle étoit un demi-quart d'heure auparavant, si la lumiere emploie un demi-quart d'heure à venir de la planete jusqu'à nous.

De la Nutation.

795. La nutation est un mouvement apparent de 9″, observé dans les étoiles, dont la période est de 18 ans, causé par l'attraction de la lune sur le sphéroïde de la terre. On verra dans le XIIe livre que la précession des équinoxes, qui est de 50″ par an, est produite par l'action du soleil et de la lune (1064); mais les nœuds de la lune changent continuellement de place, et son inclinaison par rapport à l'équateur, d'où dépend son effet sur l'équateur, varie de 10° dans l'espace de 18 ans; il en doit résulter une inégalité dans la précession, et un balancement ou une nutation dans l'axe de la terre. Par l'effet de cette nutation les étoiles doivent paroître se rapprocher et s'éloigner de l'équateur, puisque l'équateur, en changeant de place, répond à différentes distances des étoiles.

Flamsteed avoit espéré, vers l'an 1690, au moyen des étoiles voisines du zénit, de déterminer la quantité de cette nutation qui devoit avoir lieu suivant la théorie de Newton; mais il abandonna ce projet, parcequ'il jugea que si cet effet existoit, il devoit être insensible jusqu'à ce qu'on eût des instrumens bien plus longs que 7 pieds, plus solides et mieux fixés que les siens. (*Hist. cél.*)

Ces idées de nutation devoient se présenter naturellement à tous ceux qui avoient apperçu dans les étoiles des changemens de déclinaisons; et nous avons vu que les premiers soupçons de Bradley, en 1727, furent qu'il y avoit quelque nutation de l'axe de la terre qui faisoit paroître l'étoile γ du dragon plus ou moins près du pole (778); mais la suite des observations l'obligea de chercher une autre cause pour les variations annuelles; ce ne fut qu'au bout de quelques années qu'il reconnut le second mouvement dont il s'agit ici.

796. Pour bien expliquer la découverte de la nutation, il faut remonter au tems où Bradley observoit les étoiles pour découvrir l'aberration: il vit, en 1728, que le changement annuel de déclinaison dans les étoiles voisines du colure des équinoxes étoit de 2″ plus grand qu'il ne devoit résulter de la précession des équinoxes, supposée de 50″ et calculée à la maniere ordinaire, sans que cette différence pût être attribuée à l'instrument, parceque les étoiles voisines du colure des solstices donnoient une différence contraire. « Mais, ajoute Bradley, « soit que ces petites variations viennent d'une cause réguliere, « ou qu'elles soient occasionnées par quelque changement dans « le secteur, je ne suis pas encore en état de les déterminer ». Il n'en fut que plus ardent à continuer ses observations pour déterminer la période et la loi de ces variations; il demeura presque toujours à Wansted, jusqu'en 1732 qu'il fut fait professeur à Oxford après la mort de Halley; et il continua d'observer avec la même exactitude toutes les circonstances des changemens de déclinaison sur un grand nombre d'étoiles. Chaque année il voyoit les périodes de l'aberration se rétablir suivant les regles que l'on a vues ci-dessus; mais d'une année à l'autre il y avoit d'autres différences: les étoiles situées entre l'équinoxe du printems et le solstice d'hiver se trouvoient être plus près du pole boréal, et les étoiles opposées s'en étoient éloignées: il commença de soupçonner que l'action de la lune sur l'équateur, c'est-à-dire sur la partie la plus relevée de la terre, pouvoit causer une variation ou un balancement dans l'axe de la terre: son secteur étant demeuré fixe, il continua d'y venir observer souvent. En 1736, et à la fin d'une demi-révolution des nœuds de la lune, il avoit déja reconnu la nutation; et, en 1747, il a publié en détail les circonstances et la cause de ce phénomene. Nous allons rendre compte de cette nouvelle découverte d'après Bradley lui-même. (*Philos. Transactions*, 1748).

797. En 1727, le nœud ascendant de la lune concouroit avec l'équinoxe du printems, de sorte que la lune s'écartoit de l'équateur dans ses plus grandes latitudes de 28° ½; en 1736, le nœud ascendant s'étant trouvé dans l'équinoxe de la balance, la lune ne pouvoit plus s'écarter de l'équateur que de 18° ½, de sorte que son orbite étoit plus éloignée de l'équateur de 10° en 1727 qu'en 1736; or c'est en s'écartant de l'équateur que l'attraction oblique et latérale devient plus sensible sur l'équateur.

Bradley observa, en 1727, par le changement de déclinaison des étoiles voisines du colure des équinoxes, que la précession des équinoxes paroissoit avoir été plus grande que la moyenne (796); et cependant les étoiles situées proche le colure des solstices paroissoient se mouvoir d'une maniere contraire aux effets de cette augmention: les étoiles opposées en ascension droite étoient affectées de la même maniere; γ du dragon et la 35ᵉ étoile de la giraffe avoient éprouvé le même changement en déclinaison, l'une vers le nord, l'autre vers le sud: cela s'accordoit très bien avec une nutation de l'axe de la terre, qui doit évidemment produire la même différence sur les étoiles opposées en ascension droite.

En 1732, le nœud de la lune avoit rétrogradé jusqu'au solstice d'hiver; alors les étoiles situées proche le colure des équinoxes parurent changer leur déclinaison suivant la précession de 50″. Dans les années suivantes, ce changement diminua jusqu'en 1736, que le nœud parvint à l'équinoxe de la balance.

Les étoiles situées vers le colure des solstices changerent leur déclinaison, depuis 1727 jusqu'en 1736, de 18″ moins que n'exigeoit la précession; de sorte que le pole du monde, ou l'axe de la terre, avoit éprouvé une nutation de 18″ pendant une demi-révolution des nœuds de la lune, ce qui devoit changer d'autant l'obliquité de l'écliptique. En 1745, au bout de 18 ans, les nœuds étant revenus à leur premiere situation, les étoiles reparurent toutes aux mêmes points, sauf la précession; on vit les mêmes phénomenes qu'en 1727; et Bradley ne douta plus que la nutation de l'axe terrestre n'en fût la véritable cause.

798. Pour expliquer et la nutation et le changement de la précession, il suffisoit de supposer que le pole de la terre décrivoit un petit cercle, comme Copernic l'avoit supposé autrefois pour expliquer le changement qu'il croyoit avoir lieu dans l'obliquité de l'écliptique. En donnant 18″ au diametre de ce cercle, et supposant qu'il étoit décrit par le pole en 18 ans, il expliquoit et le changement de la précession annuelle, tel

que les étoiles voisines du colure des équinoxes l'avoient indiqué, et la nutation de l'axe de la terre démontrée par les étoiles voisines du colure des solstices.

Pour montrer l'accord de sa théorie avec les phénomenes, Bradley rapporte un grand nombre d'observations faites, depuis 1727 jusqu'en 1747, sur différentes étoiles et sur-tout γ du dragon. De plus de 300 observations qu'il avoit faites de celle-ci il ne s'en trouvoit que onze qui différassent de la moyenne de 2''.

Soit E le pole de l'écliptique (*fig.* 97), P le pole de l'équateur, qui en est éloigné de 23° ½, et autour du point P un petit cércle, dont le rayon PB soit de 9''. Au lieu du point P, qui est le lieu moyen du pole, on suppose que le vrai pole décrive un cercle ABCD, qu'il soit en A lorsque le nœud de la lune est dans l'équinoxe du printems, ou sur le colure des équinoxes P♈, et qu'il continue de se mouvoir de A en B de la même maniere que le nœud, en sorte que quand le pole du monde est en O, l'arc AO soit égal en degrés à la longitude du nœud de la lune, ou à ce qui lui manque pour faire 360°; le lieu du vrai pole sera toujours plus avancé de 90° en ascension droite dans le cercle ABC que le lieu du nœud de la lune dans l'écliptique, et le pole sera en D lorsque le nœud sera en ♋. Puisque le pole rétrograde de A en B, il doit se rapprocher des étoiles qui sont dans le colure PB♈ des équinoxes; de sorte que la précession paroîtra plus grande, en occasionnant dans les étoiles qui sont sur le colure des équinoxes un changement de déclinaison plus grand de 9'' qu'il ne devoit être, et cela dans l'espace de 4 ans et 8 mois que le nœud emploiera à venir du bélier au capricorne, et le pole à venir de A en B; en même tems le pole paroîtra s'être approché des étoiles qui sont vers le solstice d'hiver ou du côté de E : telles sont en effet les circonstances que Bradley avoit observées (796.)

799. Le premier effet général de la nutation, celui qui est le plus facile à appercevoir, est le changement de l'obliquité de l'écliptique ; cet angle augmente de 9'' quand le nœud est dans le bélier ; alors le pole est en A, et la distance des poles EA se trouve plus grande de 18'' que quand le nœud est dans la balance et que le pole est en C. L'obliquité de l'écliptique étoit en 1774 de 23° 27' 57'', et en 1783 de 23° 28' 11'' : non seulement elle n'a pas diminué de 4'' comme elle auroit dû faire (757); mais elle a augmenté de 14'', ce qui fait 18'' de plus pour le seul effet de la nutation, qui est égal à AC.

Quand le pole de la terre est en O, l'obliquité de l'écliptique est EO ou EH, et la nutation se trouve égale à PH; l'arc AO ou l'angle APO est égal à la longitude du nœud, et PH en est le cosinus : or PH$=9''$ sin. OB, ou $9''$ cos. AO; donc la nutation PH$=+9''$ cos. nœud, ou $9''$ multipliées par le cosinus de la longitude du nœud de la lune.

La nutation change également les longitudes, les ascensions droites et les déclinaisons des astres; il n'y a que les latitudes qu'elle n'affecte point, puisque le pole E de l'écliptique est immobile dans la théorie de la nutation.

L'hypothese précédente suffit pour calculer ces changemens; car il ne s'agit que de prendre O pour le pole de l'équateur, EO pour colure des solstices au lieu de EP; du point O, considéré comme pole du monde, l'on tire un arc OS vers une étoile S; alors OS est le complément de sa déclinaison, l'angle SEO le complément de sa longitude; l'angle SOE le complément de son ascension droite; l'arc SE le complément de sa latitude; c'est la seule quantité qui ne varie point dans le triangle ESP, qui devient le triangle ESO. Il est aisé de calculer par la trigonométrie sphérique toutes ces variations, dès qu'on connoît la position du colure EO par rapport au colure moyen EP qui auroit lieu sans le phénomene de la nutation. On en a fait des tables pour les principales étoiles, sans parler des tables générales très étendues et très commodes que le citoyen Delambre a publiées dans le 9e volume de mes Éphémérides.

LIVRE HUITIEME.

De la Figure de la Terre.

800. On a vu dans le premier livre la méthode par laquelle on a trouvé la grandeur de la terre (39): mais les anciens étoient peu certains de leurs mesures ; suivant les dimensions rapportées dans Pline, le degré de la terre étoit de 700 stades, et les stades de Pline avoient 91 toises $\frac{3}{4}$; ainsi le degré étoit de 66000 toises ; suivant d'autres on n'en trouvoit que 8999 (art. 39); et les différences pouvoient venir de la différente valeur du stade. Fernel, vers 1528, avoit trouvé 57070 toises ; Snellius, en 1617, 55021 ; Norwood, en 1635, 57424 ; et Riccioli 62900 toises.

Telle étoit l'incertitude de nos connoissances à cet égard, lorsque l'académie des sciences entreprit de connoître la véritable grandeur de la terre en mesurant un degré au milieu de la France en 1669. Il eût été long et difficile de mesurer toise à toise d'un bout à l'autre un espace de 25 lieues, quoique cela se soit fait dans l'Amérique septentrionale (*Phil. Transact.* 1768). Picard aima mieux employer la trigonométrie, et se contenta de mesurer avec soin un espace de deux lieues sur le chemin de Villejuive à Juvisy, qui étoit déja pavé en droite ligne, et il en conclut tout le reste par des triangles. Depuis ce tems l'académie a fait élever à Villejuive et à Juvisy deux pyramides, dont les axes sont exactement à 5716 $\frac{1}{2}$ toises l'un de l'autre, suivant la mesure que nous avons faite de leur distance en 1756, le thermometre étant à 12°, parceque la dilatation du fer produiroit une toise de moins sur le degré mesuré si le thermometre étoit plus haut d'un degré.

801. La toise qui nous a servi pour cette opération étoit déposée au cabinet de l'académie ; mais l'on en a envoyé des modeles exacts dans toutes les villes considérables, afin qu'il n'y eût plus à l'avenir de difficultés sur la véritable toise de France, comme il y en avoit eu jusqu'à présent, et comme il y en a même en Angleterre, où l'on n'est pas encore convenu d'une mesure certaine : la toise de l'académie est de toutes les mesures de l'univers la mieux constatée et la plus célebre dans tous les pays où il y a des savans. Paucton a donné, dans sa

Métrologie, les rapports des mesures étrangeres avec la nôtre d'après les matériaux que j'avois rassemblés de toutes parts.

802. Le premier triangle formé par Picard sur la base de Villejuive se terminoit au clocher de Brie-comte-Robert; le second avoit pour base la distance de Villejuive à Brie-comte-Robert, et se terminoit à la tour de Montlhéry; ce second triangle lui fit trouver la distance de Brie à Montlhéry 13121 $\frac{1}{2}$ toises. En continuant ainsi de triangle en triangle, on est parvenu jusqu'au clocher de Notre-Dame d'Amiens, qui est plus septentrional que la façade méridionale de l'observatoire de 60390 toises, mais dont la latitude est aussi plus avancée de 1° 3′ 9″; ce qui donne pour la longueur d'un degré juste 57069 toises.

803. La 25ᵉ partie de ce degré est ce que l'on est convenu assez généralement d'appeler une lieue : la lieue est donc de 2283 toises, en sorte que la circonférence entiere de la terre est de 9000 lieues, chacune de 2283 toises. Les lieues marines sont de 20 au degré ou 2853 toises; on les compte ainsi sur la mer, pour que 3 minutes, qui sont trois mille marins d'Angleterre et d'Italie, fassent une lieue marine de France, et que les navigateurs de tous les pays puissent s'entendre plus aisément.

De la Figure de la Terre, et de son Applatissement.

804. Le degré mesuré par Picard entre Paris et Amiens suffisoit pour connoître la grandeur de la terre entiere, en la supposant sphérique; mais si la terre n'est pas ronde et qu'elle soit plus convexe dans une partie de sa circonférence que dans l'autre, les 360° doivent être différens entre eux, et celui des environs de Paris ne sera plus la 360ᵉ partie de la circonférence de la terre : ce fut pour s'en assurer que l'académie des sciences de Paris songea, en 1683, à se procurer la mesure de plusieurs degrés sous différentes latitudes, afin de voir si ces degrés étoient égaux, comme ils devoient l'être en supposant la terre sphérique.

805. Je ne sais pas à qui l'on dut la premiere conjecture qui donna naissance à toutes ces recherches; je trouve seulement que Picard, dans sa Mesure de la terre, publiée en 1671, parle d'une conjecture *qui avoit déja été proposée dans l'assemblée, que, supposé le mouvement de la terre, les poids devroient descendre avec moins de force sous l'équateur que sous les poles;*

et Picard observe que de là il résulteroit une différence sur les pendules qui battent les secondes. On avoit fait des expériences qui ne s'accordoient pas : mais Richer fut envoyé à Cayenne (742), et parmi les objets de son voyage nous voyons qu'il étoit chargé par l'académie d'observer la longueur du pendule à secondes; et, dans ses observations, il dit que c'est l'une des plus considérables qu'il ait faites. « La même mesure qui avoit « été marquée en Cayenne sur une verge de fer suivant la lon-« gueur qui s'étoit trouvée nécessaire pour faire un pendule à « secondes de tems, ayant été apportée en France et comparée « avec celle de Paris, leur différence a été trouvée d'une ligne « et un quart, dont celle de Cayenne est moindre que celle de « Paris, laquelle est de 3 pieds 8 lignes $\frac{3}{5}$: cette observation a été « réitérée pendant dix mois entiers, où il ne s'est point passé « de semaine qu'elle n'ait été faite plusieurs fois avec beaucoup « de soin. Les vibrations du pendule simple dont on se servoit « étoient fort petites; elles duroient fort sensibles jusqu'à 52' de « tems, et ont été comparées à celles d'une horloge très ex-« cellente, dont les vibrations marquoient les secondes de tems ». (*Recueil d'observations faites en plusieurs voyages*, *in-fol.* 1693). D'ailleurs le pendule de l'horloge de Richer, qui battoit les secondes à Paris, retardoit à Cayenne de 2 minutes par jour; ce qui prouvoit que la pesanteur de la lentille étoit moindre à Cayenne, et que la lentille y descendoit vers la terre avec moins de vitesse (*Regiæ scient. academiæ Historia*, *l.* 1).

806. Depuis ce tems-là on a observé la longueur du pendule en divers pays; et l'on a trouvé les quantités suivantes en pouces, lignes et centiemes de ligne.

Sous l'équateur à 2434 toises de hauteur (Bouguer, Fig. de la terre).	36p	6li	70
Sous l'équateur à 1466 toises, par le même	36	6	83
Sous l'équateur au niveau de la mer, par le même	36	7	07
Après les réductions, pour la chaleur et pour le poids de l'air. . .	36	7	21
Au cap de Bonne-Espérance 33° 55′ sud (Mém. acad. 1751) . . .	36	8	07
A Paris 48° 50′ (Mém. acad. 1735), par Mairan.	36	8	52
Par Borda, après les réductions faites, à 13° du thermometre. . . .	36	8	57
A Pétersbourg 59° 56′, par Mallet.	36	8	97
A Pello 66° 48′ (Maupertuis, Fig. de la terre)	36	9	17
A Ponoi en Laponie 67° 4′, par Mallet	36	9	17
Au Spitzberg, 69° 50′, Lyons, voyage de Phips	36	9	38

807. Ainsi la premiere expérience qui prouva démonstrativement que la terre tournoit sur son axe fut celle du pendule en 1672. Huygens soupçonna dès lors qu'en vertu de la force centrifuge qui rendoit la pesanteur des corps sous l'équateur

moindre qu'à Paris (1011), il pouvoit très bien se faire que les parties de la terre y fussent aussi plus relevées et plus éloignées du centre, ce qui devoit donner à la terre la figure d'un sphéroïde applati vers les poles; le disque de jupiter, dont Cassini avoit déja observé l'applatissement, même avant l'année 1666, étoit une grande raison de croire aussi la terre applatie, comme il le dit lui-même (*Mém. acad.* 1701).

808. Voyons donc la maniere dont les astronomes pouvoient s'assurer de cet applatissement par la mesure des degrés de la terre sous différentes latitudes. Si la terre n'est pas ronde, la mesure de ses degrés doit se faire autrement que sur le globe. Soit EPQO (*fig.* 100) la circonférence applatie de la terre; EDFQ celle d'un cercle circonscrit et qui a le même diametre ECQ; ayant pris un arc DF de ce cercle, qui soit $\frac{1}{360}$ de la circonférence entiere, c'est-à-dire un degré, l'angle DCF sera aussi d'un degré; mais l'arc GH de la terre applatie n'est point ce qu'on doit appeler un degré de la terre, quoiqu'il soit compris entre les lignes DGC et FHC, qui font un angle d'un degré au centre de la terre.

809. Je supposerai d'abord comme un principe d'hydrostatique démontré par l'expérience et par le raisonnement que la pesanteur agit toujours perpendiculairement à la surface de la terre, quelle que soit sa figure. Les niveaux à bulle d'air, les niveaux d'eau, les niveaux formés par un fil à-plomb, donnent toujours le même résultat dans les nivellemens : cela prouve que le fil à-plomb est exactement perpendiculaire à la surface de l'eau qui marque la surface de la terre, et qui prend nécessairement la figure que la gravité donne à la terre (Bouguer, *fig. de la terre*, *p.* 353).

810. Le fil à-plomb qui, dans nos instrumens, marque la ligne du zénit et auquel nous rapportons les hauteurs des astres, est donc perpendiculaire à la surface de la terre; et si un observateur en P (*fig.* 101), par exemple, à Paris, voit une étoile, comme la claire de persée, passer au méridien précisément par le zénit, il la verra sur la ligne BPZ, qui est perpendiculaire à la surface de la terre, et qui ne va point se diriger au centre C, à moins que la terre ne soit parfaitement sphérique. Un autre observateur situé en A, par exemple, à Amiens, voit la même étoile sur un rayon AS, qui est parallele à PZ, à cause de la grande distance : cette étoile paroît éloignée de la verticale XAB d'un angle SAX. Si avec les instrumens exacts qu'on emploie à ces observations on trouve que la claire de persée passe à

un degré du zénit d'Amiens, il s'ensuit que l'angle SAX est d'un degré ; ainsi l'angle PBA, qui est égal à SAX, sera aussi d'un degré ; dans ce cas-là nous dirons que l'arc AP de la terre, compris entre Paris et Amiens, est un degré de la terre ; d'où résulte la définition suivante.

811. LE DEGRÉ *du sphéroïde terrestre* (quelle que soit sa figure) *est l'espace qu'il faut parcourir sur la terre pour que la ligne verticale ait changé d'un degré.* Ainsi les degrés que nous mesurons par observation sont des angles B, qui n'ont point leur sommet au centre C de la terre, mais au point de concours des verticales ZPB et XAB, perpendiculaires à la terre en P et en A, c'est-à-dire aux deux extrémités du degré. Cette maniere de concevoir et de mesurer les degrés nous est donnée par la nature même, à cause du fil à-plomb qui s'emploie nécessairement dans les observations, et qui seul peut nous faire trouver les distances des étoiles au zénit, et par conséquent les degrés de la terre. Mais plusieurs auteurs ont méconnu cette vérité, ce qui leur a fait dire que la terre étoit alongée vers les poles.

812. Il suit de notre définition que dans les endroits les plus applatis de la terre les degrés doivent être les plus longs, par une raison bien simple; plus un arc PA (*fig.* 102) aura de convexité ou de courbure, l'angle F étant toujours supposé d'un degré, plus cet arc PA sera court; si au lieu de PA nous prenons l'arc PD plus convexe et plus courbe que PA, DG étant parallele à AF, et l'angle PGD d'un degré, aussi bien que PFA, cet arc PD sera plus court, quoiqu'il ait la même amplitude, c'est-à-dire qu'il soit d'un degré ; sa longueur en toises sera plus petite que celle de PA. Dans une ellipse et dans toutes les courbes analogues la courbure est la plus grande au sommet du grand axe, et la moindre au sommet du petit axe ; donc si la terre est applatie vers les poles, l'arc d'un degré aura plus de longueur, ou renfermera un plus grand nombre de toises à mesure qu'on approchera des poles où l'applatissement est le plus grand.

813. Il suffisoit donc de mesurer l'étendue d'un degré à différentes distances des poles pour juger si la terre étoit ronde; en conséquence l'académie obtint, en 1683, des ordres du roi pour continuer la méridienne de Paris au nord et au sud depuis l'océan jusqu'à la méditerranée. Cassini partit pour aller au midi : la Hire alla au nord de Paris ; l'ouvrage avançoit lorsqu'il fut suspendu tout-à-coup par la mort du grand Colbert, arrivée le 6 septembre 1683.

814. Ce travail ne fut repris qu'en 1700; on trouva les degrés

un peu plus longs du côté du midi : Cassini se trompa dans la conséquence qu'il en tira; car il croyoit d'abord la terre applatie vers les poles; quand on lui eut montré que ce devoit être le contraire, il la soutint alongée. Mais comme la différence d'un degré à l'autre est très petite, on disputa jusqu'en 1733 sur l'inégalité des degrés. La Condamine représenta pour lors qu'on leveroit toute difficulté en mesurant un degré aux environs de l'équateur, par exemple, à Cayenne; il s'offrit de l'entreprendre lui-même. En 1734 Godin lut aussi un mémoire sur les avantages qu'on pourroit tirer d'un voyage à l'équateur, qu'il offrit d'entreprendre avec Fouchy. Maurepas, ministre d'état, décida ce voyage, que Godin, la Condamine et Bouguer entreprirent effectivement. Ces trois académiciens partirent au mois de mai 1735. Peu après leur départ Maupertuis représenta à Maurepas qu'on détermineroit avec une précision bien plus grande l'inégalité des degrés, et par conséquent la figure de la terre, si l'on alloit mesurer aussi un degré dans le nord, le plus loin qu'il seroit possible de l'équateur : l'académie choisit pour ce voyage du nord Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier et Outhier; ils partirent en 1736 pour la Suede, et ils arriverent à Tornéo vers la fin de l'hiver.

815. Cette entreprise fut exécutée avec promptitude; car l'année suivante, le 13 novembre 1737, dans l'assemblée publique de l'académie, Maupertuis lut un discours qui contenoit la relation et le résultat de ce voyage célebre, comme il en avoit lu 18 mois auparavant le motif et le projet : cette relation est imprimée dans son livre qui a pour titre, *La Figure de la Terre, etc.*, où l'on voit que le degré du méridien qui coupe le cercle polaire est de 57422 toises, plus grand de 353 toises que le degré de Paris. Cette augmentation forma dès lors une démonstration complete de l'applatissement de la terre.

816. Les trois académiciens envoyés au Pérou trouverent plus de difficultés dans leur mesure, et y employerent plus de tems; ce ne fut qu'en 1741 qu'elle fut terminée. Ils trouverent que le premier degré du méridien étoit de 56750 toises, plus petit de 672 toises que le degré du nord (*Mesure de* 3 *prem. degrés du mérid.* par la Condamine). Ce fut une nouvelle confirmation de la diminution des degrés en allant vers le midi et de l'applatissement vers le nord. Cet applatissement de la terre est aussi confirmé par la diminution du pendule (805), par la figure de jupiter, dont on voit que le disque est sensiblement applati; il est d'ailleurs une suite du mouvement de la terre sur

son axe, et de la force centrifuge qui tend à soulever les parties de l'équateur (1011.)

817. Newton, et après lui Maclaurin et Clairaut (Théorie de la Fig. de la terre), ont démontré qu'en supposant la terre homogene et fluide, elle a dû prendre une figure elliptique et applatie de $\frac{1}{230}$: la différence des degrés que nous devons de rapporter est un peu plus considérable; mais plusieurs autres degrés mesurés en Allemagne, en Italie, au cap de Bonne-Espérance et en Amérique, nous persuadent que l'applatissement n'est que de $\frac{1}{300}$; le degré moyen de la terre sous le 45ᵉ degré étant de 57028 toises.

818. La dixmillionnieme partie du quart du méridien sera désormais sous le nom de METRE la mesure universelle de la France, et probablement des savans de tout l'univers.

819. On a remarqué dans les accroissemens des degrés, en allant de l'équateur vers les poles, quelques irrégularités, qui viennent peut-être des circonstances locales plus que de l'irrégularité de la terre : on trouve, par exemple, que le degré mesuré en Italie est plus petit, et que celui du cap est plus grand qu'il ne devroit être suivant la loi établie par les trois degrés, mesurés sous l'équateur, en France et au cercle polaire : mais une partie de cette différence peut venir de l'attraction latérale des montagnes sur le fil à-plomb. Par les observations que Bouguer et la Condamine firent avec grand soin en 1737 au Pérou, près de de la montagne de Chimboraço, le fil à-plomb étoit détourné de 8″ par la masse de cette montagne. On a éprouvé de semblables effets dans les Pyrénées, dans les Alpes, dans l'Apennin, et en Ecosse, où le C. Maskelyne a fait ces observations en 1775 avec une précision toute nouvelle.

820. Si l'on suppose elliptique la figure de la terre, que l'on décrive un sphéroïde sur les deux rayons de la terre, dont l'un est de 3262237 toises, l'autre de 3273148 toises, son volume ou sa solidité sera 1230320000 lieues cubes; la surface de ce sphéroïde 25772921 lieues carrées.

821. Pour avoir une idée de la masse ou du poids total de la terre, supposons qu'elle soit composée intérieurement d'une matiere à-peu-près analogue à l'argille, dont le pied cube pese environ 140 livres; la toise cube pesera 30240 livres; la lieue cube 359775200000000, et le poids de la terre entiere sera 4426384000000000000000000 livres, ce nombre étant composé de 25 chiffres. Si l'on vouloit pousser le calcul jusqu'à avoir le nombre de grains de sable dont cette masse est composée, chaque

grain de sable sensible ayant un vingtieme de ligne, on trouveroit qu'il doit y avoir en tout *dans la masse du globe terrestre* 755382300000000000000000000000000 grains de sable, ce nombre étant composé de 33 chiffres.

822. L'abaissement du niveau vrai par rapport au niveau apparent est l'effet le plus connu de la courbure de la terre. Si la ligne AH (*fig.* 92) est horizontale, et qu'à une distance AO il y ait une montagne OH, on ne verra du point A que le sommet H de la montagne sur la ligne horizontale AH, et OH est l'abaissement du niveau vrai O par rapport au niveau apparent H. Il est aisé de calculer OH ou CH, puisqu'on connoît le rayon CA de la terre et l'arc AO de la terre ou l'angle ACO. Cette courbure OH est d'un pied pour 1050 toises, ou, ce qui est plus aisé à retenir, elle est d'une aune pour une lieue (3 pieds 7 pouces 11 lignes $\frac{1}{4}$ pour 2000 toises); mais elle augmente comme le carré des distances (989), et à 4000 toises elle est de 14 pieds 8 pouces.

823. Cette courbure détermine la distance de l'horizon sensible (12), du moins en pleine mer; car si l'observateur est en H, la ligne HA va toucher la mer à l'extrémité de l'horizon sensible, et il varie à raison de la hauteur OH; l'abaissement est de 4′ 35″, pour 20 pieds d'élévation.

LIVRE NEUVIEME.

Des Satellites de Jupiter, de Saturne et de Herschel.

824. Les satellites de jupiter sont quatre petites planetes qui tournent autour de jupiter, comme nous l'avons indiqué (*fig.* 42): ils furent découverts par Galilée le 7 janvier 1610, peu après la découverte des lunettes d'approche. Ils servent continuellement aux astronomes pour déterminer les différences de longitudes entre les différens pays de la terre (54); et leur théorie est une partie importante de l'astronomie.

Galilée, Reineri, Morin, s'occuperent les premiers à réduire en tables les mouvemens des satellites; mais on n'en eut de tables un peu exactes qu'en 1668 par Cassini. Celles dont on s'est servi depuis 40 ans pour calculer les éclipses des satellites de jupiter sont de Wargentin : il en avoit donné la premiere édition en 1746 dans les mémoires d'Upsal; mais les citoyens la Place et Delambre nous en ont procuré de meilleures en 1791 : elles sont dans mon *Astronomie*, 3[e] édition.

825. La premiere chose qu'on doit faire pour construire les tables est de déterminer les tems des révolutions : on pourroit y parvenir en observant plusieurs fois le moment où chaque satellite paroîtroit en conjonction vu de la terre; mais pour qu'elles soient les mêmes que les conjonctions vues du soleil, il faut choisir les conjonctions des satellites qui arrivent quand jupiter est en opposition ; car alors si le satellite passe au-dessus ou au-dessous du disque de jupiter, le moment où il répond au centre de jupiter est celui de la conjonction vue du soleil et vue de la terre.

826. On a encore d'une maniere plus facile et plus commode les conjonctions vues du soleil par le moyen des éclipses; car lorsqu'un satellite est au milieu de l'ombre que jupiter répand derriere lui, il est évident que le satellite est en conjonction avec jupiter, puisqu'il est sur la ligne menée du soleil à jupiter. L'intervalle d'une éclipse à l'autre sera la durée d'une RÉVOLUTION SYNODIQUE (455), c'est-à-dire d'une révolution par rapport au soleil; et ce sont presque les seules révolutions dont on fasse usage. On a soin de comparer entre elles des conjonctions très éloignées, pour mieux compenser les inégalités

des

des satellites, celles de jupiter, et les erreurs inévitables dans les observations : on trouvera ces révolutions calculées avec le plus grand soin à l'art. 860, et telles que le C. Delambre les a déduites des observations les plus récentes.

827. LA RÉVOLUTION PÉRIODIQUE est le retour d'un satellite au même point de son orbe ou au même point du ciel, vu de jupiter, après avoir fait 360° : cette révolution périodique est un peu plus courte que la révolution synodique ; car elle ne le rameneroit pas jusqu'à l'ombre de jupiter, qui, pendant ce tems-là, s'est avancé lui-même d'une certaine quantité dans son orbite, comme nous l'avons expliqué pour la lune (558). Nous ne parlerons guere que des révolutions synodiques ; ce sont les seules que nous puissions immédiatement observer, et celles dont dépendent les éclipses, qui sont aujourd'hui les seules choses que l'on observe ; cependant on trouvera dans la table des élémens (860) les révolutions périodiques des quatre satellites par rapport aux équinoxes.

Pour avoir les révolutions périodiques par le moyen des révolutions synodiques observées, il faut faire la proportion suivante : 360°, plus le mouvement de jupiter pendant une révolution synodique, sont à la durée de cette révolution synodique observée comme 360° seulement sont à la durée de la révolution périodique.

828. Connoissant les révolutions des satellites, il faut aussi connoître leurs distances par rapport au centre de jupiter, en les mesurant dans le tems de leur plus grande élongation avec un micrometre ; il suffit même de mesurer la distance d'un seul ; les autres distances se calculent aisément par le rapport constant qu'il y a entre les carrés des tems et les cubes des distances (830).

C'est ainsi qu'on a trouvé les distances ou les élongations telles que je les ai rapportées dans la table de l'article 860. Celle du 4e satellite a été trouvée par Pound de 8′ 16″ avec un micrometre appliqué à une lunette de 15 pieds, et celle du 3e satellite de 4′ 42″ avec une lunette de 123 pieds. Les deux autres ont été conclues par le calcul de 2′ 56″ 47‴, et 1′ 51″ 6‴. (Newton, liv. III).

Comme il est plus commode d'exprimer ces distances en demi-diametres de jupiter et en centiemes de ce même rayon, c'est aussi la forme que l'on emploie : on trouvera ces distances dans la table des élémens (860) telles qu'elles furent déter-

minées par Cassini ; par exemple la distance du premier satellite est de 5, 67, c'est-à-dire 5 demi-diametres de jupiter et 67 centiemes ou deux tiers. On en déduiroit aisément leurs distances réelles ; car le diametre de jupiter est environ onze fois plus grand que celui de la terre. Il suffiroit donc de multiplier par 11 les distances que nous donnons en demi-diametres de jupiter pour les avoir en demi-diametres de la terre, ou par 15555 pour les avoir en lieues.

829. Le diametre de jupiter vu du centre du soleil dans ses moyennes distances au soleil, ou vu de la terre dans ses moyennes distances à la terre, est de $37''\frac{1}{4}$; son demi-diametre est donc $18''\frac{5}{8}$. Si l'on multiplie cette quantité par les distances exprimées en demi-diametres de jupiter, on aura ces mêmes distances en minutes et en secondes telles qu'on les observe quand jupiter est dans ses moyennes distances à la terre ; mais elles peuvent augmenter ensuite ou diminuer d'un cinquieme à cause de la distance de jupiter, plus ou moins grande par rapport à la terre. Les distances des satellites en minutes et en secondes peuvent servir à comparer les distances de ces satellites avec celles des planetes au soleil : supposons, par exemple, qu'on veuille prendre la distance de vénus au soleil pour unité ou pour échelle commune, et qu'on demande la distance du quatrieme satellite par rapport au centre de jupiter ; on fera cette proportion : la distance de vénus au soleil 723 (art. 450) est à celle de jupiter comme 1 est à 7, 1903, distance de jupiter au soleil : on dira ensuite : le rayon est au sinus de 8′ 16″, élongation du satellite, comme 7, 1903 est à 0, 01729, distance du satellite, en parties de celle de vénus : nous en ferons usage sous cette forme-là (1024).

830. En comparant les distances des satellites avec les durées de leurs révolutions périodiques, on remarqua bientôt que la loi de Képler (469) y étoit observée aussi bien que dans les planetes. En effet, si l'on prend le carré de $1^j\ 18^h\ 28'$, et celui de $16^j\ 16^h\ 32'$, ou, plus exactement, ceux des tems périodiques du 1er et du 4e satellite par rapport aux étoiles fixes, et si l'on prend aussi les cubes de leurs distances 5, 67 et 25, 30, on aura (en ne prenant que les premiers chiffres) les nombres 6642, 5775, 1820, 1619, qui sont véritablement en proportion.

831. Les révolutions des satellites étant additionnées successivement jusqu'à ce qu'elles forment des nombres semblables, on trouve à-peu-près les périodes suivantes.

247 révolutions du I	font	437^j	3^h	$44'$
123 révolutions du II	font	437	3	41
61 révolutions du III	font	437	3	35
26 révolutions du IV	font	435	14	13

832. Ainsi, dans l'intervalle de 437 jours, les 3 premiers satellites reviennent à une même situation entre eux, à 9′ près : cette période nous servira quand nous parlerons des attractions réciproques des satellites (845), et des inégalités qui en résultent, sur-tout dans les trois premiers.

Inégalités des Satellites.

833. La plus grande inégalité qu'on ait remarquée dans les révolutions des satellites par rapport au disque de jupiter est celle qui est produite par la parallaxe annuelle (441) : soit S le soleil (*fig.* 103), I le centre de jupiter, B un satellite en conjonction sur la ligne des centres ou sur l'axe de l'ombre, T le lieu de la terre, TIG le rayon mené de la terre par le centre de jupiter; l'angle SIT ou BIG est la parallaxe annuelle de jupiter, qui peut aller à 12°; il faut alors que le satellite arrive de B en G, et parcoure 12° de son orbite pour nous paroître en conjonction sur la ligne TIG, quoique sa véritable conjonction soit arrivée au point B : ces 12° font $1^h\ 25'$ de tems pour le premier satellite, $2^h\ 50'$, $5^h\ 44'$ et $13^h\ 24'$, pour les autres. Telle est l'inégalité qu'on trouve entre les révolutions des satellites, ou leurs retours aux conjonctions observées de la terre, quand on les compare au disque apparent de jupiter, et qu'on observe les passages des satellites sur ce disque; mais quand on se sert des éclipses pour connoître les révolutions, on n'est point exposé à cette inégalité.

834. Passons donc aux inégalités qui ont lieu par rapport à la ligne des centres SIB qui va du soleil à jupiter ; ce sont celles qui affectent les retours des satellites à leurs conjonctions, et les intervalles des éclipses. Nous avons supposé dans la recherche des périodes (826) qu'on avoit pris un intervalle de tems assez long pour que les inégalités fussent fondues et compensées : si dans la recherche des révolutions ou des moyens mouvemens on ne prenoit que l'intervalle d'une seule révolution du satellite, le résultat seroit affecté des inégalités de jupiter et de celles du satellite ; mais si l'on compare des observations éloignées d'une période entiere de jupiter ou de plusieurs, c'est-à-dire de 12, de 24 ans, etc., tout sera compensé, et l'on aura exactement le mouvement moyen, abstraction faite de l'inégalité des re-

tours : on parvient ensuite à connoître ces équations en comparant les intervalles des différentes éclipses; intervalles qui ne different entre eux qu'à raison des inégalités dont il s'agit.

835. La plus grande inégalité dans les retours des conjonctions et des éclipses est celle qui vient de l'inégalité du mouvement de jupiter; car la différence entre le retour d'une conjonction et une révolution périodique complete du satellite dépend du mouvement de jupiter vu du soleil dans cet intervalle de tems, ou de l'arc que le satellite doit parcourir pour revenir à sa conjonction avec le soleil (827) : ce mouvement est irrégulier; ainsi les éclipses par cela seul ne reviendront point dans des intervalles de tems égaux. L'intervalle entre deux éclipses est égal à une révolution périodique du satellite, plus le tems qu'il lui faut pour atteindre l'ombre de jupiter, qui s'est avancée autant que jupiter lui-même, mais inégalement; or l'équation de jupiter (505) étant de 5° 31′, tantôt additive, tantôt soustractive, la somme de tous les petits intervalles dont chaque révolution synodique vraie excede chaque révolution périodique peut faire une différence de 11° 2′ entre deux observations.

836. Soit ABP (*fig.* 104) l'orbite de jupiter, S le soleil, F le foyer supérieur de l'ellipse, autour duquel le mouvement de jupiter est sensiblement uniforme (495). Supposons un satellite qui, dans une période de jupiter, fasse un nombre complet de révolutions synodiques; lorsque jupiter a fait le quart de sa révolution en tems, c'est-à-dire que l'angle AFB, qui exprime l'anomalie moyenne, est de 90°, le satellite doit aussi avoir achevé le quart des révolutions synodiques moyennes qu'il peut faire pendant une période de jupiter, et être parvenu au point H, qui répond dans le ciel au même point que le lieu moyen de jupiter : mais le satellite qui va de K en H arrivera en K, où se fait la conjonction avec jupiter, et sera éclipsé long-tems avant que d'être arrivé en H; la différence KH est la mesure de l'angle KBH, égal à l'angle FBS, qui est l'équation de jupiter, c'est-à-dire 5° 31′. Le premier satellite emploie 0h 39′ 22″ à parcourir 5° 31′ de son orbite : ainsi les éclipses que l'on observe devront avancer de 39′ 22″ au bout de 3 ans; six ans après, lorsque jupiter sera dans la partie opposée de son orbite, elles retarderont d'autant.

837. Pour trouver la quantité de cette équation dans chaque orbite des satellites, on fait cette proportion : 360° sont à la durée de la révolution synodique comme 5° 30′ 38″ sont à un

4ᵉ terme qui se trouve de 39′ 22″, 1ʰ 19′ 13″, 2ʰ 39′ 42″, et 6ʰ 12′ 59″. Tel est le fondement de la plus grande inégalité des conjonctions et des éclipses des satellites.

838. L'inégalité qui dépend de l'excentricité de jupiter, et que je viens d'expliquer, fut la premiere que Cassini employa dans ses tables pour le calcul des éclipses; mais il remarqua bientôt qu'elle ne suffisoit pas pour expliquer toutes les différences qui s'observoient entre les retours de ces éclipses. Il employa d'abord dans ses éphémérides certaines équations empiriques, c'est-à-dire que l'observation lui indiquoit, sans en connoître la loi ni le principe; et l'on en employoit encore de semblables en 1791 (843).

839. La seconde inégalité dont on ait apperçu la véritable cause est celle qui vient de la propagation successive de la lumiere. Soit S (*fig.* 104) le soleil, ABP l'orbite de jupiter, TVR l'orbite de la terre, dont le diametre TR est de 69 millions de lieues; la lumiere que jupiter nous réfléchit est un corps dont l'impression doit arriver jusqu'à nous pour nous faire appercevoir jupiter et ses satellites; le mouvement de ce corps ne sauroit être d'une vîtesse infinie, il lui faut un certain tems pour arriver de T en R. Ainsi, quand la terre est en T, jupiter étant en opposition, sa lumiere arrive plutôt à nos yeux que quand la terre est en R, jupiter approchant de sa conjonction. On observa en effet que les éclipses des satellites arrivoient environ un quart-d'heure plus tard quand la terre étoit vers R que quand elle étoit en T. Ce fut le 22 novembre 1675 que Romer donna cette explication à l'académie.

840. Cette inégalité étoit sur-tout bien sensible dans le premier satellite; mais la découverte de l'aberration (782) ayant démontré encore mieux la propagation successive de la lumiere, il a été reconnu que cette équation devoit être commune aux 4 satellites. Maraldi trouvoit, en 1741, que les tables du 3ᵉ étoient fort rapprochées de l'observation par le moyen de cette équation; et Wargentin s'assura, en 1746, de cette équation de la lumiere par la comparaison d'un grand nombre d'observations.

841. La vîtesse avec laquelle les rayons de lumiere parviennent depuis le soleil jusqu'à nos yeux est telle que pendant le même tems la terre fait dans son orbite un arc de 20″ (787); or la terre décrit un arc de 20″ en 0ʰ 8′ 7″ de tems à-peu-près; la lumiere met donc 8′ à parvenir du soleil à la terre. Lorsque la terre sera en R, jupiter étant en conjonction avec le soleil, c'est-à-dire en A, la lumiere mettra, pour venir jusqu'à nous, 16′ de plus qu'elle n'en employoit lorsque la terre étoit en T, et jupiter

en opposition dans le point A : ainsi les éclipses des satellites arriveront 16′ plus tard dans les conjonctions que dans les oppositions, et dans les autres tems à proportion : c'est l'objet de l'équation principale de la lumiere.

842. Cela suppose que jupiter soit dans ses moyennes distances ; mais, à cause de l'excentricité de son orbite, jupiter est quelquefois plus ou moins éloigné du soleil, et la différence des distances est quelquefois égale à la moitié de SR ; en sorte que quand jupiter est dans son aphélie, il y a 4′ 5″ de plus que quand il est dans son périhélie : cette petite équation de la lumiere dépend de l'anomalie de jupiter.

843. La grande équation, qui est causée par l'excentricité de jupiter (835), et les deux équations de la lumiere, sont des causes d'inégalités communes à tous les satellites ; mais il y a d'autres équations particulieres à chacun d'eux. On les a reconnues par observation ; on en a déterminé les quantités à quelques minutes près, même avant qu'on en connût parfaitement la cause, et l'on appliquoit une de ces équations empiriques aux calculs des éclipses de chacun des 4 satellites ; savoir, 3′ ½ en plus ou en moins pour le premier, 16′ ½ pour le 2e, 8′ pour le 3e, et 1h 0′ pour le 4e.

La maniere de déterminer ces équations particulieres à chaque satellite consistoit uniquement à comparer beaucoup d'observations avec le calcul des tables, où l'on avoit employé les inégalités précédentes ; car alors la différence entre le calcul et l'observation formoit l'équation cherchée ; quand on avoit fait cette comparaison un grand nombre de fois, l'on étoit en état de former une table de l'inégalité et d'en voir la période.

L'équation du premier satellite est de 3′ 30″ de tems en plus et en moins, ce qui répond à un demi-degré de son orbite : Bradley apperçut, en 1719, cette inégalité ; il regardoit l'attraction des satellites comme en étant la principale cause, et il indiqua la période de 437 jours (831), en assurant qu'elle ramenoit les erreurs des tables à-peu-près dans le même ordre (*Phil. Trans.* 1726). Wargentin détermina par les observations la loi et la quantité de cette équation du premier satellite, et il la fit entrer dans ses premieres tables, publiées en 1746 ; ce qui leur donna un très grand degré d'exactitude.

En 1766, j'engageai l'académie à proposer pour sujet du prix la théorie de ces inégalités des satellites. Le C. Delagrange fit un grand travail à ce sujet ; Bailly s'en occupa aussi : ils reconnurent tous deux que les inégalités sensibles du premier satellite

étoient dues à l'action du second, mais que la plus considérable de toutes étoit en effet de 3′ 30″, comme l'avoit trouvé Wargentin, avec une période de 437 jours.

844. Le second satellite est celui qui a les plus grandes inégalités; l'excentricité de son orbite peut bien y entrer pour quelque chose: cependant on approche beaucoup de l'observation par l'équation seule de 16′ $\frac{1}{2}$, dont la période est de 437 jours 20^{h}, et qui paroît provenir de l'attraction du premier et du troisieme satellite. Bradley en donna l'idée, et Wargentin en détermina la quantité.

845. Le troisieme satellite est celui dont les inégalités ont été les plus difficiles à déterminer. Wargentin, en 1759, admit une équation de 8′ de tems en plus et en moins, qui dépendoit de son excentricité; Bailly en ajouta cinq autres qui dépendoient des attractions du premier, du second et du quatrieme: tout cela faisoit environ 8′ de tems en plus et en moins. Enfin le C. Delaplace a reconnu, en 1789, qu'il y avoit deux équations à-peu-près égales, dont une dépend de la distance à l'apside du 4e satellite; leur somme peut aller à 7′ de tems. L'apside du 3e et celle du 4e coïncidoient à la fin du dernier siecle, et les deux équations s'ajoutoient; vers 1760, elles étoient opposées, et les équations se détruisoient; c'est ce qui a fait si long-tems la difficuté de ces calculs: elle est enfin levée par le secours de la théorie de cet habile géometre.

846. L'équation du 4e satellite, qui va jusqu'à 1^{h} 0′, ne dépend que de l'excentricité de son orbite. Bradley en jugea ainsi en 1717, Maraldi en 1732; mais son apside avance de 44′ par an, et cet effet est produit, suivant Laplace, par l'action du soleil, par celles des trois autres satellites, et par l'applatissement de jupiter, qu'il trouve de $\frac{1}{16}$, et qui change la direction de la force de jupiter sur son satellite.

Il a aussi trouvé une équation de 2′ de degré, qui dépend de l'attraction du soleil et de l'anomalie de jupiter.

Le travail de Laplace sur la théorie des satellites a été plus complet et plus utile que tout ce qu'on avoit fait avant lui: il en a résulté des tables que le C. Delambre a calculées, après avoir discuté une multitude immense d'observations avec une sagacité et un courage dont lui seul étoit capable. Elles sont dans la troisieme édition de mon *Astronomie*.

Des Eclipses des Satellites.

847. Les éclipses des satellites sont un phénomene si impor-

tant pour la géographie, que nous croyons nécessaire d'en développer ici avec quelque étendue les principales circonstances.

Soit EF (*fig.* 103) la largeur de l'ombre que jupiter répand derriere lui, ou l'arc de l'orbite du satellite qui traverse l'ombre. La premiere chose qu'il faut connoître, c'est le *diametre de l'ombre de jupiter* en tems, ou la durée du passage de chaque satellite au travers de l'ombre de jupiter quand il la traverse par le centre B; la moitié de cette quantité, c'est-à-dire FB, ou le demi-diametre de l'ombre, se trouve dans la table ci-jointe.

	Demi-diametre.		
1	1h	7′	55″
2	1	25	40
3	1	47	0
4	2	23	0

848. Si les orbites des satellites étoient toujours dans le même plan que l'orbite de jupiter autour du soleil, chaque satellite seroit éclipsé à toutes ses révolutions, la demi-durée de chaque éclipse seroit toujours la même et comme dans la table précédente; mais aussitôt qu'on eut observé plusieurs fois ces éclipses, on s'apperçut bientôt que la durée n'en étoit pas toujours égale; quelquefois le 3e satellite n'est éclipsé que pendant 1h 17′, quelquefois 2h 7′. On vit même que le 4e satellite s'éclipsoit à chaque révolution pendant 4 ans, qu'ensuite, pendant 2 ans, il passoit au-dessus ou au-dessous de jupiter sans être éclipsé. Cela fit voir que les orbites des satellites étoient inclinées sur celle de jupiter; et ces différences dans la durée des éclipses sont la seule méthode qu'on emploie pour connoître les inclinaisons.

849. Lorsqu'un satellite traverse le cône d'ombre par son centre, comme en FBE, il est exactement dans la ligne droite qui joint les centres de jupiter et du soleil; ainsi il est dans la commune section de son orbite avec celle de jupiter, car il se trouve à-la-fois et dans le plan de son orbite (puisqu'il ne la quitte jamais), et dans celui de l'orbe de jupiter, puisque la ligne menée du soleil à jupiter est toujours dans le plan de cette orbite. Le satellite étant alors dans la commune section de son orbite et de celle de jupiter, il est évident que jupiter y est aussi; l'on peut donc alors dire que jupiter est dans le nœud de son satellite. Ainsi, quand jupiter est au degré de longitude où répond un des nœuds de l'orbe d'un satellite (vu du centre de jupiter ou du soleil), le satellite traverse l'ombre par le centre, et la durée de son éclipse est la plus longue.

850. Soit SO (*fig.* 105) la ligne des nœuds, ou la ligne sur laquelle étoit jupiter quand le plan de l'orbite du satellite étoit dirigé vers le soleil, et que les satellites traversoient l'ombre par

le centre. Supposons que jupiter ait avancé de O en I avec l'orbite du satellite autour de lui; cette orbite restera toujours parallele à elle-même, puisque rien ne tend à la déranger, et la ligne des nœuds sera sur une direction AC parallele à SO. Ainsi, quand jupiter s'éloigne du nœud, la ligne de l'ombre n'est plus dans la commune section des orbes de jupiter et du satellite; donc le satellite, venant à se trouver en opposition au point M, ne sera pas dans le plan de l'orbite de jupiter, et ne sera pas sur la ligne des centres, mais au-dessus ou au-dessous.

851. Quand jupiter est dans le nœud d'un de ses satellites, un observateur supposé dans le soleil se trouve dans le plan de l'orbite du satellite, et il la voit en forme de ligne droite; pour qu'il la vît toujours droite, il faudroit qu'elle passât toujours par son œil, que la commune section ou la ligne des nœuds passât toujours par le soleil: pour cela il faudroit qu'elle fît le tour du ciel aussi bien que jupiter en douze ans, ce qui n'arrive point; la ligne des nœuds est à-peu-près fixe dans le ciel, c'est-à-dire parallele à elle-même et dirigée sensiblement vers le même point du ciel; quand jupiter y a passé une fois, il s'écoule six années avant qu'il y revienne.

852. Soient donc NCIA la ligne des nœuds, ABCD l'orbite du satellite qui traverse en A et en C le plan de l'orbite de jupiter. Il faut concevoir que l'orbite du satellite est relevée en B au-dessus du plan de la figure, et se trouve un peu vers le nord; au contraire en D elle est un peu vers le midi, ou au-dessous du plan de la figure; depuis A jusqu'en B le satellite va toujours en s'élevant au-dessus du plan de l'orbite de jupiter; depuis B jusqu'en C il revient vers ce plan; depuis C jusqu'en D il descend au-dessous du plan, et il y revient depuis D jusqu'en A. Puisque B est la limite, le point de la plus grande latitude, ou de la plus grande élévation du satellite au-dessus du plan de l'orbe de jupiter; ce satellite, arrivé en M dans sa conjonction supérieure, où il est éclipsé, ne sera pas encore à sa plus grande latitude, et il sera d'autant moins éloigné du plan de la figure ou de l'orbite de jupiter que l'angle AIM sera moindre. Or l'angle AIM, qui est la distance du satellite à son nœud, est égal à l'angle ISO, ou à la distance qu'il y a entre le lieu I de jupiter et la ligne SO, supposée fixe, à laquelle la ligne des nœuds IN reste toujours parallele, quel que soit le lieu de jupiter; ainsi la latitude du satellite en M dépendra de l'arc AM, ou de l'angle ISO, distance de jupiter à la ligne des nœuds SO, qui répond toujours vers dix signes et demi de longitude pour tous les satellites.

853. La quantité dont le point M s'éleve au-dessus du plan de jupiter est à la quantité dont la limite B s'en éloigne comme le sinus de AM est au sinus de l'arc AB, c'est-à-dire au rayon; car si deux cercles se coupent en A et en C, leur distance en différens points, tels que M, perpendiculairement au cercle incliné, ou à l'orbite du satellite, est comme le sinus de la distance au point A, c'est-à-dire à l'intersection des deux cercles (531). Ainsi la latitude du satellite en M, mesurée perpendiculairement à son orbite, est comme le sinus de la distance AM ou IO de jupiter au nœud du satellite, mesurée sur l'orbite de jupiter.

854. Lorsque par le mouvement de jupiter dans son orbite le rayon SI est devenu perpendiculaire à la ligne des nœuds SO ou IN, le point M de la conjonction supérieure concourt avec le point B, qui est la limite de la plus grande latitude; alors l'angle de l'orbite avec le rayon visuel SIM est égal à l'inclinaison du satellite, par exemple, 3°; et l'orbite vue du soleil paroît sous la forme d'une ellipse, dans laquelle le grand axe est au petit comme le rayon est au sinus de 3° (674), en ne considérant pas le mouvement de jupiter pendant la durée de la révolution du satellite, ou bien en considérant le satellite seulement par rapport à jupiter, et négligeant le mouvement de la terre.

Soit S le soleil (*fig.* 108), I le centre de jupiter, IH le rayon de l'orbite d'un satellite; ce rayon pris dans un plan passant par le soleil et par jupiter perpendiculairement à l'orbite de jupiter est incliné sur le rayon solaire de la quantité de l'angle SIH; on aura IH : KH :: 1 : sin. KIH; donc KH=IH sin. KIH; c'est la quantité dont le satellite paroîtra s'élever au-dessus du plan de l'œil, dans le tems où l'ellipse sera le plus ouverte; dans les autres positions de jupiter par rapport au nœud cette quantité diminuera comme le sinus de la distance de jupiter au nœud (853): ainsi, appelant I la plus grande élévation ou l'inclinaison du satellite, D la distance de jupiter au nœud du satellite comptée sur l'orbite de jupiter, et R la distance du satellite à sa planete ou le rayon de son orbite, on aura R sin. I sin. D pour la quantité dont le satellite sera élevé au-dessus du plan de l'orbite de jupiter, en comptant le mouvement sur l'orbite du satellite dans le moment du milieu de l'éclipse; il n'en faut pas davantage pour calculer les durées des éclipses.

855. Cette élévation du satellite au-dessus de jupiter est égale à son abaissement dans le point opposé; l'ellipse qu'il paroît décrire est donc plus ou moins ouverte suivant que jupiter s'éloigne de la ligne des nœuds; quand la distance du satellite est assez grande pour que le petit axe de cette ellipse devienne

plus large que le cône d'ombre, le satellite passe au-dessus de l'ombre, comme on le voit dans la figure 106 ; c'est ce qui arrive au 4e satellite. Quand jupiter est à 30° de la ligne des nœuds, l'ellipse (*fig.* 107) a la moitié de l'ouverture qu'elle avoit dans le cas précédent où il étoit dans ses limites, parceque le sinus de 30° est la moitié du sinus total ; alors le 4e satellite traverse encore l'ombre malgré l'obliquité de son orbite et sa distance à jupiter, parceque sa latitude est plus petite dans le tems de la conjonction que le diametre de l'ombre.

856. La section de l'ombre de jupiter dans la région du satellite est représentée par le cercle HDBF (*fig.* 109), dont le plan est perpendiculaire à la ligne des centres du soleil et de jupiter; il est traversé par un diametre QB, qui est dans le plan de l'orbite CN de jupiter; ED est une portion de l'orbite du satellite, N le nœud ou l'intersection, CA est la perpendiculaire sur cette orbite; c'est le sinus d'un arc qui, vu du centre de jupiter, n'est autre chose que la latitude du satellite; ce sinus pris dans les tables seroit une fraction égale à sin. I sin. D (854).

857. Quand on connoît CA, il faut le comparer au rayon CD ou CB, dont la valeur est connue par observation en secondes de tems, parceque c'est le demi-diametre de l'ombre (847), c'est-à-dire la demi-durée des éclipses, qui est la plus grande de toutes, et qui est exprimée par CB: nous exprimerons même la distance du satellite à jupiter, ou le rayon de son orbite, en parties semblables ou en secondes de tems, en mettant au lieu de R le tems que le satellite emploie à parcourir un arc de même longueur que le rayon de son orbite, c'est-à-dire un arc de 57°; car il n'importe pas que cette distance qu'on prend pour unité soit en tems, en degrés, ou en demi-diametres de jupiter. Le mouvement de jupiter rend plus long le tems des 57°, mais le calcul se fait comme si jupiter étoit immobile, en prenant seulement la différence des deux mouvemens, parceque nous ne cherchons ici que le rapport entre la distance et l'arc parcouru pendant l'éclipse. Pour connoître le tems qui répond à un arc de 57°, il suffit de faire cette proportion ; 360° sont à la révolution synodique comme 57° ou 206265'' sont au tems cherché, que j'appelle t, et qui tient lieu de rayon ; alors on aura CA en secondes de tems $= t$ sin. I sin. D; on a aussi CD ou CB en secondes de tems ; c'est la demi-durée de la plus grande éclipse, celle qui a lieu quand jupiter est dans le nœud du satellite, ou le demi-diametre de l'ombre en tems

(847) : on cherchera le côté AD, exprimé de même en secondes de tems, ce sera la demi-durée de l'éclipse.

858. Ainsi la durée des éclipses, quand elle est la moindre de toutes, nous fait trouver l'inclinaison de l'orbite ; et quand elle est la plus grande, elle nous apprend le lieu du nœud. Mais un phénomene bien singulier, et qui a long-tems exercé les astronomes, c'est un changement dans les inclinaisons du second et du troisieme satellite ; celle du second change depuis 2° 46′ jusqu'à 3° 46′, et la période de cette inégalité est de 30 ans ; le troisieme satellite change depuis 3° 2′ jusqu'à 3° 26′ : il paroît que la période est de 132 ans, et que l'angle étoit le plus grand en 1765. On n'avoit aucune idée de la cause de ces variations singulieres, lorsque je fis voir, en 1762, que les nœuds des satellites devoient avoir un mouvement tantôt direct et tantôt rétrograde par rapport à l'orbite de jupiter, en vertu de leurs attractions mutuelles, et qu'il en résultoit une variation dans leurs inclinaisons (*Mém. acad.* 1762) : on a vu à l'occasion des planetes la maniere dont le mouvement des nœuds d'un satellite sur un autre produit ce changement d'inclinaison (527) ; cette remarque ajouta pour lors un nouveau degré de perfection dans la théorie des satellites de jupiter, qui n'a cessé de s'accroître depuis cette époque.

859. Celle du premier satellite est constamment de 3° 18′ 38″, et celle du quatrieme de 2° 36′ 0″. Le mouvement du nœud paroît nul pour le premier et le troisieme satellite ; il est de 2′ 3″ par année pour le second satellite, et de 4′ 19″ pour le quatrieme, mais ce mouvement est sujet à des inégalités analogues à celles de l'inclinaison.

860. *Elémens qui servent à la théorie et au calcul des quatre Satellites de Jupiter.*

	I.	II.	III.	IV.
Révolution périodique.	1j 18h 27′ 33″	3j 13h 13′ 42″	7j 3h 42′ 33″	16j 16h 32′ 8″
Révolution synodique.	1 18 28 36	3 13 17 54	7 3 59 36	16 18 5 7
Dist. en demi-diam.	5,965	9,494	15,141	26,630
Dist. en min. dans les moy. dist. de jupiter.	1 51	2 57	4 42	8 16
Long. moy. jovic. 1700.	2s 11° 14 18	2s 12° 16 13	5s 12° 41 14	7s 17° 11 15

861. La parallaxe annuelle (833) fait que les satellites, lors même qu'ils sont en conjonction et qu'ils sont éclipsés, nous paroissent quelquefois assez éloignés de jupiter. Le tems où

il importe le plus de connoître la situation apparente des satellites est celui des immersions et des émersions : c'est pourquoi je vais parler séparément des effets de la parallaxe annuelle sur la situation des satellites au tems des éclipses ; ils peuvent se représenter par une simple figure avec une précision suffisante pour l'usage des observateurs.

862. Soit I le centre de jupiter (*planc. XV, fig.* 112), environné des orbes de ses quatre satellites ; IG la ligne des syzygies ou l'axe du cône d'ombre qui va du soleil à jupiter, et ensuite au-delà du côté du point G de l'opposition ; GE un arc de 11°, pris sur la circonférence de l'orbite du 4ᵉ satellite ; cet arc étant égal à la plus grande parallaxe annuelle de jupiter dans ses moyennes distances, la ligne IE marquera la direction du rayon visuel de la terre quand la parallaxe annuelle est la plus grande, c'est-à-dire quand jupiter est dans sa quadrature, entre l'opposition et la conjonction, passant au méridien à 6^h du soir ; car alors nous voyons jupiter 11° à l'occident de son vrai lieu héliocentrique, marqué par la ligne IG. Si par les points G, F, *g*, *f*, sur lesquels se trouvent les satellites en conjonction, on tire des paralleles à la ligne IE, telles que GD, FC, *g*B, *f*A, l'on aura les 4 points A, B, C, D, où les satellites doivent nous paroître à côté de jupiter au moment de leur conjonction héliocentrique ; c'est sur la droite de jupiter, après l'opposition (dans une lunette qui renverse).

863. Dans les autres tems de l'année et lorsque la parallaxe annuelle sera moindre que 11°, on trouvera la position du rayon visuel IE, qui est la ligne des conjonctions géocentriques du satellite, en décrivant sur l'arc EG comme rayon un demi-cercle divisé en degrés ou en heures ; on prendra 30° en partant du point E de 6 heures ; l'on y marquera 4^h et 8^h, parceque jupiter, étant éloigné de 30° de sa quadrature, passe au méridien environ à 8^h du soir ou à 4^h du soir ; et l'on tirera vers ce point de 4^h la ligne telle que IE : il est plus commode pour les astronomes d'avoir ce demi-cercle divisé en tems que de l'avoir en degrés, parceque le tems du passage au méridien se trouve calculé dans les éphémérides, et que les astronomes en font un usage continuel.

Lorsque jupiter, après la conjonction, passe au méridien le matin, c'est du côté droit ou dans la partie orientale qu'on doit tirer la ligne IE de la conjonction géocentrique ; et les satellites nous paroîtront à gauche ou à l'occident de jupiter dans le tems de leurs conjonctions héliocentriques.

864. On trouvera, par le moyen de cette figure, la distance des satellites au moment de l'émersion, en prenant du côté de l'orient, c'est-à-dire à droite des points A, B, C, D, une quantité égale au demi-diametre de l'ombre, qui est à-peu-près égal au demi-diametre IH de jupiter; et l'on aura la distance des satellites par rapport à jupiter pour le tems de leurs émersions; ou bien l'on examinera la distance IA d'un satellite au centre de jupiter pour le tems de la conjonction, et ce sera sa distance au bord occidental H pour le tems de l'immersion, et au bord oriental X pour le tems de l'émersion. Ces distances au bord X sont rapportées au-dessus de la figure; elles sont de $\frac{5}{10}$, $\frac{8}{10}$, $1\frac{1}{2}$, et $2\frac{1}{2}$ diametres de jupiter, dans les émersions qui arrivent au tems des quadratures de jupiter, c'est-à-dire quand il est à 90° du soleil, et qu'il passe au méridien à 6 heures, à droite, si c'est le soir et que la lunette renverse.

Des Satellites de Saturne et de Herschel.

865. Huygens, le 25 mars 1655, observant saturne avec des lunettes de 12 et de 23 pieds, apperçut le 4ᵉ satellite pour la premiere fois; c'est le plus gros de tous et le seul qu'on puisse voir avec des lunettes ordinaires de 10 à 12 pieds : Cassini apperçut le cinquieme, sur la fin d'octobre 1671, avec une lunette de 17 pieds; il vit ensuite le troisieme avec des lunettes de 35 et 70 pieds, le 23 décembre 1672, et il publia pour lors un petit ouvrage à ce sujet. Au mois de mars 1684 il observa les deux intérieurs, c'est-à-dire le premier et le second, avec des lunettes de Campani de 34, 47, 100 et 136 pieds, avec celles de Borelli de 40 et de 70, et avec celles d'Artonquelli qui étoient encore plus longues. (*Journal des Sav.* 15 mars 1677 et 1686; *Phil. Trans.* n°. 133, 154, 181; *Mém. acad.* 1714).

866. L'on doutoit en Angleterre de l'existence des quatre satellites que Cassini avoit découverts; mais, en 1718, Pound ayant fait élever au-dessus du clocher de sa paroisse l'excellent objectif de 123 pieds de foyer que Huygens avoit donné à la société royale de Londres, il les observa tous les cinq; et l'on vérifia les élémens de leur théorie comme Cassini l'avoit fait à Paris en 1714. Dans le même tems, Hadley ayant trouvé le moyen de faire d'excellens télescopes, à l'instigation de Newton, ce fut avec ces télescopes qu'on continua d'observer les satellites de saturne. (*Philos. Trans.* 1723). Enfin M. Herschel en a découvert en 1789 deux autres qui sont beaucoup plus près de sa-

turne; on les appelle 6ᵉ et 7ᵉ à cause de la date de cette découverte; leurs distances sont de 37″ et de 29″.

867. Le premier et le second satellite ne se voient qu'à peine avec des lunettes ordinaires de 40 pieds; le troisieme est un peu plus gros, quelquefois on l'apperçoit pendant tout le cours de sa révolution; le 4ᵉ est le plus gros de tous, aussi fut-il découvert le premier. Le 5ᵉ surpasse les trois premiers quand il est vers sa digression occidentale; mais quelquefois il est très petit, et disparoît même entièrement, d'où l'on conclut qu'il tourne sur son axe dans le même tems qu'il tourne autour de saturne, et qu'il a un côté plus sombre que l'autre. Wargentin m'a assuré les avoir vus tous les cinq avec une lunette acromatique de dix pieds.

868. On détermine les révolutions des satellites en comparant ensemble des observations faites lorsque saturne est à-peu-près dans le même lieu de son orbe et les satellites à même distance de la conjonction : c'est ainsi que Cassini détermina, en 1714, leurs périodes vues de saturne, à l'égard de l'équinoxe; mais je les ai rectifiées par les nouvelles observations du C. Bernard. Cassini détermina aussi les époques de leurs longitudes vues du centre de saturne, et comptées le long des plans de leurs orbites; je les ai données avec plus d'exactitude dans la table de l'article suivant pour l'année 1800, afin qu'on puisse trouver aisément leur position en tout autre tems, comme on les trouveroit par les tables détaillées que j'ai publiées dans la Connoissance des tems de 1792. Si l'on veut avoir ces positions avec exactitude, il faut les réduire au plan de l'orbite de saturne, comme nous avons réduit les planetes au plan de l'écliptique (431). L'argument de latitude se trouve en retranchant de la longitude du satellite, vue de saturne, celle du nœud, qu'on verra ci-après (873), c'est-à-dire 4ˢ 28° pour le 5ᵉ, et 5ˢ 21° pour les quatre autres. Quand on connoît aussi l'inclinaison de l'orbite, on résout un triangle pour trouver la latitude du satellite vue de saturne: cette latitude dans le tems de la conjonction est aussi l'angle que fait l'orbite avec notre rayon visuel, et par conséquent la valeur du petit axe de l'ellipse que le satellite paroît décrire, le grand axe ou le diametre de l'orbite étant pris pour unité (855).

Satell.	Révol. période.			
	j	h	′	″
I.	1	21	18	26,2
II.	2	17	44	51,2
III.	4	12	25	11,1
IV.	15	22	41	16,0
V.	79	7	53	42,8
VI.	1	8	53	8,9
VII.	0	22	37	22,9

869. Pour déterminer les distances des satellites au centre de

saturne, on s'est servi du micrometre lorsqu'on pouvoit les voir avec saturne dans le même champ de la lunette en mesurant leurs plus grandes digressions : cette méthode ne peut guere servir que pour les quatre premiers satellites. L'on emploie pour le 5ᵉ l'intervalle de tems qui s'écoule entre le passage de saturne et celui du satellite par un fil horaire placé au foyer d'un télescope. Cassini observa que la regle de Képler (469) se vérifioit très bien dans les cinq satellites (*Mém. acad.* 1716). Pound s'en servit pour trouver, par la distance du 4ᵉ, celles des quatre autres satellites; il détermina, au moyen de l'objectif de 123 pieds, le plus exactement et le plus souvent qu'il fut possible, la distance du 4ᵉ au centre de saturne dans ses plus grandes digressions, qu'il trouva de 8, 7 demi-diametres de l'anneau (971); et connoissant d'ailleurs la durée de leurs révolutions, il en conclut par la regle de Képler les distances des 4 autres, comme je vais les rapporter, en demi-diametres de l'anneau et en demi-diametres de saturne, ceux-ci étant entre eux comme 7 est à 3. Herschel a donné les longitudes du 6ᵉ et du 7ᵉ pour 1788 de 10ˢ 5° 47′ et 2ˢ 2° 32′.

Table des longitudes et des distances des Satellites de Saturne.

SATELLITES.	Longitude en 1800, le 1 janvier.			Mouvement diurne.				Distance en demi-d. de l'anneau suivant Bradley.	Dist. en min. et sec. déduites de celle du quatrieme.	
I.	7ˢ	5°	31′	6ˢ	10°	41′	53″	2,097	0′	43″ ½
II.	6	22	21	4	11	32	6	2,686	0	56
III.	3	8	28	2	19	41	25	3,752	1	18
IV.	2	10	30	0	22	34	38	8,698	3	9
V.	9	11	38	0	4	32	17	25,348	8	32

870. Les distances en demi-diametres de l'anneau, étant multipliées par 33360 (art. 972), donneroient les distances en lieues; mais il faudra rejeter trois chiffres du produit, à cause des trois décimales qui sont jointes dans la table précédente au nombre des demi-diametres.

Le 9 juin 1719 à 10ʰ, Pound, avec la lunette de 123 pieds et un excellent micrometre, trouva que le 4ᵉ satellite, parvenu à-peu-près à sa plus grande digression orientale, étoit à 3′ 7″ du centre de saturne; ainsi la distance du satellite à saturne étoit à la distance moyenne du soleil à la terre comme 825 est à

10000;

10006; d'où il étoit aisé de conclure les quatre autres distances en parties de celle du soleil par la regle de Képler. On a vu ci-dessus les distances des deux satellites intérieurs nouvellement découverts (866).

871. En comparant les satellites avec l'anneau de saturne en divers points de leurs orbites et en examinant l'ouverture de ces ellipses, on a vu que les quatre premiers paroissoient à l'œil décrire des ellipses semblables à l'anneau et situées dans le même plan, c'est-à-dire inclinées d'environ 31° ½ à l'écliptique, ou 30° sur l'orbite de saturne (975). En effet le petit axe des ellipses que décrivent ces satellites, lorsqu'elles paroissent le plus ouvertes, est à-peu-près la moitié du grand axe, de même que le petit diametre de l'anneau est alors la moitié de celui qui passe par les anses; ces satellites dans leurs plus grandes digressions sont toujours sur la ligne des anses; tout cela prouve qu'ils se meuvent dans le plan de l'anneau. Or Maraldi trouva, en 1715, que le plan de l'anneau de saturne coupoit le plan de l'orbite de saturne sous 30° d'inclinaison (975). Ainsi l'angle des orbites des 4 premiers satellites avec l'orbite de saturne est de 30°.

872. A l'égard du 5ᵉ satellite, Cassini le fils reconnut, en 1714, que son orbite n'étoit inclinée, soit sur l'orbite de saturne, soit sur le plan de l'anneau, que de 15° ½ (*Mém. ac.* 1714); et il vit ce satellite décrire une ligne droite qui passoit à-peu-près par le centre de saturne pendant que les autres s'en écartoient sensiblement au-dessus et au-dessous, ce qui prouvoit la difference des nœuds; ainsi l'orbite du 5ᵉ satellite étoit inclinée de 15 à 16° sur l'écliptique, et autant sur le plan de l'anneau et sur celui des orbites des 4 satellites intérieurs, mais dans un autre sens.

873. Maraldi détermina en 1716 la longitude du point d'intersection de l'anneau sur l'orbite de saturne, 5ˢ 19° 48′ ½. Telle est la longitude du nœud des 4 premiers satellites. Il est naturel de croire que les attractions des satellites sur cet anneau changent ses nœuds, puisque la lune produit cet effet sur le sphéroïde terrestre (1064); cependant, en 1790, on n'a pas trouvé de différence sensible, en tenant compte de la précession des équinoxes.

Le nœud du 5ᵉ satellite fut trouvé en 1714 par Cassini moins avancé de 17° que le nœud des quatre autres satellites. J'ai reconnu qu'il y avoit un mouvement dans ce nœud du cinquieme satellite (*Mém.* 1786); je le trouve à 4ˢ 28° 20′ sur l'orbite, et l'inclinaison 24° ¾.

874. La planete de Herschel, découverte en 1781, a aussi deux satellites qu'il a découverts en 1787; la révolution synodique du premier est de 8 jours $17^h\ 1'\ 19''$, et sa distance de $33''$; la révolution du second est de $13^j\ 11^h\ 5'\ 1''$, et sa distance $44''$; leurs orbites sont presque perpendiculaires à celle de la planete.

875. LE SATELLITE DE VÉNUS, que Cassini avoit cru appercevoir, a été soupçonné par Short et par d'autres astronomes (*Hist. de l'acad.* 1741, *Philos. Trans.* n° 459, Encyclopédie, *tome XVII, in-fol.*); mais les tentatives inutiles que j'ai faites, de même que plusieurs autres astronomes, pour l'appercevoir, me persuadent que c'est une illusion optique formée par les verres des télescopes et des lunettes; c'est ce que pensent Hell à la fin de ses Ephémérides pour 1766, et Boscovich dans sa 5ᵉ dissertation d'optique: Short, à qui j'en ai parlé à Londres en 1763, me parut lui-même ne pas croire l'existence d'un satellite de vénus.

On peut se former une idée de ce phénomene d'optique en considérant l'image secondaire qui paroît par une double réflexion lorsqu'on regarde au travers d'une seule lentille de verre un objet lumineux placé sur un fond obscur et qui ait un fort petit diametre; pour voir alors une image secondaire semblable à l'objet principal, mais plus petite, il suffit de placer la lentille de maniere que l'objet tombe hors de l'axe du verre: cette image secondaire, qu'on a prise pour un satellite de vénus, paroît, suivant les diverses situations de la lentille, de l'œil et de l'objet, à droite ou à gauche. Si l'on joint deux lentilles, on aura plusieurs doubles réflexions de la même espece, du moins dans certaines positions: elles sont insensibles la plupart du tems, parceque leur lumiere est éparse et que leur foyer est trop près de l'œil ou qu'elles tombent hors du champ de la lunette; mais il y a des cas où ces rayons se réunissent et forment une fausse image qu'on a pu prendre pour un satellite de vénus.

LIVRE DIXIEME.

Des Cometes.

LES COMETES (1) sont des corps célestes qui paroissent de tems à autres avec différens mouvemens, et qui pour l'ordinaire sont accompagnés d'une lumiere éparse. Leur mouvement apparent differe beaucoup de celui des autres planetes ; mais quand il est rapporté au soleil il se trouve suivre les mêmes loix ; car on verra que les cometes tournent autour du soleil dans des ellipses fort excentriques (910), suivant les regles expliquées dans le troisieme livre.

876. C'est le mouvement des cometes qui les distingue des étoiles nouvelles ; car dans celles-ci l'on n'a jamais remarqué de mouvement propre (275); d'ailleurs la lumiere des cometes est toujours foible et douce : c'est une lumiere du soleil qu'elles réfléchissent vers nous aussi bien que les planetes ; cela est prouvé spécialement par une phase observée dans la comete de 1744, la plus remarquable de ce siecle-ci, dont la partie éclairée n'étoit visible qu'à moitié (*Mém. acad.* 1744). Si ces phases ne s'observent pas toujours, c'est que l'atmosphere épaisse où la plupart des cometes sont noyées disperse la lumiere, en sorte qu'elles nous semblent toujours d'une forme à-peu-près ronde. On distingue principalement les cometes par ces traînées de lumiere dont elles sont souvent entourées et suivies, qu'on appelle tantôt *la chevelure* ou la *barbe*, tantôt la *queue* de la comete (923); cependant il y a eu des cometes sans queue, sans barbe, sans chevelure ; celle de 1585, observée pendant un mois par Tycho, étoit ronde ; elle n'avoit aucun vestige de queue ; seulement sa circonférence étoit moins lumineuse que le noyau, comme si elle n'eût eu à sa circonférence que quelques fibres lumineuses. La comete de 1665 étoit fort claire, suivant Hévélius, et il n'y avoit presque pas de chevelure ; la comete de 1682, au rapport de Cassini, étoit aussi ronde et aussi claire que jupiter (*Mém. acad.* 1699). On ne distinguoit point de queue à celle du mois d'octobre 1763, quoique fort près de la terre. Ainsi

(1) En grec κομητης, qui vient de κομη, *coma*, parceque les plus remarquables ont paru entourées d'une espece de chevelure.

l'on ne doit pas regarder les queues des cometes comme leur caractere distinctif.

877. Riccioli, dans son énumération des cometes, n'en compte que 154, citées par les historiens jusqu'à l'année 1651, où il composoit son Almageste, et la derniere étoit celle de 1618. Dans le grand ouvrage de *Lubienietz*, où les moindres passages des auteurs sont scrupuleusement rapportés toutes les fois qu'ils ont quelque rapport aux cometes, on voit 415 apparitions jusqu'à celle de l'année 1665. Dans le premier volume des tables de Berlin, il y en a près de 700; mais le C. Pingré, dans sa *Cométographie*, en 2 vol. in-4°, qui a paru en 1784, réduit à 380 les apparitions qui lui paroissent bien certaines.

878. De toutes ces apparitions de cometes, nous n'en trouvons aucune dont la route soit décrite et circonstanciée avant l'année 837; et le nombre de celles dont on a pu avoir assez de circonstances pour calculer leurs orbites se réduit jusqu'ici à 84 jusqu'en 1793, en ne comptant que pour une seule comete celles de 1456, de 1531, 1607, 1682 et 1759, qui sont bien reconnues pour n'être qu'une seule et même planete (912): j'ai réuni de même celles de 1532 et de 1661, et celles de 1264 et de 1556, dont nous parlerons (914), et qui semblent être les mêmes.

879. Nous devons être persuadés qu'il a paru de tous les tems beaucoup de cometes dont il n'est point parlé dans les historiens, et qu'il y en a eu beaucoup plus encore qui n'ont point été apperçues. Les anciens même le savoient; car Posidonius avoit écrit, suivant Séneque (*Quæst. nat.*, *l. VII*, *c.* 20), qu'à la faveur de l'obscurité produite par une éclipse de soleil, on avoit vu une comete très proche du soleil, c'étoit vers l'an 60 avant notre ere; ce qui donne lieu de croire que dans de pareilles circonstances on en verroit souvent. Depuis l'année 1757, qu'on a attendu et cherché la comete de 1682, et que l'attention des observateurs s'est tournée de ce côté-là, on a observé beaucoup de cometes; le C. Messier s'est occupé sur-tout à les chercher; souvent il les a vues le premier; et il y en a 8 ou 10 qui nous auroient échappé sans lui; le C. Méchain en dix ans en a découvert 8; Miss Herschel 5; et il y a lieu de croire que quand on prendra la peine de les chercher, on en trouvera un grand nombre. Il en existe probablement quelques centaines; Lambert croyoit même qu'il pouvoit y en avoir des millions.

Dans les années qui précéderent et qui suivirent 1101, on

en vit presque toutes les années (*Lubienieccii Theat. cometicum*).

Il est même arrivé plus d'une fois que l'on a vu en même tems plusieurs cometes; Riccioli en rapporte plusieurs exemples: le 11 février 1760 on en voyoit deux (*Mém. acad.* 1760, Pingré, *tome II*, *p.* 61).

880. Les cometes dont l'apparition a été la plus longue sont celles qui ont paru pendant 6 mois; la premiere du tems de Néron, l'an 64 (*Sen. l.* 7, *c.* 21); la seconde vers l'an 603, au tems de Mahomet; la troisieme en 1240, lors de l'irruption du grand Tamerlan. De nos jours la comete de 1729 et celle de 1773 ont été observées pendant 6 mois; celle de 1769 pendant près de 4 mois. Riccioli, dans son Almageste, nous donne une table de la durée de beaucoup d'autres cometes suivant différens historiens; on y voit 4 cometes de 4 mois, savoir celles des années 676, 1264, 1363, 1433.

881. Toutes les cometes paroissent tourner comme les autres astres par l'effet du mouvement diurne (art. 2); mais elles ont encore un mouvement propre, aussi bien que les planetes, par lequel elles répondent successivement à différentes étoiles. Ce mouvement propre se fait tantôt vers l'orient, comme celui des autres planetes, tantôt vers l'occident, quelquefois le long du zodiaque, quelquefois dans un sens tout différent et presque perpendiculaire à l'écliptique.

La comete de 1472 fit en un jour 120°, ayant rétrogradé depuis l'extrémité du signe de la vierge jusqu'au commencement du signe des gémeaux, suivant l'observation de Regiomontanus; la comete de 1760, entre le 7 et le 8 de janvier, changea de 41°½ en longitude. On pourroit citer d'autres exemples d'une très grande vîtesse observée dans le mouvement apparent des cometes. On verra ci-après (920) qu'elle pourroit être bien plus grande si une comete passoit plus près de la terre.

882. Quelquefois les cometes paroissent si peu de tems que dans la durée de leur apparition leur situation ne change pas beaucoup; mais il y a des cometes dont le mouvement est fort étendu; celle de 1664 parcourut 160° par un mouvement rétrograde en apparence pendant la durée entiere de son apparition; et, dans le seul intervalle du 20 décembre au 6 janvier 1665, en 17 jours elle en parcourut 143. Celle de 1769 parcourut 8 signes ou 240°, tant avant qu'après sa conjonction, depuis le 8 août jusqu'au 1 décembre; celle de 1556 un demi-cercle environ, ou 180°; celle de 1472 fit environ 170°; celle

de 1618 ne parcourut que 107° ½, mais ce fut dans l'espace de 28 jours (*Riccioli*, *Almag. II*, 28).

883. Les anciens n'ont parlé communément de la grandeur des cometes qu'en faisant attention au spectacle de leur queue ou de leur chevelure (923); cependant il y a des cometes dont le diametre apparent semble avoir été très considérable indépendamment de la queue. Après la mort de Démétrius, roi de Syrie (146 avant l'ere vulgaire), il parut une comete qu'on dit avoir été aussi grosse que le soleil (*Sen. VII*, 15). Justin porte l'exagération jusqu'a dire que celle qui parut à la naissance de Mithridate répandoit plus de lumiere que le soleil.

La comete de 1006 (rapportée par erreur à l'an 1200 dans quelques livres) étoit quatre fois plus grosse que vénus, et jetoit autant de lumiere que le quart de la lune pourroit faire; cette comete paroît être la même que celles de 1682 et 1759 (art 911).

Cardan dit à-peu-près la même chose des cometes de 1521 et 1556. Nous n'avons rien de bien déterminé sur la grandeur apparente des cometes avant celle de 1577; son diametre apparent, suivant Tycho, étoit de 7′, c'est-à-dire le double du diametre qu'il donnoit à vénus.

Différentes opinions sur les Cometes.

884. Après avoir parlé des principales circonstances qui ont rendu les cometes remarquables, je vais parler des différens systêmes auxquels elles ont donné lieu. Il y a eu de tout tems des philosophes persuadés que les cometes étoient des planetes dont le mouvement devoit être perpétuel et les révolutions constantes: Séneque attribue peut-être mal-à-propos ce sentiment aux anciens Caldéens; mais ce fut réellement celui d'Anaxagore, de plusieurs pythagoriciens, et d'autres philosophes, tels que Apollonius le Myndien, Hippocrate de Chio, Æschyle, Diogene, Phavorinus, Artemidore, et Démocrite, qui, au jugement de Cicéron (*Tusc.*, *l.* 5), et de Séneque (*Quæst nat.*, *lib.* 7), fut le plus subtil de tous les anciens philosophes. On doit surtout à Séneque ce témoignage qu'aucun ancien n'a parlé des cometes d'une maniere aussi exacte que lui dans le VIIe livre de ses questions naturelles. Un astronome auroit peine à s'exprimer aujourd'hui d'une maniere plus philosophique.

885. Malgré des idées aussi lumineuses, on a vu des hommes célebres regarder les cometes comme des corps nouvellement

formés et d'une existence passagere : tels furent Aristote, Ptolémée, Tycho, Bacon, Galilée, Hévélius, Longomontanus, Képler, Riccioli, Lahire. Plusieurs d'entre eux les regarderent comme des corps sublunaires, ou des météores de l'atmosphere; Cassini lui-même avoit cru que les cometes étoient formées par les exhalaisons des autres astres. (*Abrégé des observ. sur la comete de* 1680, *p.* XXXI).

Aristote avoit eu déja cette opinion, et elle domina dans les écoles pendant les siecles d'ignorance; aussi les astronomes ne s'occuperent point à déterminer leurs mouvemens. Tycho-Brahé fut le premier qui ayant observé long-tems et avec soin la comete de 1577, parcequ'on observoit tout dans son château d'Uranibourg, composa un ouvrage considérable à cette occasion : il trouva qu'on pouvoit assez bien représenter ses apparences, en supposant qu'elle avoit décrit autour du soleil une portion de cercle qui renfermoit les orbites de mercure et de vénus.

Tycho, faisant voir dans cet ouvrage que les cometes étoient des corps fort élevés au-dessus de la moyenne région, renversoit le système ancien des cieux solides, comme Newton se servit ensuite des cometes pour détruire le plein de Descartes et l'hypothese des tourbillons.

Képler, ayant trouvé que les observations de la comete de 1618 s'accordoient mieux avec une ligne droite qu'avec un cercle, crut que le mouvement des cometes étoit rectiligne. Cassini crut que ce mouvement se faisoit autour de la terre; mais Hévélius, dans sa Cométographie, imprimée en 1668, fit voir que la route des cometes approchoit plus d'une parabole décrite autour du soleil.

886. Ce fut la découverte de l'attraction qui ouvrit, pour ainsi dire, aux philosophes un nouveau ciel; Newton, en voyant les autres planetes soumises à la force centrale du soleil, pensa que les cometes devoient être du nombre des planetes, et suivre les mêmes loix dans leur mouvement autour du soleil : il falloit pour cela que leurs orbites fussent fort excentriques, c'est-à-dire très alongées, afin d'expliquer une très longue disparition : la comete de 1680 avoit fait une étonnante sensation : Newton examina son cours; il trouva qu'une portion d'ellipse très alongée, ou, ce qui revient au même, une portion de parabole, convenoit parfaitement à toutes les observations, pourvu qu'on supposât les aires proportionnelles au tems, comme dans les mouvemens planétaires (472) : dès lors il ne douta plus que

les cometes ne fussent des planetes aussi périodiques et aussi anciennes que les autres.

Halley appliqua ces principes à différentes cometes (908), en choisissant celles qui avoient été le mieux observées; peu-à-peu il étendit ses calculs à 24 cometes, et en 1705 il publia les élémens de ces 24 paraboles dans sa *Cométographie*, que j'ai publiée de nouveau en françois, dans une nouvelle édition des *Tables de Halley* en 1759.

887. Depuis ce tems-là le nombre des cometes observées et calculées s'est augmenté jusqu'à 84 (908) : plusieurs de ces cometes ont été observées pendant des mois entiers sur une très grande portion de la circonférence du ciel avec des inégalités apparentes extrêmement considérables; et cependant quand on les réduit à une parabole décrite autour du soleil, on trouve entre les observations un accord si parfait, qu'il n'y a aucune autre hypothese ni aucune autre loi qui pût approcher de cette exactitude : ainsi nous allons expliquer le mouvement des cometes dans une orbite parabolique dont les dimensions sont données; et nous chercherons ensuite la maniere de trouver ces dimensions, ou l'orbite d'une comete qui paroît pour la premiere fois (905).

Du Mouvement parabolique des Cometes.

888. Le calcul parabolique dont nous allons nous servir, à l'exemple de Newton et de Halley, n'est qu'une approximation : on l'adopte à cause de la facilité des calculs et du peu de différence qu'il y a entre une parabole et une ellipse fort alongée. L'avantage consiste en ce que toutes les paraboles sont des courbes semblables; elles donnent une même proportion entre les rayons vecteurs semblablement placés; et il suffit de connoître les distances périhélies de différentes cometes pour les calculer toutes par une seule et même table (899). On verra ci après la construction de cette table générale, où l'anomalie vraie est donnée pour chaque jour, et qui sert pour toutes les cometes, au lieu que les ellipses exigent chacune une table particuliere.

889. La table générale suppose une comete dont l'orbite soit la parabole PCOD (*fig.* 110); le soleil S occupe le foyer; P est le périhélie de la comete ou le sommet de la parabole; SP est la distance périhélie, que l'on suppose égale à la distance moyenne de la terre au soleil, qu'on prend toujours pour échelle de toutes les distances célestes.

Cette comete, dont la distance périhélie SP est égale à la distance moyenne du soleil à la terre, emploie 109 jours à aller de P en O, ou du périhélie jusqu'à l'extrémité de l'ordonnée SO, perpendiculaire à SP (894). Je l'appellerai, pour abréger, comete de 109 jours; et je ferai voir comment on peut y rapporter toutes les autres cometes, en changeant seulement les tems. Je suppose connues la nature et les propriétés générales de la parabole qui sont dans les livres de sections coniques, et qui se trouvent aussi démontrées dans la *Théorie des cometes*, que j'ai jointe aux *Tables de* Halley.

890. La premiere chose que nous avons à faire pour calculer le mouvement des cometes consiste à déterminer la vîtesse qui doit avoir lieu dans des paraboles de différentes grandeurs; car une comete dont la parabole est plus grande emploie plus de tems à parcourir un angle de 90°, tel que l'angle PSO, c'est-à-dire à aller de P en O, comme saturne emploie 30 fois plus de tems à décrire un degré de son orbite que la terre n'en emploie à décrire un degré de la sienne. Voici le théorême fondamental que je démontre d'une maniere très simple.

891. Le rapport *des vîtesses dans la parabole et dans le cercle est celui de* $\sqrt{2}$ *à* 1.

Dém. Supposons une comete en P, qui décrive la parabole PO à la distance SP du soleil, et la terre en T, décrivant un cercle TLM, dont le rayon ST soit égal à SP: la force centrale, ou l'attraction du soleil pour retenir la comete et la terre, chacune dans son orbite, est égale, puisque la distance est la même, et que le soleil ne peut pas avoir plus de force sur la comete que sur la terre à la même distance. Je suppose un petit arc PC de la parabole, et un petit arc TL de l'orbite de la terre, tels que l'abscisse PB de la parabole et l'abscisse TI du cercle soient égales, ou que l'écart de la tangente par rapport à la courbe soit le même dans la parabole et dans le cercle; ces abscisses ou les écarts de ces tangentes expriment la force centrale du soleil, puisqu'elles sont la quantité dont chaque planete obéit à l'action du soleil en se détournant de la ligne droite (1005): elles sont donc égales dans les mêmes tems quand la force est la même. Donc, si les abscisses sont égales, les arcs PC et TL sont décrits en tems égaux, et expriment les vîtesses de la comete et de la terre. Je vais partir de cette supposition que les deux inflexions sont égales pour trouver les arcs eux-mêmes qui ne le sont pas, puisque deux arcs égaux pris sur des courbes très différentes ne sauroient avoir des inflexions égales; et que quand les inflexions sont égales les arcs ne sont pas égaux: j'en conclurai le rapport des arcs; ce sera celui des vîtesses, puisque le tems est le même de part et d'autre.

Par la propriété du cercle l'on a $TI = \frac{IL^2}{2ST}$ (989); mais par la propriété de la parabole on a le carré de l'ordonnée BC, égal au produit de l'abscisse PB par le parametre, qui est quadruple de SP; donc $PB = \frac{BC^2}{4SP} = \frac{BC^2}{4ST}$. Or PB = TI par l'hypothese; donc $\frac{IL^2}{2ST} = \frac{BC^2}{4ST}$, ou $2IL^2 = BC^2$. Donc $IL\sqrt{2} = BC$: ce qui donne cette proportion, $BC : IL :: \sqrt{2} : 1$. Or IL est égal à l'arc TL, ou du moins il n'en differe que d'une quantité infiniment plus petite. Ainsi IL est la vîtesse de la terre; de même BC est la vîtesse de la comete; donc la vîtesse

de la comete est à celle de la terre à même distance du soleil comme la racine de 2 est à 1.

892. De là il suit que la vîtesse de la comete en P sur la parabole PO sera les $\frac{7}{5}$ de la vîtesse de la terre; car $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ environ; donc l'aire décrite en une seconde de tems par la comete sera $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre: mais les aires sont toujours égales en tems égaux (472); ainsi, à quelque distance que la comete parvienne par rapport au soleil dans sa parabole PO, l'aire décrite en une seconde de tems sera toujours $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre, et l'aire décrite par la terre serà égale à l'aire de la comete divisée par $\frac{7}{5}$, ou $\sqrt{2}$. Je vais me servir de cette proposition pour démontrer que la comete doit employer 109 jours à aller de P en O, ou à parcourir 90° d'anomalie.

893. Soit la distance périhélie SP ou ST = 1, la circonférence du cercle TM, ou le nombre $6,283 = c$; l'aire de ce cercle sera $\frac{c}{2}$; l'aire parabolique PSO, qui est les deux tiers du produit de SP par SO, qui est égal à 2, sera $\frac{4}{3}$; cette aire de la comete, divisée par $\sqrt{2}$, donnera $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ pour l'aire que la terre décrit (892) dans le même tems que la comete va de P en O. Si l'on appelle A la durée de l'année sidérale, on aura cette proportion: l'aire totale $\frac{c}{2}$ de l'orbite terrestre est au tems A comme l'aire $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ est au tems qui lui répond, et qui sera $\frac{8A}{3c\sqrt{2}}$: c'est la valeur du tems que la comete emploie à décrire l'arc parabolique PO, ou les 90° d'anomalie vraie.

894. La durée de l'année sidérale est 365j 6h 9′ 12″ (312), c'est-à-dire 365j 256370; si de son logarithme on ôte celui de $\sqrt{2}$, avec celui de trois fois la circonférence, et qu'on y ajoute le logarithme de 8, on aura celui de 109j 6154, ou 109j 14h 46′ 12″6, pour le tems qui répond à PO quand la distance périhélie est égale à la distance du soleil à la terre.

Il ne suffit pas d'avoir trouvé le tems employé à décrire ces 90° d'anomalie; il faut, pour calculer le lieu d'une comete en tout tems, connoître le nombre de jours qui répond à chaque portion de la parabole, comme PD, ou à chaque angle d'anomalie vraie compté depuis le périhélie, en supposant toujours les aires proportionnelles au tems: c'est la matiere du problême suivant.

895. CONNOISSANT *l'anomalie vraie dans une parabole, trouver le tems écoulé depuis le périhélie.* Je suppose que la parabole PCOD est donnée, c'est-à-dire qu'on connoît sa distance périhélie SP, et le tems employé à parcourir l'arc PO; on demande le tems employé à parcourir un autre arc PD, ou un autre angle PSD d'anomalie vraie. On tirera la ligne DP, et, ayant pris SE et SR égales au rayon vecteur DS, l'on tirera DR et DE, dont l'une sera la normale, et l'autre la tangente de la parabole.

896. Si nous prenons pour l'unité la sous-normale RQ, c'est-à dire la moitié du parametre, nous aurons le parametre égal à 2, et $PQ = \frac{DQ^2}{2}$; le segment parabolique DOPQ, qui est les deux tiers du produit des co-ordonnées, ou $\frac{2}{3}$ DQ . PQ, sera $\frac{1}{3}DQ^3$; le triangle DPQ est égal à $\frac{1}{2}DQ . PQ = \frac{1}{4}DQ^3$; donc, en le retranchant du segment DOPQ, il restera le segment $DOPD = \frac{1}{12}DQ^3$; on y ajoutera la surface du triangle $PDS = \frac{PS . DQ}{2} = \frac{DQ}{4}$, et l'on aura $\frac{1}{12}DQ^3 + \frac{1}{4}DQ$ pour l'aire PSDOP.

897. La ligne RQ, étant prise pour l'unité, DQ est la tangente de l'angle $DRQ = \frac{1}{2}DSE$, l'angle ESD étant coupé en deux parties égales par SX paral-

lèles à RD; c'est-à-dire la tangente de la moitié de l'anomalie vraie. Si nous appelons cette tangente t, nous aurons l'aire parabolique PSDOP égale à $\frac{t^3}{12}+\frac{t}{4}$; si $t=1$ pour 45°, l'on aura l'aire de 90° PSO $=\frac{1}{12}+\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$. Mais il faut prendre l'aire PSO pour unité, et pour cela multiplier par 3 l'expression de PSDOP, qui devient $\frac{t^3}{4}+\frac{3t}{4}$; car $\frac{t^3}{12}+\frac{t}{4}$ est à $\frac{1}{3}$ comme $\frac{t^3}{4}+\frac{3t}{4}$ est à 1. Ainsi l'aire de 90° étant connue, et la tangente d'une demi-anomalie vraie étant t, l'on multipliera l'aire de 90° par $\frac{t^3}{4}+\frac{3t}{4}$, et l'on aura l'aire décrite par la comete depuis son passage par le périhélie. Mais les aires sont proportionnelles aux tems: *ainsi l'on aura de même le tems qui répond à* PD, *en multipliant les* 109 *jours, ou en général le tems de* 90° *par le quart de* t^3+3t.

898. Exemple. La comete qui emploie 109 jours à parcourir 90° d'anomalie, ayant 47° d'anomalie vraie, l'on demande combien de jours il s'est écoulé depuis le périhélie. La tangente t de 23° $\frac{1}{2}$ est 0, 4348124; donc $t^3=0{,}0822$, et le quart de $t^3+3t=0{,}3467$; il faut donc multiplier par 0,3467 les 109 jours, ou le tems pour 90° (894); l'on trouvera 38 jours; ainsi la comete de 109 jours se trouvera à 47° de son périhélie au bout de 38 jours.

On trouveroit de même pour chaque degré d'anomalie vraie les jours correspondans : ordinairement on a quelques fractions décimales de plus, parcequ'il est très rare qu'à un degré précis d'anomalie on ait un nombre complet de jours; mais avec des parties proportionnelles on trouve facilement les anomalies vraies qui répondent à chaque jour complet.

899. C'est ainsi qu'on a calculé une table générale des orbites paraboliques : la plus exacte est celle de Delambre dans mon *Astronomie;* on y voit l'anomalie vraie qui répond à chaque jour de distance au périhélie pour la comete de 109 jours. On pourroit faire ce même calcul par une méthode directe, en résolvant l'équation $t^3+3t=a$, qui exprime le quadruple du tems par PO, et cherchant l'inconnue t; mais il est facile de trouver le tems par le moyen de l'anomalie vraie.

Cette table générale s'applique facilement à toutes les cometes : en effet, si l'on considere différentes cometes dans d'autres paraboles à un même degré d'anomalie vraie, les tems écoulés depuis le passage au périhélie seront entre eux comme les tems employés à aller du périhélie jusqu'à 90°; par exemple, quand $\frac{1}{4}t^3+\frac{3}{4}t$ sera égal à $\frac{1}{2}$, le tems sera la moitié du tems pour 90° dans toutes les paraboles possibles; de là il suit que, pour une comete quelconque, si je connois le tems des 90°, j'aurai (avec une simple regle de trois) le tems pour tout autre angle d'anomalie vraie, en me servant de la table calculée pour la comete de 109 jours. Il ne reste donc plus qu'à chercher le tems des 90° pour des paraboles plus ou moins grandes, ou le nombre de jours qu'exigera l'arc PO quand la distance périhélie

SP ne sera plus égale à la moyenne distance de la terre au soleil.

900 LES CARRÉS DES TEMS qui répondent à une même anomalie vraie dans différentes paraboles sont comme les cubes des distances périhélies. Cette loi analogue à celle du mouvement des planetes (469) en est une suite nécessaire. En effet nous avons démontré que sur le rayon de l'orbite terrestre décrite en 365^j on avoit un quart de parabole de 109 jours (894); ainsi le tems de la parabole est environ $\frac{3}{10}$ de celui du cercle: mais si l'on considere différens cercles ou différentes planetes à d'autres distances du soleil, on aura différentes révolutions dont les carrés des tems seront comme les cubes des distances (469, 1012); donc les tems des paraboles qui en sont toujours les $\frac{3}{10}$ seront aussi dans la même proportion.

901. UNE SEULE TABLE servira donc pour trouver l'anomalie vraie dans toutes les paraboles, pourvu que l'on change les tems suivant la regle précédente : en effet, pour un même degré d'anomalie vraie, les carrés des tems de différentes paraboles doivent changer comme les cubes des distances périhélies, ou les tems comme les racines carrées des cubes des distances périhélies; ainsi à 90° d'anomalie vraie répondent 109 jours quand la distance périhélie est 10, et 126 jours quand la distance périhélie est 11, parceque la racine carrée du cube de 11 est plus grande dans le même rapport ; il faut donc augmenter aussi à proportion les autres nombres de jours quand on cherchera dans la table générale les anomalies pour la comete de 126 jours.

J'ai mis dans la table ci-jointe, à côté de chaque distance périhélie, le nombre par lequel il faut multiplier les jours de la table générale pour avoir les jours qui, dans d'autres cometes, répondent à une même anomalie : je suppose la distance du soleil à la terre divisée en dix parties, et j'ai calculé le nombre des jours pour l'arc PO dans onze paraboles différentes. On voit aussi dans la figure 113 plusieurs paraboles divisées en jours, et sur la derniere, qui est celle d'en bas, 10 jours, 20 jours, etc. jusqu'à 120; il en est de même des autres, et l'on peut y appercevoir avec quelle vîtesse chacune de ces co-

Dist. périhélie en dixiemes de celle du soleil.	Nombres par lesq. on multiplie les jours de la table.	Jours pour 90°.
1	0,035	3,5
2	0,089	9.8
3	0,164	18,0
4	0,253	27,7
5	0,353	38,8
6	0,475	50,9
7	0,585	64,2
8	0,715	78,4
9	0,854	93,6
10	1,000	109,6
11	1,152	126,3

cometes s'éloigneroit du soleil, ou de la terre dont l'orbite est ABC.

902. On voit par la table précédente que quand la distance périhélie d'une comete est $\frac{4}{10}$ de celle de la terre au soleil, il faut, au lieu des jours de la table générale, en prendre d'autres qui ne soient que 0, 25, ou le quart; voilà pourquoi cette comete dont la distance est 4 n'emploie que 28 jours à parcourir les 90° d'anomalie; et nous pouvons l'appeler la comete de 28 jours, comme nous avons appelé comete de 109 jours (pour abréger) celle qui emploieroit environ 109 jours à aller du périhélie jusqu'à 90° d'anomalie.

Donc, pour chaque degré d'anomalie, au logarithme des jours de la table il faudra ajouter une fois et demie le logarithme de la distance périhélie d'une comete donnée; l'on aura le nombre de jours qui répond à cette comete donnée pour le même degré, d'anomalie, ou réciproquement l'anomalie pour un nombre de jours donné, à compter du périhélie.

903. Le rayon vecteur SD (*fig.* 110) de la comete, ou sa distance au soleil, est égal à la distance périhélie SP, divisée par le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie vraie; car, en abaissant sur la tangente ED une perpendiculaire SX, on aura le triangle ESD partagé en deux parties égales: l'angle DRQ est donc la moitié de l'anomalie vraie. Le triangle rectangle RDE donne cette proportion, RQ : RD :: RD : RE, ou 2PS : RD :: RD : 2SD; donc PS : SD :: $RQ^2 : RD^2$ :: $(\text{cos. QRD})^2 : 1$, ou comme le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie PSD est au carré du rayon. Ainsi, quand pour un tems donné l'on a trouvé l'anomalie vraie d'une comete dans sa parabole (901), on a le rayon vecteur SD en divisant la distance périhélie SP par le carré du cosinus de la moitié de cette anomalie; et si l'on a un rayon vecteur avec l'anomalie correspondante, on peut également trouver la distance périhélie.

904. Quand on connoît deux rayons vecteurs d'une parabole avec l'angle compris, on peut trouver la distance périhélie et les deux anomalies qui répondent aux rayons vecteurs. Soient b et c les deux rayons vecteurs d'une parabole, dont 1 est la distance périhélie, a le quart de la somme des deux anomalies vraies, x le quart de la différence de ces deux anomalies; on aura cette proportion, $\sqrt{b} + \sqrt{c} : \sqrt{b} - \sqrt{c}$ :: cotang. a : tang. x.

Dém. Le carré du cosinus de la moitié d'une anomalie vraie est au carré du rayon comme 1 est au rayon vecteur (903); mais la plus grande des deux anomalies est $2a + 2x$, la plus petite $2a - 2x$; ainsi $\sqrt{b} : \sqrt{c}$ :: cos. $(a - x)$: cos. $(a + x)$. Or cos. $(a - x) =$ cos. a cos. $x +$ sin. a sin. x, et cos. $(a + x)$ $=$ cos. a cos. $x -$ sin. a sin. x, comme on le démontre dans la trigonométrie; ainsi $\sqrt{b}$ cos. a cos. $x - \sqrt{c}$ cos. a cos. $x = \sqrt{b}$ sin. a sin. $x + \sqrt{c}$ sin. a sin. x: donc $\sqrt{b} + \sqrt{c} : \sqrt{b} - \sqrt{c}$ :: cos. a cos. x : sin. a sin. x :: $\frac{\text{cos. } a}{\text{sin. } a} : \frac{\text{sin. } x}{\text{cos. } x}$ :: cot. a : tang. x; c'est-à-dire que la somme des racines des rayons vecteurs est à leur différence comme la cotangente de la demi-somme des demi-anomalies vraies est à la tangente de leur demi-différence. Quand on a la somme et la différence, il est aisé d'avoir chacune des anomalies vraies, et, par le tems qui leur répond, le tems du passage par le périhélie en même tems que le lieu du périhélie.

905. Au moyen des théorêmes précédens on peut trouver une parabole qui satisfasse à deux longitudes d'une comete observée de la terre. Supposons que la terre soit en T à une distance TS du soleil, et qu'elle voie la comete réduite à l'écliptique sur un rayon TD, en sorte que l'angle STD soit l'angle d'élongation ou la différence entre la longitude du soleil et celle de la comete. On ne connoît dans le triangle STD qu'un côté et un angle; on est obligé de faire une supposition sur la valeur du côté SD, distance accourcie de la comete au soleil; d'après cette supposition, arbitraire si l'on veut, mais qui sera vérifiée ou démentie par la suite du calcul, l'on cherche l'angle au soleil en résolvant le triangle TSD, et on a la longitude héliocentrique de la comete, sa latitude héliocentrique (443), sa distance vraie (445), ou le rayon vecteur.

On fait la même chose pour une seconde observation; et l'on a deux longitudes héliocentriques, et par conséquent l'angle des deux rayons vecteurs, qui est nécessairement la somme ou la différence de deux anomalies vraies; on en conclura chacune des deux anomalies (904), et par conséquent le lieu du périhélie, la distance périhélie (903), et le tems qui répond à ces deux anomalies (902), dans la supposition qu'on a faite pour la distance SD de la comete au soleil; mais si l'intervalle de tems trouvé par le moyen de ces deux anomalies n'est pas d'accord avec l'intervalle donné des deux observations, c'est une preuve qu'une des deux distances au soleil qui ont été supposées doit être changée; on en conservera une, et l'on fera varier l'autre par diverses suppositions, jusqu'à ce qu'à la fin du calcul on trouve un intervalle de tems égal à celui des deux observations: alors on aura la parabole qui satisfait à toutes deux.

906. Mais il ne suffit pas d'avoir une parabole qui satisfasse à l'intervalle de deux observations; on en trouveroit une infinité, car à chaque supposition qu'on aura faite sur la premiere distance SD de la comete au soleil on trouvera par les diverses suppositions de la seconde distance, ou de la distance au soleil dans la seconde observation, une parabole qui satisfera aux deux mêmes observations. La difficulté qui reste est de se déterminer par une troisieme observation entre toutes ces hypotheses de paraboles qui représentent les deux premieres observations, mais dont une seule peut s'accorder avec la troisieme.

907. Ainsi, quand on a trois observations d'une comete, on

est en état de trouver quelle est la parabole qui les représente. On choisit deux longitudes et deux latitudes géocentriques observées, on cherche des paraboles qui puissent satisfaire à ces deux observations : quand on a deux ou trois paraboles, c'est-à-dire deux ou trois hypotheses qui s'accordent également bien avec les deux observations, on calcule dans chacune de ces trois hypotheses le lieu de la comete au tems de la troisieme observation; en cherchant le lieu du périhélie (904), la distance périhélie (903), l'anomalie vraie (902), le rayon vecteur, la longitude héliocentrique, et enfin la longitude géocentrique (442), comme pour les planetes; celle des différentes hypotheses qui s'accorde le mieux avec la troisieme observation est la meilleure; et une simple proportion suffit quelquefois pour trouver une derniere hypothese qui satisfasse exactement à toutes les trois observations. Cette méthode indirecte et de fausse position me paroît la plus simple et la plus commode : mais il y a des méthodes plus directes et plus élégantes, données par Euler, Fontaine, du Séjour, Laplace, Boscovich : j'ai donné les détails, les préceptes et les exemples de la mienne dans mon *Astronomie;* je ne pouvois donner ici que l'esprit de la méthode.

908. C'est par des essais à-peu-près semblables, mais sans doute bien plus longs, que Halley détermina par les anciennes observations 24 paraboles ou orbites cométaires, y compris celle de 1698. Bradley, Maraldi, de la Caille, Struyck, Pingré, Mechain, Saron (1) et moi, en avons calculé plusieurs autres; en sorte que le nombre s'est accru jusqu'à 84, y compris celles de 1793, dont les dernieres ont été découvertes le 24 septembre par le C. Perny, directeur de l'Observatoire national, et le 27 par le C. Messier.

909. Les élémens d'une comete sont les six articles qui déterminent la situation et la grandeur de son orbite; le lieu du nœud, l'inclinaison, le lieu du périhélie, la distance périhélie, et le tems du passage par le périhélie, qui tient lieu d'époque; enfin la direction de son mouvement qui peut être direct ou rétrograde; car il y a beaucoup de cometes dont le mouvement réel se fait vers l'occident, au contraire de celui des planetes.

Du Retour des Cometes.

910. Lorsque Newton eut reconnu que la comete de 1680

(1) Premier président du ci-devant parlement de Paris.

avoit décrit sensiblement une parabole pendant le tems de son apparition avec des aires proportionelles au tems (888), il fut persuadé que cette comete étoit une véritable planete, et que l'orbite qui paroissoit une parabole n'étoit réellement que la partie inférieure d'une ellipse très grande et très alongée (*Princip. math.* 1687). Il savoit que ces ellipses très excentriques ressemblent à très peu près à des paraboles, et en approchent d'autant plus que la distance périhélie est plus petite par rapport au grand axe de l'ellipse.

911. Ce fut Halley qui, en 1705, eut la satisfaction de vérifier, par le calcul des anciennes observations, ce que Newton avoit trouvé d'après les loix de sa physique : Halley démontra la ressemblance ou plutôt l'identité de la comete de 1607 et de celle de 1682, et il annonça son retour pour 1759; prédiction qui s'est vérifiée sous nos yeux. J'ai fait, dans ma Théorie des cometes, à la suite de celle de Halley, l'histoire du retour de cette comete fameuse; je l'ai aussi donnée dans les *Mém.* de 1759. Il me suffira de retracer ici en peu de mots la marche des inventeurs.

912. Lorsque Halley eut calculé par observations (908) les paraboles de 24 cometes, il s'en trouva trois qui se ressembloient beaucoup, celles de 1531, de 1607 et de 1682 ; les trois paraboles étoient situées de même, les distances périhélies étoient égales, et les intervalles de tems étoient de 75 à 76 ans : il pensa dès lors que ce pouvoit être la même comete; cependant la différence des inclinaisons et des périodes lui paroissoit un peu trop grande, et il n'osoit prononcer sur l'identité ; mais lorsqu'après les recherches qu'il fit des anciennes cometes il en eut trouvé trois autres dont il est parlé dans les historiens aux années 1305, 1380, 1456, à des intervalles de tems toujours à-peu-près égaux, il ne douta plus que le retour ne fût certain, et il rejeta sur les attractions mutuelles des corps célestes les différences d'une année, plus ou moins, qu'il trouvoit entre les diverses périodes de cette comete.

913. Tel fut donc le progrès de nos connoissances en ce genre. D'anciens philosophes regarderent les cometes comme des corps célestes et périodiques (884). Newton prouva qu'elles pouvoient décrire des ellipses très excentriques, et reparoître à chaque révolution : Halley vérifia cette belle idée en calculant plusieurs cometes, parmi lesquelles il s'en trouva trois qui avoient décrit la même orbite ; ce qui annonçoit trois apparitions ; et cela s'est trouvé pleinement confirmé quand cette

comete

comete a reparu, en 1759, dans la même orbite et après le même espace de tems ou à-peu-près; on peut même la reconnoître dans les cometes de 1230, 1155, 1080, 1006, etc.: elle reparoîtra probablement au mois de janvier 1834.

914. Il y a encore deux cometes dont on croit connoître la période; la premiere est celle de 1532 et de 1661; mais on ne l'a point vue en 1789 ni 1790, ce qui peut faire douter de cette période: la seconde est celle de 1264 et de 1556, qu'on attend pour 1848; mais les observations de 1264 sont bien imparfaites pour pouvoir assurer ce retour. La grande comete de 1680, suivant Halley, devroit reparoître l'an 2254; il croit que c'est celle qui parut du tems de César, ensuite en 531 et 1106, et elle auroit paru dans les années 619 et 2349 avant notre ere; en sorte qu'elle pourroit servir à ceux qui veulent expliquer physiquement le déluge, comme Whiston (*New theory of the earth*); mais il y a des doutes sur la période de cette comete de 1680; et j'ai reconnu qu'il y a huit autres cometes qui peuvent approcher bien davantage de la terre et y causer de plus grandes révolutions. (*Réflexions sur les cometes*, à Paris, 1773).

915. Dans tous les corps qui tournent autour du soleil les carrés des tems sont comme les cubes des distances; ainsi, dès qu'on connoît la période d'une comete par deux apparitions observées, on trouve, par une simple proportion, le grand axe de son orbite, et l'on calcule son lieu vrai de la même maniere que celui des autres planetes (442, 493).

916. Si l'on avoit vu une comete assez long-tems et qu'on l'eût observée avec une grande précision, on pourroit avoir une idée de la durée de sa révolution, ou déterminer son ellipse par des méthodes indirectes semblables à celles que j'ai employées dans les paraboles; mais le calcul en seroit si long et le résultat si peu susceptible de précision que je ne pense pas devoir entrer dans ce détail. J'observerai seulement qu'en pareil cas la méthode la plus commode sera peut-être celle-ci. On déterminera d'abord dans l'hypothese parabolique la distance périhélie et le tems du passage au périhélie par des observations qui n'en soient pas fort éloignées, afin que cette distance périhélie convienne également et à l'ellipse et à la parabole, et soit indépendante de l'hypothese; on calculera ensuite la différence entre la parabole et l'ellipse pour les observations les plus éloignées dans différentes hypotheses de révolutions elliptiques; les différences calculées étant comparées avec l'erreur observée,

c'est-à-dire avec la différence qu'il y a entre l'observation et le résultat de l'hypothese parabolique, on jugera laquelle des différentes ellipses supposées convient à ces observations éloignées.

917. J'ai reconnu, par un calcul fait seulement à-peu-près pour la comete de 1759, que, si l'on eût déterminé le périhélie par trois observations faites le 12 mars, le 1 avril et le 1 mai, on auroit trouvé le 31 mai 2′ d'erreur si l'on se fût trompé de 3 ans sur la révolution: ainsi, en se trompant même de 2′, il n'est pas impossible de trouver la période d'une comete à trois années près par une seule apparition de trois mois; mais l'incertitude seroit bien plus grande sur de plus longues périodes.

Diverses Remarques sur les Cometes.

918. On peut représenter l'inégalité du mouvement des cometes dans des ellipses fort excentriques par le moyen d'une machine assez simple, que Desaguliers a donnée sous le nom d'*Instrument cométaire;* il a été aussi décrit par Ferguson (*Astronomy explained*, 1764). Il consiste en deux poulies elliptiques, mobiles chacune autour de leur foyer; l'une conduit l'autre par le moyen d'une corde qui les embrasse toutes deux en se croisant entre elles; les ellipses se touchent continuellement, d'où il résulte que si la premiere tourne uniformément, la seconde tournera plus vîte quand son périhélie touchera l'aphélie de la premiere que quand son aphélie touchera le périhélie de la premiere. Si la seconde ellipse qui tourne inégalement porte une alidade au dehors de la boîte, et que cette alidade enfile un petit globe retenu dans une coulisse elliptique, il représentera très bien la vîtesse du périhélie et la lenteur de l'aphélie; les aires seront même proportionnelles aux tems.

919. On avoit reconnu long-tems avant Tycho que le mouvement apparent des cometes observé pendant la durée de leur apparition n'étoit pas uniforme; cependant Tycho n'étoit pas assez frappé de ces inégalités pour y reconnoître l'effet de la parallaxe annuelle et du mouvement de la terre; mais Képler l'y reconnut très bien, et, dans son traité des cometes, il dit qu'ayant supposé le mouvement de celle de 1618 dans une ligne droite avec une diminution uniforme, on reconnoissoit l'effet du mouvement de la terre, soit sur la longitude, soit sur la latitude de la comete, et que le mouve-

ment qui parut tortueux ne pouvoit le paroître qu'à raison de celui de la terre ; il termine même son premier livre en disant : Autant qu'il y a de cometes dans le ciel, autant il y a de preuves du mouvement de la terre autour du soleil, indépendamment de celle que l'on tire du mouvement des planetes. A la rigueur cela prouve seulement qu'elles tournent autour du soleil : mais le mouvement de la terre a été suffisamment établi.

920. La comete de 1729, que Cassini observa pendant plusieurs mois, après avoir fait plus de 15° vers l'occident, depuis la tête du petit cheval jusques sur la constellation de l'aigle, se courba subitement pour retourner vers l'orient ; ce qui montroit d'une maniere frappante l'effet de la parallaxe annuelle. Il pourroit arriver des cas où cet effet seroit bien plus grand : si une comete rétrograde dont la distance à la terre seroit égale à la distance moyenne de la lune se trouvoit périhélie et en opposition, elle auroit 140° de mouvement par heure ; on pourroit voir la comete aller depuis l'horizon jusqu'au zénit en moins de trois quarts d'heure, et employer ensuite plus de quatre heures à gagner l'horizon occidental ; ou d'autres singularités de même espece, suivant les circonstances.

Les inégalités dont je viens de parler sont purement apparentes : mais je dois dire un mot d'une autre irrégularité qu'on a reconnue en 1759, et qui affecte le mouvement réel et intrinseque de toutes les cometes dans leurs ellipses ; c'est l'attraction des autres corps célestes. Celle de jupiter et de saturne est la plus remarquable ; mais il y a grande apparence que les attractions des autres planetes et des autres cometes peuvent y influer sensiblement. Cette attraction s'est manifestée de la maniere la plus frappante dans le retour de la comete de 1682, observée en 1759. Sa période entre le passage par le périhélie du 26 octobre 1607, et celui du 14 septembre 1682, a été plus petite de 585 jours que la période suivante qui s'est terminée au 13 mars 1759.

921. Lorsqu'on commençoit à parler, en 1757, du retour de cette comete prédite par Halley, on s'apperçut que l'inégalité de ses périodes précédentes nous laissoit près d'une année d'incertitude sur le tems de son apparition ; Halley avoit remarqué que cette comete, en 1681, passant fort près de jupiter, en avoit dû être fortement attirée, et que cela pourroit retarder l'apparition suivante jusqu'au commencement de 1759. Mais cette considération étoit trop vague pour qu'on dût y compter, et Halley n'y comptoit pas lui-même : je proposai à Clairaut d'y

de la comete de 1769 paroissoit d'environ 60° à Paris, de 70° à Bologne, de 90° entre Cadix et Ténériffe, où le C. Pingré l'observoit; mais elle étoit très foible. C'est ainsi que dans la zone torride la lumiere zodiacale (286) paroît constamment et de plus de 120° de longueur, quoiqu'on la voie rarement à Paris.

925. Séneque savoit que les queues des cometes sont transparentes, et qu'on voyoit les étoiles au travers (*liv. VII, c.* 18); Newton fit voir qu'elles étoient d'une substance infiniment plus tenue et plus rare qu'on ne sauroit l'imaginer.

926. Appian fut le premier qui prouva que les queues des cometes étoient toujours à-peu-près opposées au soleil (*Astronomicum Cæsar um,* 1540). Cette regle fut confirmée alors par Gemma Frisius, Cornelius Gemma, Fracastor, Cardan; elle est actuellement bien reconnue. On apperçoit seulement une courbure et une déviation qui sont une suite de la position de la terre hors du plan de l'orbite de la comete et du mouvement de celle-ci; car la déviation se fait du côté de l'endroit que la comete occupoit auparavant (*Hevelius, in Cometog.;* Cassini, sur la comete de 1680, *page X;* Newton, *l.* 3, prop. 41; Boscovich, *t.* 3, *p.* 360). On voit la queue d'autant plus grande que la comete est plus éloignée de la ligne qui passe par le soleil et par la terre.

927. La queue des cometes, suivant Newton, vient de l'atmosphere propre de chaque comete. Les fumées et les vapeurs peuvent s'en éloigner, dit-il, ou par l'impulsion des rayons solaires, comme le pensoit Képler, ou plutôt par la raréfaction que la chaleur produit dans ces atmospheres.

928. Il confirme ce sentiment par la comete de 1680, qui, au mois de décembre, après avoir passé fort près du soleil, répandoit une lumiere beaucoup plus longue et plus brillante qu'elle n'avoit fait au mois de novembre avant son périhélie: cette regle est même générale, et lui paroît suffisante pour prouver que la queue des cometes n'est qu'une vapeur très légere, élevée du noyau de la comete par la force de la chaleur. Euler y ajoute l'impulsion de la lumiere (*Mém. de Berlin*, 1746), et Mairan l'atmosphere du soleil, ou la lumiere zodiacale.

929. On n'a guere vu de queue plus grande que celle de la comete de 1680, parcequ'on n'a guere vu de comete passer si près du soleil; le 18 décembre 1680, elle en étoit 166 fois plus près que la terre. Cette comete recevoit une chaleur 28000 fois plus grande que celle que nous éprouvons au solstice d'été; la chaleur de l'eau bouillante est trois fois plus grande que celle

qu'une terre seche reçoit alors du soleil, et la chaleur d'un fer rouge trois ou quatre fois plus grande que celle de l'eau bouillante, suivant l'estimation de Newton. Ainsi la comete de 1680 dut être échauffée environ deux mille fois plus qu'un fer rouge; un globe de fer de même diametre auroit conservé sa chaleur plus de 50000 ans. Buffon a réformé ces calculs de Newton dans plusieurs points d'après des expériences curieuses sur la chaleur et la durée du refroidissement des métaux, qui dépend de leur fusibilité. (*Hist. nat.*, *Supplémens*, *t.* 1, 1774).

LIVRE ONZIEME.

De la Rotation des Planetes, et de leurs Taches.

930. On a vu le soleil tourner sur son axe dès le tems où l'on a découvert les lunettes d'approche. Nous savons que la terre tourne chaque jour par un mouvement de rotation (384); nous sommes très assurés que la lune, jupiter et mars tournent aussi sur leurs axes; d'ailleurs il est difficile de concevoir que le mouvement imprimé aux planetes et par lequel elles décrivent leurs orbites ne soit pas accompagné d'un mouvement de rotation : il faudroit que la direction passât tellement par le centre qu'il n'y eût pas la plus petite différence.

Cependant la rotation, quant à sa durée, est indépendante de la révolution; une planete peut suivre son orbite par un mouvement de translation d'occident en orient sans tourner sur son axe; et elle peut tourner sur un axe quelconque en sens contraire et avec une vîtesse quelconque (405). Ainsi le mouvement de rotation est absolument indépendant du mouvement de révolution quant à sa vîtesse et à sa direction : ce n'est que par les observations qu'on peut les déterminer. Nous avons aussi prouvé que l'axe de rotation doit toujours rester parallele à lui-même, quel que soit le mouvement de révolution (405).

931. Jean Bernoulli, dans un mémoire de Dynamique, où il considere les centres spontanés de rotation, fait voir qu'une force de projection appliquée, non pas au centre de la terre, mais un peu plus loin du soleil, et cela de $\frac{1}{150}$ du rayon, devoit donner à la terre, supposée ronde et homogene, deux mouvemens assez conformes à ceux que l'on observe; pour mars il trouve $\frac{1}{418}$; pour jupiter $\frac{7}{19}$ (*Bern. Opera, t. IV*); pour la lune on trouve $\frac{1}{159}$. Si l'impulsion primitive eût été appliquée à de plus grandes distances de chaque centre, le mouvement de rotation seroit plus rapide; si elle eût été donnée dans un point situé de l'autre côté, la direction de l'axe de rotation seroit différente: tout cela tient à la cause de l'impulsion primitive, qui, ne pouvant passer directement par le centre que par un concours très difficile de circonstances, a dû produire le double mouvement. Ainsi il est probable que tous les corps qui ont un mouvement de révolution ont aussi un mouvement de rota-

tion, et les étoiles sont vraisemblablement dans le même cas.

932. La rotation du soleil est la premiere qui ait été découverte, et c'est aussi la plus sensible; les taches qui paroissent de tems en tems sur son disque ont fait découvrir ce mouvement et nous servent encore à l'observer. La premiere découverte des taches du soleil est contenue dans un grand ouvrage de Scheiner, intitulé, *Rosa Ursina*, et publié en 1630.

933. Scheiner étoit professeur de mathématiques à Ingolstadt au mois de mars 1611, lorsqu'en regardant un jour le soleil avec une lunette au travers de quelques nuages, il apperçut pour la premiere fois les taches du soleil, et les fit voir au P. Cysati et à plusieurs de ses disciples. Le bruit s'en répandit bientôt; on sollicita Scheiner de publier cette découverte: mais comme ce phénomene paroissoit fort contraire aux principes de la philosophie péripatéticienne de ce tems-là, les jésuites craignirent qu'il ne vînt à les compromettre; et ses premieres observations ne furent publiées que sous un nom supposé: *Appelles post tabulam.*

934. Galilée prétendit avoir découvert ces taches dès le commencement de 1611; Jean Fabricius les avoit aussi observées à Witemberg, et il en publia même la relation au mois de juillet 1611; Képler pense que Fabricius les avoit vues avant Scheiner; enfin M. Zach a vu dans les manuscrits de Harriot des observations qui remontent au 8 décembre 1610.

935. Les taches du soleil sont des parties noires irrégulieres qu'on apperçoit de tems en tems sur le soleil, et qui paroissent tourner uniformément en 27 jours et un tiers autour du soleil (958); on en voit une, représentée en N (*fig.* 114), sur le disque du soleil.

Les facules dont Scheiner et Hévélius parlerent beaucoup sont des endroits un peu plus lumineux et plus clairs que le fond du soleil, des vapeurs lumineuses que l'on voit sur-tout près des bords du soleil; elles environnent quelquefois ces taches, on les voit même encore dans les endroits où il y a eu des taches. Ces nuages de lumiere, ces taches lumineuses emploient quelquefois 24 heures à entrer sur le soleil; elles ne s'apperçoivent guere que pendant trois jours, à compter de leur entrée; mais elles reparoissent de nouveau trois jours avant leur sortie, parcequ'elles ont besoin d'être vues obliquement pour être sensibles, leur lumiere différant peu de celle du soleil.

Les ombres ou nuages sont des nébulosités ou des atmospheres blanchâtres qui environnent presque toujours les grandes

taches; Hévélius les compare à l'impression que l'haleine fait sur une glace de miroir en ternissant son éclat; quelquefois, dit-il, cette atmosphere des taches est jaunâtre *instar halonis*, et il en donne un exemple; quelquefois ces ombres se trouvent toutes seules, et donnent ensuite naissance à des taches, comme il l'observa au mois d'août 1643: ces ombres sont souvent d'une très grande étendue. Hévélius a vu, au mois de juillet 1643, une traînée d'ombres et de facules qui occupoit près du tiers du diametre du soleil.

936. Les taches du soleil servent à expliquer divers phénomenes racontés dans les historiens sur la diminution de lumiere dans le soleil. Ainsi, dans les annales de France, on lit que l'an 807 mercure parut sur le soleil comme une petite tache noire qu'on apperçut en France pendant 8 jours, et que les nuages empêcherent d'observer dans quel tems se firent l'entrée et la sortie. Ce ne pouvoit être autre chose qu'une tache (726).

937. Ces taches sont quelquefois assez grosses pour être vues sans lunettes avec un simple verre enfumé. Aussi les avoit-on remarquées au Pérou avant qu'on les eût découvertes en Europe, suivant Joseph Acosta. Darquier, à Toulouse, le 15 avril 1764, en voyoit une à la vue simple, et la faisoit voir aux autres; et Galilée, dès 1613, assuroit en avoir vu de même.

938. Scheiner observa assidument les taches du soleil depuis 1618 jusqu'à 1627; il avoit soin de les rapporter à l'écliptique lorsqu'il avoit observé leur situation par rapport au vertical ou aux paralleles à l'équateur; par ce moyen il décrivoit sur un carton la route d'une tache pendant les 13 jours de son apparition. On en trouve un très grand nombre de gravées dans son ouvrage, et elles lui firent reconnoître les regles suivantes (*Rosa Urs.*, *pag.* 225). Galilée avoit déja remarqué une partie de ces circonstances.

939. A la fin de mai et au commencement de juin les taches décrivent des lignes droites inclinées sur l'écliptique du nord au sud, c'est-à-dire qu'elles vont de A en B (*fig.* 114), parceque nous sommes dans le nœud de l'équateur solaire, qui paroît alors une ligne droite. A la fin de novembre ou au commencement de décembre elles décrivent des lignes droites en allant du midi au septentrion, ou de C en D; pendant l'hiver et le printems leur route est concave vers le midi, et convexe du côté du nord; mais dans les six autres mois, ou depuis le commencement de juin jusqu'au commencement de décembre, la concavité est tournée vers le nord, comme dans la courbe

liné à notre

au commen-
de chaque
bleil, même
mblables de-
leur dispa-
et dans les
rs, comme
lles qui tra-
qui en sont
trer que ces
elles n'ont
tour de son

rent ensuite
ssini les ob-
ns dans plu-
à 1720; et

s taches du
r de forme,
roître totale-
pées dans le
leil et avant
). Il y a des
ent au même
mois de mai
le mai 1695
ême endroit;
1778), qui
i aient paru
e à la fin de
dant plus de
ni, *Elémens*

n'ont rien de
vertes on ne
ches; il y en
a compté 50
epuis l'année
on en ait pu

trouver plus d'une ou deux qui furent observées fort peu de tems. Depuis le mois de décembre 1676 jusqu'au mois d'avril 1684 Flamsteed n'en vit point; depuis 1686 jusqu'en 1688 Cassini ne put en découvrir; de 1695 à 1700 l'on n'en vit aucune; depuis 1700 jusqu'en 1710, les volumes de l'académie en parlent continuellement; en 1710 on n'en vit qu'une seule; en 1711 et 1712 on n'en observa point du tout; en 1713 on n'en vit qu'une au mois de mai; de 1716 à 1720 on en vit beaucoup. Cassini écrivoit en 1740, « Elles sont présentement « si fréquentes qu'il est très rare d'observer le soleil sans en « appercevoir quelques unes, et même souvent un assez grand « nombre à la fois ». Pour moi, je puis dire que depuis 1749 je ne me rappelle pas d'avoir jamais vu le soleil sans qu'il y eût des taches sur son disque, et souvent un grand nombre. C'est vers le milieu du mois de septembre 1763 que j'ai apperçu la plus grosse et la plus noire; elle avoit une minute au moins de longueur, c'est-à-dire quatre fois autant que la terre entiere, qui sur le soleil, ne paroîtroit que de 17″; j'en ai vu aussi de très grosses les 28 février 1759, 11 avril 1766, et 17 avril 1767.

942. Les taches du soleil paroissent sur le bord oriental de son disque extrêmement étroites, comme un trait fort délié; ce qui prouve qu'elles ont peu de hauteur et qu'elles sont à la surface du soleil : il faut cependant considérer que quand elles auroient une certaine hauteur elles pourroient bien ne paroître pas au bord ou à l'extrémité du soleil, parcequ'elles n'ont aucune lumiere, et qu'on ne les voit que quand elles interrompent la lumiere du disque solaire; mais du moins on verroit la hauteur tout entiere aussitôt qu'elle commenceroit à être toute projetée sur le soleil; aussi, dans le mois de décembre 1719, on remarqua une grosse tache, qui au lieu de disparoître comme les autres, y fit une échancrure (*Hist. acad.* 1720); mais la plupart paroissent être à la surface même du soleil.

943. Quelques physiciens crurent d'abord que les taches du soleil étoient des corps solides qui, faisoient leur révolution autour du soleil (1): mais si cela étoit, les taches nous cacheroient à-peu-près la même portion du soleil soit sur les bords, soit au milieu; et le tems qu'elles paroissent sur le soleil seroit plus court que le tems où on les perd de vue; au lieu que nous voyons ces taches employer autant de tems à parcourir la partie antérieure du soleil que la partie postérieure, sauf la petite

(1) Tarde les nomma *Sydera Borbonia*, et un nommé Maupertuis les appela *Sydera Austriaca*.

différence que doit produire la grosseur du diametre du soleil et la proximité de ces taches à l'un des poles du soleil ; enfin ces planetes ne pourroient pas disparoître et devenir invisibles pendant des années entieres (941), changer de formes et faire leurs révolutions toutes dans le même intervalle de tems.

Galilée, qui n'étoit point pour le systême de l'incorruptibilité des cieux, pensa que les taches du soleil étoient une espece de fumée, de nuage, ou d'écume, qui se formoit à la surface du soleil, et qui nageoit sur un océan de matiere subtile et fluide ; Hévélius étoit aussi de cet avis.

944. Mais il me paroît évident que si ces taches étoient aussi mobiles que le supposent Galilée et Hévélius, elles ne seroient point aussi régulieres qu'elles le sont dans leur cours ; d'ailleurs elles reparoissent quelquefois précisément au même point où elles avoient disparu ; ainsi je trouve beaucoup plus probable le sentiment de la Hire (*Hist. acad.* 1700, *Mém.* 1702). Il pense que les taches du soleil ne sont que les éminences d'une masse solide, opaque, irréguliere, qui nage dans la matiere fluide du soleil et s'y plonge quelquefois en entier.

Peut-être aussi ce corps opaque n'est que la masse du soleil recouverte communément par le fluide igné, et qui par le flux et le reflux de ce fluide se montre quelquefois à la surface, et fait voir quelques unes de ses éminences. On explique par-là d'où vient que l'on voit ces taches sous tant de figures différentes pendant qu'elles paroissent, et pourquoi, après avoir disparu pendant plusieurs révolutions, elles reparoissent de nouveau à la même place qu'elles devroient avoir si elles eussent continué de se montrer. On explique aussi ces nébulosités blanchâtres dont les taches sont environnées et qui sont les parties du corps solide sur lequel il ne reste plus qu'une très petite couche de ce fluide. Cependant la Hire pensoit, d'après quelques observations, qu'il falloit admettre plusieurs de ces corps opaques dans le soleil, ou supposer que la partie noire pouvoit se diviser et ensuite se réunir.

945. Pour moi je pense qu'il y a des endroits déterminés pour la formation des taches, à en juger par les grosses taches de 1752, 1764, 1777 et 1778, qui me paroissent avoir été au même point physique du disque solaire (*Mém.* 1776, 1778).

De l'Equateur solaire, et de la Rotation du Soleil.

946. Les taches du soleil ont fait connoître que le soleil

tournoit sur lui-même d'occident en orient autour de deux points, qu'on doit appeler les poles du soleil. C'est par le mouvement apparent des taches qu'on déterminera la situation de ces poles et celle de l'équateur solaire, c'est-à-dire son inclinaison et ses nœuds sur l'écliptique.

La maniere d'observer les taches du soleil est la même que pour les passages de vénus (535, 736). Scheiner et Hévélius recevoient l'image du soleil dans une chambre obscure au travers d'une lunette. Nous préférons aujourd'hui de regarder directement le soleil, et de déterminer la différence de hauteur et d'azimut, ou la différence d'ascension droite et de déclinaison entre la tache et le centre du soleil, pour en déduire la différence de longitude et de latitude à laquelle il faut toujours parvenir. Soit D (*fig.* 111) une tache, ou le disque de vénus, NM le diametre vertical du soleil : quand on a observé le passage du bord du soleil et de la tache par un fil vertical PB ou HD, on a la différence horizontale DB, et par conséquent DE ; le passage à un fil horizontal MG, EB nous donne la différence de hauteur DG, et par conséquent DH ou CE : dans le triangle CED l'on trouve l'angle ECD et le côté CD. L'angle du vertical avec le cercle de latitude LCI (708), ou l'angle MCI, étant retranché de l'angle ECD, il reste l'angle de conjonction DCK; et connoissant CD avec l'angle adjacent, il est facile de trouver la latitude CK de la tache et la différence de longitude KD entre le soleil et la tache.

947. Quand on aura observé plusieurs jours de suite (946) la différence de longitude et de latitude entre la tache et le centre du soleil, on les rapportera sur un carton pour juger de leur progrès : soit S (*fig.* 114) le centre du disque solaire, SE une portion de l'écliptique, M une tache, ML la différence de latitude entre le soleil et la tache ; X, V, M, O, les positions successives de la tache sur son parallele apparent RO; l'on verra facilement que ces positions forment à-peu-près une ellipse, si ce n'est vers le commencement de juin et de décembre où cette ellipse se réduit à une ligne droite, ce qui indique le lieu du nœud de l'équateur solaire.

948. L'ouverture apparente des ellipses que décrivent les taches du soleil est proportionnelle à l'inclinaison du rayon visuel ou à l'élévation de la terre au-dessus du plan de l'équateur solaire, et cette élévation doit se mesurer au centre du soleil: soit S le centre du soleil (*fig.* 115), EAQV le plan de l'équateur solaire, ST la ligne dirigée vers la terre, qui est toujours

relevée au-
otre œil au-
uité sous la-
de cet angle
diametre du
que le petit
ù elles sont
mars et de
soleil n'est
TSV est la
équateur du
de la terre
gémaux ou
verture des
lier le sinus
soleil à l'un

rture de ces
nt la durée
la terre rend
mpêche que
précédentes
vations à ce
nt été immo-
effet, la terre
de l'équateur
et pas que le
ment sous la
oit lieu si la
qui change
nte ou cette
econnoître le
guider dans

et la diffé-
n déduira la
prise sur le
nus d'un arc
de ce globe,
de soleil que
r un plan de-
ître l'arc du

globe du soleil qui répond à la ligne droite SM, ou l'arc de distance, on fera cette proportion : le rayon du soleil réduit en secondes est au cosinus du demi-diametre du soleil comme la longueur SM est au sinus de l'arc qui lui répond : et l'on aura l'arc ou l'angle sous lequel un observateur situé au centre du soleil verroit la tache M éloignée de la terre ; car la terre paroît répondre au point S, ou au pole même du cercle AROBD, qui est le limbe du soleil vu de la terre.

951. Pour sentir la vérité de la regle précédente il faut considérer le rayon TG (*fig.* 116) qui touche le disque solaire en G, et forme avec CAT l'angle du demi-diametre apparent CTG; si cet angle est de 16′, l'angle TCG est de 89° 44′, et c'est la perpendiculaire GH ou le sinus 89° 44′ qui répond à 16′ ou à 960″. Ainsi il faudra dire, 960″ est au sinus de 89° 44′ comme le nombre de secondes observé pour une distance BE est au sinus des degrés et minutes de l'arc AB qui lui répond.

952. Nous pouvons actuellement déterminer la longitude héliocentrique de la tache et sa latitude vue du soleil. Soit P et E (*planche XVI*, *fig.* 117) les poles de l'écliptique sur le globe du soleil ; PREK le grand cercle qui sépare l'hémisphere tourné vers la terre de l'hémisphere opposé ; T le point du globe solaire où répond la terre, c'est-à-dire le point du soleil qui a la terre à son zénit, ou qui nous paroît répondre au centre même du disque solaire ; M le point où est la tache ; TM l'arc de distance déterminé par le calcul précédent (950). L'angle sphérique LTM est le même que l'angle plan LSM de la figure 114, déterminé par observation (950). Dans le triangle sphérique LMT formé sur la convexité du globe solaire, l'on connoît TM qui est l'arc de distance et l'angle LTM ; on cherchera TL et LM ; l'un est la différence de longitude entre le lieu de la terre et le lieu de la tache qui répond au point L de l'écliptique ; l'autre la latitude héliocentrique de cette tache.

953. On ajoutera la différence de longitude trouvée avec la longitude de la terre (c'est-à-dire celle du soleil augmentée de 6 signes), si le point L est à la droite ou à l'occident du centre du soleil (*fig.* 114 *et* 117) ; car alors vue du soleil elle est à l'orient ; et l'on aura la longitude de la tache vue du centre du soleil, c'est-à-dire le point de l'écliptique où un observateur situé au centre du soleil verroit répondre cette tache.

954. Lorsque par cette méthode on a déterminé trois positions de la tache vue du soleil, on connoît par longitudes et latitudes 3 points X, Y, M (*fig.* 117) d'un petit cercle parallele

lele à l'équateur solaire, on peut déterminer le pole de ce petit cercle; et c'est aussi le pole de l'équateur solaire GHK, auquel le cercle MR est parallele.

955. Si la longitude héliocentrique d'une tache étoit la même dans les trois observations, ce seroit une preuve que le soleil ne tourne point sur son axe; car le centre du soleil ne peut voir une tache répondre toujours au même point du ciel, si cette tache est entraînée par la circonférence du soleil. La longitude héliocentrique d'une tache que nous venons de déterminer (953) ne change donc que par le mouvement du soleil; mais elle ne change pas uniformément, parceque l'écliptique, sur laquelle nous comptons les longitudes, n'est pas l'équateur même du soleil autour duquel se fait le mouvement du soleil, et sur lequel seulement on peut trouver des progrès uniformes.

956. Si la latitude héliocentrique d'une tache dans les trois observations étoit constante, tandis que la longitude change, on seroit assuré que la tache tourne parallèlement à l'écliptique, c'est-à-dire autour des pôles mêmes de l'écliptique, qui dans ce cas seroit confondue avec l'équateur du soleil.

Mais si la longitude et la latitude de la tache changent tout-à-la-fois, c'est une preuve que la tache décrit un parallele à quelque autre cercle que l'écliptique: d'où il suit que l'équateur du soleil est incliné sur l'écliptique.

957. Si nous avions une suite d'observations d'une tache pendant une demi-révolution autour du soleil dans le tems où le soleil est dans les nœuds de son équateur, nous verrions cette tache à sa plus grande et à sa plus petite latitude: la différence de ces deux latitudes donneroit le double de l'inclinaison de l'équateur solaire: car soit AB (*fig.* 114) le diametre de l'équateur solaire, KE l'écliptique, RO le parallele de la tache; les latitudes OE et KR de cette tache (quand elle est sur le cercle AROE, ou le colure de ses latitudes extrêmes), different entre elles du double de EB, c'est-à-dire du double de l'inclinaison de l'équateur solaire, puisque dans l'une des observations la latitude EO de la tache est plus grande que BO de la quantité BE, et que dans l'autre observation la latitude KR est au contraire plus petite que AR ou BO de la même quantité AK = EB.

C'est ainsi que nous trouverons l'inclinaison de l'équateur lunaire, parceque les taches de la lune peuvent s'observer pendant toute la durée d'une rotation lunaire. Mais, comme les taches du soleil paroissent à peine pendant une moitié de leur

révolution, nous cherchons l'inclinaison de l'équateur solaire par l'inégalité des trois latitudes observées.

958. Il y a plusieurs méthodes directes pour y parvenir; mais il est évident qu'on peut très bien se passer de ces méthodes en faisant quelques suppositions sur le lieu du nœud et sur l'inclinaison de l'équateur, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à des quantités qui donnent exactement les trois longitudes héliocentriques et deux des latitudes déduites des observations. On trouve par ce moyen que le nœud ascendant de l'équateur solaire est à $2^s\ 18^\circ$ de longitude, que l'inclinaison de cet équateur sur l'écliptique est d'environ $7^\circ\ 20'$, et que sa rotation véritable est de $25^j\ 10^h\ 0'$; ce qui fait que les taches du soleil reviennent par rapport à nous au même point du disque solaire en $27^j\ 7^h\ 37'\ 28''$ (*Mém. de l'ac.* 1776 *et* 1778, *page* 423).

L'équateur solaire paroît accompagné d'une atmosphere très vaste qu'on observe sous le nom de lumiere zodiacale (286).

959. La rotation du soleil ne peut avoir lieu que par un choc ou une impulsion primitive, et il en rés[illegible] un mouvement de translation ou un déplacement du soleil et de tout le système solaire que j'ai fait remarquer (*Mém. de l'ac.* 1776). M. Herschel et M. Prévost en ont fait usage pour expliquer les changemens de situations de quelques étoiles. *Mém. de Berlin* 1781, *Trans. Philos.* 1783 (*art.* 759).

De la Rotation lunaire, et de sa Libration.

960. La lune présente toujours à la terre à-peu-près la même face; mais nous sommes au-dedans de son orbite: si nous étions placés au-dehors de l'orbite lunaire, nous verrions successivement tous les points de sa circonférence; d'où il suit que la lune tourne sur son axe, et qu'elle a un mouvement de rotation; mais sa rotation est de la même durée que sa révolution.

961. Il paroît que ce mouvement de rotation est uniforme; et comme le mouvement de révolution ne l'est pas, il en résulte une *libration* ou un petit changement de 7 à 8 degrés dans la partie visible du disque lunaire: cette différence équivaut à un huitieme de la largeur du disque de la lune, quantité dont les taches de la lune sont plus ou moins près du centre en certains tems.

Galilée, qui le premier observa les taches de la lune après la découverte des lunettes (*Sidereus Nuncius*, 1610), fut aussi le premier qui remarqua la libration de la lune. Il comprit dès

lors qu'il y avoit une libration en latitude qui vient de l'inclinaison de l'orbite lunaire et du parallélisme constant de son axe. Il observa que des deux taches de la lune, appelées *grimaldi* et *mer des crises* dans les figures du disque lunaire, l'une se rapprochoit du bord de la lune quand l'autre s'éloignoit du bord opposé vers lequel elle est située. Ce n'est pas la libration en latitude qui est la principale cause de ce changement; mais Galilée n'en connoissoit pas d'autre: c'est pourquoi je commence par celle-là.

962. Supposons, pour l'expliquer, que la lune présente toujours la même face au même point du ciel, et qu'un de ses diametres, que nous appellerons l'*axe de la lune*, soit toujours incliné de 2° sur l'axe de l'écliptique. Soit T la terre (*fig.* 118), TE le plan de l'écliptique, TC une ligne inclinée de 2° sur l'écliptique pour représenter l'équateur lunaire, L le centre de la lune dont l'axe ILK soit perpendiculaire à TC; lorsque la latitude de la lune, où l'angle LTE, est de 5°, l'angle LTC est de 3° aussi bien que l'angle GLD, et une tache située en G sur l'équateur lunaire paroît éloignée du centre apparent D de la lune de 3° ou de $\frac{1}{19}$ du rayon de la lune; mais 14 jours après, quand la lune M a 5° de latitude australe, l'angle ETM, étant de 5° et l'angle CTM de 7°, la tache qui étoit en G se trouve en Q, et sa distance FQ au centre apparent F de la lune est l'arc FQ égal à l'angle CTM = 7°; ainsi la tache située dans l'équateur paroît à 7° au midi du centre apparent F de la lune, tandis qu'auparavant elle paroissoit 3° plus au nord; donc la tache de la lune paroît 10° plus au midi, ou plus près du bord méridional de la lune, que lorsque la latitude étoit septentrionale en L. Cela suppose que la ligne TC, à laquelle l'axe est perpendiculaire, soit immobile, ou que l'axe IK soit toujours parallele à lui-même: nous verrons bientôt qu'il a un mouvement (966), mais il n'est pas sensible en 14 jours.

963. La cause de la libration en longitude est l'inégalité du mouvement de la lune dans son orbite. Ce fut Riccioli qui parla le premier, en 1651, de cette hypothese; elle fut employée par Hévélius, qui l'avoit imaginée, dit-il, en 1648; Newton et Cassini l'adopterent également; et je vais l'expliquer en peu de mots.

964. Suivant la théorie du mouvement elliptique, le foyer supérieur F de l'orbite lunaire ALP (*fig.* 119) est celui autour duquel la lune a un mouvement presque uniforme (495): si donc la rotation de la lune est aussi uniforme, comme le preuve

l'observation, la lune, après le quart de la durée de sa révolution, présentera au foyer F le point B de sa surface, qui, dans l'apogée A, étoit dirigé suivant AFT, et par conséquent vers la terre; mais, dans cette position du rayon LBF, l'angle FLT étant de 6 ou 7°, le point C de la lune qui est dirigé vers la terre et qui forme le centre apparent de la lune, est différent du point B de 7° de la circonférence de la lune: ainsi la tache qui est en B (et qui paroissoit au centre apparent du disque lunaire quand la lune étoit apogée) en paroîtra éloignée de 7°, ou d'environ une huitieme partie du rayon de la lune du côté de l'occident; c'est ce que l'on observe réellement. On en conclut que la durée de la rotation de la lune est uniforme et égale à celle de sa révolution, sans participer aux inégalités de celle-ci.

965. Newton, ayant trouvé par l'attraction de la terre sur la lune que le diametre de la lune, dirigé vers la terre, doit surpasser de 280 pieds les diametres perpendiculaires à notre rayon visuel, en conclut que le plus grand diametre doit être toujours à-peu-près dirigé vers la terre; et il est vrai que l'équateur lunaire doit être en effet alongé dans le sens du diametre qui va de la lune à la terre, parceque l'attraction de la terre est plus grande sur les parties qui en sont les plus voisines.

D'un autre côté, la rotation de la lune autour de son axe doit en faire un sphéroïde applati par les poles, et rendre les méridiens elliptiques; ainsi dans la lune les méridiens, l'équateur et les paralleles doivent être des ellipses; et le corps de la lune doit être pour ainsi dire comme un œuf qu'on auroit applati par les côtés, indépendamment de son alongement naturel.

966. Lagrange, dans la piece qui a remporté le prix de l'académie en 1764, et sur-tout dans les mémoires de Berlin pour 1780, a donné la théorie de la libration de la lune: il prouve que la lune doit être élevée sous son équateur, mais quatre fois plus dans le sens du diametre dirigé vers la terre que dans l'autre diametre de l'équateur. Il fait voir aussi que les nœuds de l'équateur lunaire doivent coïncider avec ceux de l'orbite, comme je l'ai démontré dans les Mémoires de 1764 par de nouvelles observations.

967. On détermine les nœuds et l'inclinaison de l'équateur lunaire par trois observations d'une tache, de la même maniere que nous l'avons expliqué pour l'équateur solaire (958). C'est au centre de la lune qu'il faut réduire les longitudes des taches, et choisir pour déterminer l'inclinaison de l'équateur lunaire

les tems où les taches sont le plus au nord ou au midi. On a trouvé par ce moyen l'inclinaison de 2° sur l'écliptique et de 7° sur l'orbite de la lune.

968. Je terminerai ce qui concerne la sélénographie en disant un mot de la hauteur des montagnes de la lune. Hévélius observa des sommets de montagnes dans la lune, qui étoient quelquefois éclairés, quoiqu'éloignés de la ligne de lumiere, de la treizieme partie du rayon de la lune : de là on peut conclure que ces montagnes ont de hauteur la 338ᵉ partie du rayon lunaire, ou une lieue de France. En effet, soit SBM (*fig.* 120) le rayon solaire qui éclaire la lune BED en quadrature, BED le côté éclairé, BH le côté obscur, HM une montagne lunaire; quand le rayon BM commencera à éclairer le sommet M, si l'on connoît le côté LB et le côté BM $=\frac{1}{13}$ du rayon LB, il est aisé de résoudre le triangle LBM, et de trouver LM, dont l'excès sur le rayon est HM. Le rayon de la lune est $\frac{3}{11}$ de celui de la terre, qui lui-même est de 3270000 toises; avec ces données on trouve HM de 2640 toises, c'est-à-dire plus d'une lieue commune.

969. Galilée supposoit cette hauteur encore plus grande; mais M. Herschel l'a trouvée plus petite, il l'a réduite à 1500 toises, et l'on peut bien s'en rapporter à cet illustre observateur. M. Herschel, dans les Transactions philosophiques de 1787, assure avoir vu dans la partie obscure de la lune un point brillant, qu'il ne peut attribuer qu'à un volcan qui produit encore quelquefois des éruptions, et on l'a revu en 1794.

Il y a des parties obscures dans la lune auxquelles on a donné le nom de mers, mais c'est sans fondement; il n'y a dans la lune ni air ni eau, puisqu'on n'y voit jamais de nuages.

De la Rotation et de la Figure des autres Planetes.

970. La rotation du soleil et celle de la lune sont les plus faciles à observer; mais les autres planetes ont aussi donné matiere à de semblables observations. Cassini ayant remarqué des taches dans vénus, jugea que cette planete tournoit sur son axe dans l'espace de 23 heures; mais la durée de cette rotation n'est point facile à observer. La rotation de jupiter est plus certaine; on le voit distinctement tourner sur son axe en 9ʰ 52″ ou 56′. Il paroît que l'équateur de jupiter n'est incliné que de 3° 12′ sur l'orbite de cette planete, à-peu-près comme celles des satellites. L'applatissement de jupiter est très sensible,

son axe est plus petit que le diametre de son équateur de $\frac{1}{10}$, et c'est une suite naturelle de la force centrifuge qui naît d'une rotation aussi rapide.

La rotation de mars, observée par Cassini en 1666, lui parut être de 24 heures 40′. M. Herschel, en 1781, a trouvé 24h 39′ 21″$\frac{2}{3}$. L'équateur étant incliné de 30° 18′ sur l'écliptique, le nœud est à 2 signes 18°. Il trouve l'applatissement d'un seizieme.

La rotation de mercure ne peut s'observer; il est trop près du soleil pour que l'on puisse en distinguer les taches.

La rotation de saturne est de 10h 16′ suivant Herschel.

971. Les phases de saturne sont une des choses les plus singulieres que l'on ait observées dans le ciel; quelquefois il paroît tout rond, et quelquefois on y distingue deux anses : les astronomes disputerent long-tems sur ces singulieres apparences, jusqu'à ce que Huygens, en 1659, en donna l'explication (*Systema saturnium*).

Saturne est environné d'un anneau fort mince (*fig.* 121); presque plan, concentrique à saturne, également éloigné dans tous ses points; il est soutenu par la pesanteur naturelle et simultanée de toutes ses parties, ainsi qu'un pont, qui seroit assez vaste pour environner toute la terre, se soutiendroit sans piliers; il est soutenu d'ailleurs par la force centrifuge qui naît de son mouvement en dix heures, observé par M. Herschel, et que le citoyen Delaplace a trouvé par la théorie devoir être de la même durée (*Mém.* 1787).

972. Le diametre AB de l'anneau de saturne est à celui du globe de saturne CD comme 7 est à 3, suivant les mesures de Pound; l'espace E qu'il y a entre le globe et l'anneau est à-peu-près égal à la largeur de la couronne, ou tant soit peu plus grand, suivant Huygens; ainsi la largeur de l'anneau est à-peu-près $\frac{2}{3}$ du diametre de saturne, aussi bien que les espaces vides et obscurs E, que l'on voit entre le globe et les anses. Le rayon de saturne paroît de 9″, le demi-diametre de l'anneau de 15″ en dedans et 21″ en dehors, suivant Pound, ou 23″ 3, suivant Herschel. En supposant 21″, le diametre entier de l'anneau est de 66719 lieues, et la largeur de la couronne EB 9533 lieues. Il paroît être partagé en deux bandes, comme s'il y avoit deux anneaux concentriques et dans le même plan, suivant l'observation de Herschel, et il trouve même que ces deux bandes sont éloignées de 800 lieues. Il tourne sur son axe et sans changer de plan, en 10h 32′ 15″ 4 (*Philos. Trans.* 1790), suivant l'observation de Herschel.

[illegible] fois, et il y a
[illegible] phase ronde.
[illegible] gitude ou dans
[illegible] dirigé vers le
[illegible] son épaisseur;
[illegible] que de si loin,
[illegible] alors paroît
[illegible] que une bande
[illegible] qui est formée
[illegible]

[illegible] que le plan de
[illegible] terre; nous ne
[illegible] peut disparoître
[illegible]; car alors la
[illegible] us; tant que
[illegible] le soleil éclaire
[illegible] est alors élevée
[illegible] la lumiere de
[illegible] de; ainsi l'on
[illegible] la même année
[illegible] véritablement
[illegible]

[illegible] a le 5 mai dans
[illegible] ercevoir; le 28
[illegible] neau, et nous
[illegible] 5 octobre, le
[illegible] e l'anneau, et
[illegible] éclaira la partie
[illegible] 1790, que la
[illegible] à l'orient et au
[illegible] roit déja depuis
[illegible] ver le lieu du
[illegible] seroit 5s 17° 17'
[illegible] *de l'ac.* 1790):
[illegible] au à l'orbite de
[illegible]

[illegible] 0° 0', et de 31°
[illegible] oyons toujours
[illegible] moitié du grand

De la Pluralité des Mondes.

976. La ressemblance que l'on a vue entre les planetes et la terre dans le cours de ce livre a fait croire aux plus grands philosophes que les planetes étoient destinées à recevoir des êtres vivans comme nous, et qu'elles étoient habitées. La pluralité des mondes se trouvoit déja dans les Orphiques, ces anciennes poésies grecques attribuées à Orphée (*Plut. de Plac. phil.*, *l.* 2, *c.* 13); les pythagoriciens, tels que Philolaüs, Nicetas, Héraclides, enseignoient que les astres étoient autant de mondes (*Plut. l.* 2, *c.* 13 *et* 30, *Achilles Tatius, Isag. ad Arati phœn.*, *c.* 10, *Diog. Laërt. in Emped.*) Plusieurs anciens philosophes admettoient même une infinité de mondes hors de la portée de nos yeux; Epicure, Lucrece (*l.* 2, *v.* 1069), tous les épicuriens, étoient du même sentiment; et Métrodore trouvoit qu'il étoit aussi absurde de ne mettre qu'un seul monde dans le vide infini, que de dire qu'il ne pouvoit croître qu'un seul épi de blé dans une vaste campagne (*Plut.*, *l.* 1, *c.* 5): Zénon d'Elée, Anaximenes, Anaximandre, Leucippe, Démocrite, le soutenoient de même. Enfin il y avoit aussi des philosophes qui, en admettant que notre monde étoit unique, donnoient des habitans à la lune: tels étoient Anaxagore (*Macrob.*, *Somn. Scip.*, *l.* 1, *c.* 11), Xénophanes (*Cic. Ac. qu.*, *l.* 4), Lucien (*Plutarque de Oracul. defectu*, *de Facie in orbe lunæ*, *Eusebe*, *Prépar. évang.*, *l.* XV, *c.* 30, *Stobée*, *l.* 1). On peut voir une liste beaucoup plus ample de ces opinions des anciens sur la pluralité des mondes, dans Fabricius (*Bibliot. Gr.*, *t.* 1, *c.* 20), et dans le Mémoire de Bonamy (*Acad. des inscr.*, *t.* IX). Hévélius donne aux habitans de la lune le nom de *selenitæ*, et il examine tous les phénomenes qui s'observent dans leur planete (*Selenogr.*, *p.* 294), à l'exemple de Képler (*Astron. lunaris*), Gregory, *Astron. elementa.*

977. La pluralité des mondes fut ensuite ornée par Fontenelle, en 1686, de tout l'esprit qu'on peut mettre dans des conjectures physiques; Huygens (mort en 1695), dans son livre intitulé, *Cosmotheoros*, publié en 1698, disserta aussi fort au long sur cette matiere. En effet la ressemblance est si grande entre la terre et les autres planetes, que si l'on admet que la terre ait été faite pour être habitée, on ne peut guere s'empècher d'admettre que les planetes le sont également; si nous supposons une connexion entre la terre et les hommes dans la nature des êtres, il est naturel de l'étendre aux planetes.

; la terre est
s orbites ellip-
me la terre ;
es montagnes.
est une ; jupi-
un seul carac-
llement entre
er que l'exis-
la terre? sur
ur l'imagina-
élever au-delà
ue je dis des
ra naturelle-
nvironner les
et à-peu-près
l'on est porté
rer les plane-
les, quel que

liers d'étoiles;
ordinaire n'en
imple. Quand
vrons un nou-
u'on ne soup-
ners sont par-
multiplie et
des étoiles qui
pposant qu'il
perce au-delà
le de mondes
yeux apperce-
bornes : quel

globes, il est
les causes fina-
et les philoso-
-tems ; aussi
finit par dire :
nt si les plane-

LIVRE DOUZIEME.

De la Pesanteur, ou de l'Attraction des Planetes.

980. La pesanteur est cette force que nous éprouvons à chaque instant, par laquelle tous les corps tiennent au globe de la terre, et y retombent d'eux-mêmes aussitôt qu'on les en éloigne et qu'ils sont libres.

Cette pesanteur est l'effet d'une force universelle répandue dans toute la nature, et qui réside dans tous les corps aussi bien que dans le globe de la terre, comme nous le démontrerons bientôt (990) : mais il faut commencer par examiner ses effets sur la terre avant de la considérer dans le reste de l'univers.

981. Le premier phénomene qu'on observe dans la pesanteur des corps terrestres c'est la vîtesse avec laquelle ils tombent vers la terre : tous les corps, grands ou petits, quelles que soient leurs grosseurs, leurs pesanteurs, leurs densités, commencent à tomber avec une vîtesse de 15 pieds par seconde (ou plus exactement 15,0515 sous l'équateur); mais après avoir parcouru 15 pieds dans la premiere seconde de tems, ils en parcourent trois fois autant dans la suivante, cinq fois autant dans la troisieme; les espaces parcourus en une seconde sont comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, etc. Galilée reconnut le premier cette loi, confirmée ensuite par toutes les expériences et par la théorie de la pesanteur.

982. De là il suit que les espaces entiers parcourus depuis le commencement de la chûte sont comme les carrés des tems; car le corps qui n'avoit parcouru qu'une perche à la fin de la premiere seconde, se trouve avoir parcouru en tout quatre perches au bout de deux secondes, neuf après 3'', etc. : donc les espaces parcourus dans la chûte des corps sont comme les carrés 1, 4, 9, 16, des temps 1, 2, 3, 4, que la chûte a duré.

983. Ce fait qui fut indiqué par l'expérience est prouvé par la nature même de la chose. La gravité, étant une force continue, agit sans interruption sur le corps qui y est soumis pendant la durée de sa chûte; dès lors les espaces qu'elle lui fait parcourir doivent être comme les carrés des tems. En effet, exprimons les instans ou les petites parties de tems que dure la chûte par

croissant éga-
GM ; les vi-
proportion,
degré de vi-
mais qui se
er légitime-
isque ces or-
sses BG, BK,
us à chaque
le tems est
c comme la
instans sont
ou par KL ;
urra être ex-
par celui des
ar la surface
t à celle du
e BK ; donc
ms.

BK étant le
mme BKLN
niformément
corps a par-

ms, et les vi-
té acquises,
c les vîtesses
est-à-dire des
uérir ces vî-
t comme les
paces qui se-
sses acquises.
un espace 4 ;
roit aussi un
oient que la
is cet espace
gal ; ainsi on
vîtesse simple
ette fameuse
re les physi-
de mots ; il

987. On doit étendre la proposition des espaces qui sont comme les carrés des tems, à toute force attractive constante, c'est-à-dire à toute force qui agit uniformément, constamment et sans interruption: les espaces parcourus sont nécessairement alors comme les carrés des tems. On fait souvent usage de cette remarque; on suppose toujours que si f est la force, dt le petit intervalle de tems, et de le petit espace, on doit avoir $fdt^2 = de$; car l'espace parcouru de est d'autant plus grand que la force est plus considérable, et que le carré du tems est plus long. Ainsi, pour comparer la force d'une planete quelconque avec la force que la terre exerce sur les corps graves, supposons que f est la force accélératrice d'une autre planete, comme la lune, en sorte que f soit $\frac{1}{66}$ de la force de la terre à pareille distance, et dt un nombre de secondes comme 4″, on aura l'espace que cette force f feroit parcourir en 4″ égal à $fdt^2 = \frac{1}{66} . 16$, ou $\frac{16}{66}$ des 15 pieds que la terre fait parcourir aux corps terrestres (981). Si la force n'est pas constante et uniforme, l'augmentation de la vîtesse est à chaque moment en raison composée de la force et du tems pendant lequel cette force s'exerce.

988. La même loi s'observe dans les mouvemens célestes; une planete ne se meut dans une orbite PB (*fig.* 123) que parcequ'elle est sans cesse retenue par la force centrale qu'exerce le soleil S (478 et suiv.). Nous allons prouver que l'écart de la tangente PA, ou la petite ligne AB qui marque l'effet de la force centrale, et la quantité dont cette force retire la planete du mouvement rectiligne PA, est comme le carré des tems, qui sont exprimés par les petits arcs décrits, tels que PB.

989. Le sinus verse AE (*fig.* 124) d'un arc infiniment petit AP est égal à $\frac{AP^2}{AD}$; car, par la propriété connue du cercle, $EP^2 = AE . ED$; donc $AE = \frac{EP^2}{ED}$; mais ED ou ED + EA, c'est-à-dire AD, sont absolument la même chose, puisque AE est infiniment petit; donc $AE = \frac{EP^2}{AD}$. A la place de EP nous pouvons mettre l'arc AP, qui n'en differe que d'un infiniment petit du troisieme ordre; donc nous aurons $AE = \frac{AP^2}{DA}$; c'est-à-dire que les sinus verses ou les écarts des tangentes sont comme les carrés des petits arcs correspondans. Nous avons déja fait usage de cette propriété des arcs infiniment petits (822), et il en résulte sur-tout que l'effet d'une force centrale en vertu de laquelle une planete décrit un cercle est comme le carré de l'arc décrit, ou comme le carré du tems.

990. Tout annonce qu'il y a une force pareille dans tous les corps célestes. Leur figure ronde suffit d'abord pour démontrer qu'il y a dans chaque planete une pesanteur semblable à celle qu'on éprouve sur notre globe. La terre s'est arrondie dès

ne s'arrondit
ers un centre
rrangent pour
petit applatis-
Cet équilibre
toit plus éloi-
i la pesanteur
ent y produire

ur semblable
re de la terre
de retenir et
el de conclure
e attractive,
avoit une at-
noissances, et
e loi de l'at-
écouvertes, et
nces les plus
l'observation

oient déja cette
es communs,
Plutarque en
ur la cessation
de a son centre
écessaire pour
dans son livre
ourquoi la lune
ement qui l'en

générale, car il
ndance qu'ont
); d'où il sui-
planete aussi
oit une force
dans leurs or-
on fût difficile
s vaste et plus
ses idées plus
du soleil devoit
énérale et réci-

proque entre les planetes (*De Stella Martis*, 1609, *Epitome Astron. Cop.* 1618, *Hist. des math.* par Montucla, 1758, *tome II, pages* 213, 527, 538). Dans la préface de sa Physique céleste Képler dit que si la lune et la terre n'étoient pas en mouvement, elles s'approcheroient l'une de l'autre, et se réuniroient à leur centre de gravité commun. Il dit ailleurs que l'action du soleil produit les inégalités de la lune; que l'action de la lune produit le flux et reflux de la mer; que le soleil attire les planetes, et en est attiré.

992. Et comment ne pas tirer cette conséquence des phénomenes que l'on observoit? La pesanteur des corps terrestres s'étend sur le sommet des montagnes, elle s'étend jusqu'au plus haut des airs, d'où la grêle tombe avec violence aussitôt qu'elle est formée; il étoit donc évident que cette pesanteur devoit s'étendre plus loin que la terre et au-delà des nuages qui l'environnent. La lune n'est pas fort éloignée de la terre, dut dire Képler; elle tourne autour de la terre, elle y présente toujours le même côté: n'y auroit-il point vers la lune un reste de cette pesanteur qui ramene tout à la terre? Les corps qui tournent en rond s'échappent bientôt par la tangente, s'ils ne sont retenus (479): la lune devroit s'échapper de son cercle (comme une goutte d'eau s'échappe de dessus une meule) si la terre n'avoit assez de force pour l'en empêcher. Ce même raisonnement fit trouver ensuite à Newton quelle étoit la loi de cette pesanteur (997).

993. Képler ayant une fois conçu que la lune étoit attirée par la terre, et considérant que chaque planete attiroit aussi (990), devoit en conclure que la lune attiroit aussi la terre; mais en considérant les eaux de la mer qui se soulevent tous les jours quand la lune passe au méridien, il ne douta plus que ce ne fût là un effet de l'attraction lunaire. Aussi Képler s'exprimoit sur la gravité d'une façon bien remarquable pour ce tems-là. Il voyoit toutes les planetes assujetties au soleil, et la lune à la terre, comme les corps terrestres; il sentoit que l'attraction étoit générale entre tous les corps de l'univers; que deux pierres se réuniroient par leur attraction mutuelle si elles étoient hors de la sphere d'activité de la terre; que les eaux de la mer s'éleveroient vers la lune si la terre ne les attiroit, et que la lune retomberoit vers la terre sans la force avec laquelle elle décrit son orbite.

La comparaison entre les attractions célestes et celle de l'aimant paroissoit d'autant plus naturelle à Képler, que Gilbert,

... ue le globe de

... oit pour per-
... re étoit uni-
... en France,
... rent diserte-

... r. *Op. Math.*
... nteur est une
... be ; d'autres
... e l'attraction
... omme la terre.
... *de vraisem-*
... tre les corps
... de s'unir en-
... ant, lesquels
... étant pas l'ira
... lui; et si tous
... roquement de
... fera le moins

... titre *Instau-*
... 36, 45 et 48).
... corps graves,
... cure et vénus;
... attractions; et
... que l'auteur
... t que ce qu'il
... des idées très
... rselle.
... la lune avec
... semblable à

... fondamental
... *ristarchi Samii*
... les parties de
... de tendre les
... se disposent
... is par leur at-
... les unes avec
... uis, *Mém. de*

996. On voit encore l'attraction mutuelle de tous les corps célestes indiquée d'une maniere positive dans un livre de Hooke (1764). « J'expliquerai, dit-il, un système du monde qui differe « à plusieurs égards de tous les autres, mais qui s'accorde par- « faitement avec les regles ordinaires de la mécanique ; il est « fondé sur ces trois suppositions ; 1°. que tous les corps cé- « lestes, sans en excepter aucun, ont une attraction ou gra- « vitation vers leur propre centre, par laquelle non seulement « ils attirent leurs propres parties et les empêchent de s'écarter, « comme nous le voyons sur la terre, mais attirent encore les « autres corps célestes qui sont dans la sphere de leur activité.. ; « 2°. que tous les corps qui ont reçu un mouvement simple et « direct continuent à se mouvoir en ligne droite jusqu'à ce « que par quelque autre force effective ils en soient détournés « et forcés à décrire un cercle, une ellipse, ou quelque autre « courbe composée ; 3°. que les forces attractives sont d'autant « plus puissantes dans leurs opérations que le corps sur lequel « elles agissent est plus près de leur centre. Pour ce qui est de « la *proportion* suivant laquelle ces forces diminuent à mesure « que la distance augmente, j'avoue que je ne l'ai pas encore « vérifiée.... Je donne cette ouverture à ceux qui ont assez de « loisir et de connoissances ». Cette loi qu'il proposoit de trouver fut précisément celle que chercha Newton : aussi voyons-nous qu'il cite Hooke au commencement de son livre *de Mundi Systemate* (*Newtoni opuscula*, 1744).

Il ne manquoit donc plus à l'attraction qu'un géometre qui découvrît la loi suivant laquelle elle décroît : Pythagore l'avoit entrevue, comme l'observe Gregory dans la préface de ses Elémens d'astronomie ; mais elle étoit oubliée ; il falloit la découvrir de nouveau et sur-tout la démontrer ; et Newton étoit plus que personne en état de le faire : s'il n'eût pas trouvé cette loi, je crois que d'autres géometres l'auroient bientôt apperçue (1) ; les choses étoient trop avancées pour qu'on pût l'ignorer plus long-tems. Je vais tracer l'histoire de cette découverte, en traduisant un passage de Pemberton, contemporain et ami de Newton, dans ses Elémens de la philosophie neutonienne.

997. « Les premieres idées qui donnerent naissance au livre « des principes de Newton lui vinrent en 1666, lorsqu'il eut « quitté Cambridge à l'occasion de la peste. Il se promenoit seul « dans un jardin, méditant sur la pesanteur et sur ses pro-

(1) Il paroît même que Hooke, Halley et Wren, la trouverent vers le même tems. (*V. Newton, scholie de la prop. 4 du 1 livre*).

« priétés :

[illegible] sensiblement
[illegible] ontagnes : il
[illegible] sance devoit
[illegible] endroit-elle
[illegible] cette pesan-
[illegible] être sert-elle
[illegible] la force de la
[illegible] petit change-
[illegible] ver ici-bas,
[illegible] se trouve la
[illegible] nir à estimer
[illegible] on, Newton
[illegible] e par la force
[illegible] lanetes prin-
[illegible] de la même
[illegible] ntes planetes
[illegible] i une puis-
[illegible] rs orbites, sa
[illegible] rré de la di-
[illegible] de la gravité
[illegible] ême rapport,
[illegible] etenir la lune
[illegible] ms où il n'a-
[illegible] nt été néces-
[illegible] une des géo-
[illegible] rwood (800),
[illegible] e latitude sur
[illegible] défectueuse,
[illegible] d ne répondit
[illegible] moins quel-
[illegible] r la lune, et
[illegible] Quelques an-
[illegible] er quelle est
[illegible] tombe et qui
[illegible] n axe. Ce fut
[illegible] mieres idées
[illegible] mesurer en
[illegible] rvant de ses
[illegible] on orbite par
[illegible] ant pour un
[illegible] ême maniere
[illegible] ncipe Newton

« trouva que la ligne décrite par la chûte d'un corps étoit une « ellipse dont le centre de la terre occupoit un foyer : or les « planetes principales décrivent aussi des ellipses autour du « soleil (468) : il eût donc la satisfaction de voir que cette so- « lution, qu'il avoit entreprise par pure curiosité, pourroit « s'appliquer aux plus grandes recherches. En conséquence, « il composa une douzaine de propositions relatives au mouve- « ment des planetes principales autour du soleil. Plusieurs an- « nées après, le docteur Halley, étant allé voir Newton à Cam- « bridge, l'engagea dans la conversation à reprendre ses médi- « tations à ce sujet, et fut l'occasion du grand ouvrage des « *Principes* qui parut en 1687 ». J'ajouterai que c'est en 1676 qu'il trouva que les orbites elliptiques supposoient la force en raison inverse du carré de la distance : Halley, vers la fin de 1683, apperçut que cette loi étoit une suite de celle de Képler.

998. On avoit alors plusieurs indications de cette attraction, la diminution du pendule observée à Cayenne (805), l'applatissement de jupiter (970); et beaucoup d'autres phénomenes donnoient des idées de l'attraction.

Depuis ce tems-là les effets de cette force ont été si bien reconnus; cette attraction universelle des planetes, la tendance réciproque de l'une à l'autre, a été prouvée par les faits de tant de façons différentes; elle se retrouve dans des circonstances si éloignées; enfin toutes les conséquences qu'on en tire sont si bien d'accord avec les phénomenes, qu'il n'est plus possible d'avoir là-dessus le moindre doute.

999. Voici une énumération succincte des phénomenes observés, qui chacun séparément suffiroient pour prouver l'attraction, et qui nous procurent au moins quinze especes de preuves différentes de cette attraction universelle. I. Le flux et le reflux de la mer, qui fournit deux fois le jour la preuve la plus frappante pour tous les yeux, de l'attraction lunaire (1074). II. Les inégalités de la lune, qui dépendent visiblement de l'action du soleil (573). III. Le mouvement des planetes autour du soleil (467), avec cette loi que les cubes des distances sont comme les carrés des tems (469, 1014). IV. Les mouvemens de la terre et des satellites autour de leurs planetes. V. La figure elliptique des orbites de la lune autour de la terre, de toutes les planetes ou cometes autour du soleil. VI. La précession des équinoxes (1064). VII. La nutation de l'axe de la terre, produite par l'action de la lune (1069). VIII. Les inégalités que jupiter, saturne et toutes les planetes éprouvent dans leur

odigieuses de
s'est trouvée
ant le calcul
L'applatisse-
L'attraction
angement de
la diminution
uvemens des
la lune (571),
uds de toutes
e, qui est si
ite de la lune
'elle couvroit
es de jupiter

rt sont inex-
dein ; et c'est
ibilité du sys-
e de ces phé-
raction. Il ne
eul astronome
velles théories

forcés d'expli-
lsive, par un
i seroit-on plus
vement primi-
entendement.
nglois pensent
que de la ma-
nt impossible,
pressans de la
ais si elle ne
eut librement
n ; car dès lors
t c'est dans le
si elle est un
re. Or, certai-
que ni de con-
e que rien ne

8°.

a 2

« démontre la proposition contradictoire: *Les corps célestes ne* « *s'attirent point.* Je me flatte qu'on ne m'objectera pas que « cette propriété dans les corps de peser les uns vers les autres « est moins concevable que celles que tout le monde y reconnoît. « La maniere dont les propriétés résident dans un sujet est tou« jours inconcevable pour nous; on ne s'étonne point de voir un « corps en mouvement communiquer ce mouvement à d'autres « corps: l'habitude qu'on a de voir ce phénomene empêche qu'on « en voie le merveilleux; mais au fond la force impulsive est aussi « peu concevable que l'attractive. Qu'est-ce que cette force im« pulsive? comment réside-t-elle dans les corps? qui eût pu « deviner qu'elle y réside avant que d'avoir vu les corps se « choquer? »

« L'existence des autres propriétés dans les corps n'est pas « plus aisée à concevoir, et nous sommes par-tout obligés de « supposer des loix primitives, dont nous ne connoissons ni la « cause ni l'origine; leur existence est la seule chose qui soit « du ressort de l'esprit humain, mais sur-tout de la géométrie. »

1001. Supposons donc l'existence de l'attraction universelle, et cherchons les effets qui doivent en résulter; leur accord avec les phénomenes observés et connus nous fera voir par-tout la certitude et l'évidence de cette loi.

Nous supposerons, comme il est naturel de le faire, que l'attraction est proportionnelle à la masse ou à la quantité de matiere qui attire: on ne peut pas le démontrer par les faits, car nous ne pouvons juger de la quantité de matiere que par le poids ou l'attraction; mais, à moins qu'on ne pût démontrer le contraire, on est obligé de supposer que chaque particule est douée de la même propriété, c'est-à-dire que l'attraction de deux particules sera double de l'effet d'une seule, et qu'en général l'attraction est proportionnelle à la matiere qui attire.

La force avec laquelle une planete est attirée ne dépend point de la masse de cette planete attirée; l'expérience le prouve, puisque les grosses masses tombent avec la même vitesse que les petites. On comprend d'ailleurs que si une seule particule de matiere est attirée avec une force quelconque, toutes les particules qui seront auprès d'elle seront attirées chacune avec la même force; il n'y a aucune raison pour que la seconde soit attirée moins que la premiere, et la présence de la seconde ne change rien à la force qui agissoit sur la premiere; donc la force attractive ne dépend que de la masse qui attire, et non pas de celle qui est attirée.

ressions abré-
ple, celle-ci:
l exerce à la
s'agit d'une
se S, divisée
après (1012);
s choses fort
t demander
si disparates.
l on est con-
és de même
e ces mêmes
une propor-
e force qu'en
ant la terre
tant supposé
et son rayon
n de la terre,
e que l'attrac-
urface est 28
s terrestres,
(981, 1009),
e égale feroit
11 fois plus
): c'est ainsi
surface 428
t égale à 28,

force du soleil
il y a entre la
t la force de
rce du soleil
ette compa-
une planete,
te unité; on
me toutes les
tte premiere
on avec une
: la force du

soleil sur la lune est à la force de la terre sur la lune dans sa moyenne distance en raison composée de la masse du soleil à la masse de la terre, et du carré de la distance moyenne de la lune à la terre au carré de la distance moyenne du soleil à la lune, c'est-à-dire comme la masse du soleil divisée par le carré de sa distance à la lune est à la masse de la terre divisée par le carré de sa distance à la lune. Prenons pour l'unité des masses la masse de la terre, pour unité des distances celle de la lune à la terre, et pour unité des forces celle que la terre exerce sur la lune dans ses moyennes distances. Alors la proportion précédente donnera pour la force du soleil sur la lune, par rapport à celle de la terre sur la lune, l'expression $\frac{S}{r^2}$.

1004. Lorsqu'il s'agit des troubles qu'une planete éprouve par l'attraction d'une autre, on emploie les mêmes expressions; par exemple, la masse du soleil qui est 1 retient la terre dans son orbite à une distance qui est 1. Jupiter trouble cette action avec une masse environ 1000 fois plus petite que celle du soleil (1024); ainsi sa masse ou sa force peut s'appeler $\frac{1}{1000}$; et comme il agit encore à une distance environ 5 fois plus grande que le soleil (450), son action est 25 fois plus petite que celle du soleil; ainsi il faut encore rendre 25 fois plus petite la force $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire qu'il faut écrire $F = \frac{1}{25000}$ pour avoir la force de jupiter sur la terre; cette force n'est autre chose qu'une vingt-cinq millieme partie de la force du soleil sur la terre; c'est la force dont on cherche l'effet par le calcul intégral en résolvant le problême des trois corps; c'est-à-dire que l'on cherche combien le mouvement de la terre doit être altéré par une force qui est à chaque instant $\frac{1}{25000}$ de celle qui retient la terre dans son orbite, mais dont la direction varie continuellement.

De la Force centrale dans les orbites circulaires.

1005. Les orbites des planetes sont des ellipses (468): mais les loix de l'attraction auroient lieu de la même maniere dans les mouvemens circulaires; car les cercles sont aussi des ellipses dont l'excentricité est infiniment petite; et comme la considération des orbites circulaires est beaucoup plus facile, je m'en tiendrai à celle-ci. Soit une planete P (*fig.* 123), qui décrit autour du soleil S l'orbite circulaire PEB; celle-ci, à raison de la force ou de l'attraction du soleil, se courbe de P en B, au lieu de suivre la ligne droite PA (479), qu'elle suivroit si la planete n'étoit forcée par l'attraction du centre S à descendre

de A en B. Ainsi AB est l'effet ou la mesure de la force centripete pendant le tems que mesure l'arc PEB; cela est également vrai quelle que soit la nature de cet arc PB, circulaire, parabolique, elliptique, puisque c'est la quantité dont la planete est détournée de la ligne droite, ou approchée du centre.

1006. Si la planete P n'avoit reçu aucun mouvement de projection de P en A, ou que ce mouvement qui tend à lui faire parcourir PA vînt à être détruit, la planete P, livrée à la seule force centrale qui agit de P en S, descendroit dans le même tems et avec la même vîtesse de la quantité PC égale à BG ou à BA. Si l'on conçoit le côté PB de la courbe parcouru en une seconde comme infiniment petit, il sera la diagonale du parallélogramme PCBG, ou PCBA; BA (1) est l'espace que feroit décrire aussi en une seconde la force centrale si elle agissoit seule; donc le sinus verse PC de l'arc PEB, décrit en une seconde, exprime la force centrale dont il est l'effet. Le sinus verse est comme le carré de l'arc PB (989); donc la force centrale est comme le carré de la vîtesse, c'est-à-dire que pour retenir une planete dans la même orbite, si la vîtesse doubloit, il faudroit une force quadruple.

1007. L'écart de la tangente, c'est-à-dire BA, est aussi l'effet de la force centrifuge, par laquelle les corps qui tournent autour d'un centre tendent à s'en écarter (479); puisque c'est la quantité dont le corps s'éloigneroit du centre S, en allant de P en A, s'il étoit libre: or $BA = PC = \frac{CB^2}{2CS} = \frac{BP^2}{2SP}$ (989); donc le mouvement circulaire produit une force centrifuge qui est égale au carré de la vîtesse divisé par le diametre du cercle, la force de projection, ou l'arc BP, étant l'unité, puisque c'est par rapport à cette force que l'on trouve la force centrifuge; donc celle-ci, aussi bien que la force centripete, est comme le carré de la vîtesse.

On emploie, pour exprimer la vîtesse d'une planete un arc infiniment petit, parceque c'est le seul qui soit parcouru uniformément, et que l'uniformité est nécessaire pour la mesure du mouvement. Or un arc infiniment petit ne se courbe que d'un infiniment petit du second ordre AB ou BG; ainsi la force centrale ne peut être exprimée que par un infiniment petit du second ordre: ce qui prouve la nécessité des secondes différences et du calcul infinitésimal pour ces sortes de recherches.

(1) BA ne differe de BG que d'une quantité infiniment plus petite que l'une et l'autre.

1008. Si l'on examine les forces centrifuges des différentes parties d'une sphere qui tourne sur son axe, comme la terre, on verra, 1°. que la plus grande est sous l'équateur; 2°. qu'elle est nulle sous les poles, où il n'y a point de mouvement; 3°. que dans les autres parties elle est proportionnelle au rayon de chaque parallele; car tous les cercles étant décrits dans un même espace de tems, les angles décrits autour du centre de chaque parallele sont les mêmes. Ainsi la vitesse de chaque partie est alors comme le rayon du cercle qu'elle décrit, c'est-à-dire que PB est proportionnel à PS; donc la force centrifuge est proportionnelle à $\frac{PS^2}{2PS}$, c'est-à-dire à PS; ce sera l'ordonnée parallele au grand axe de l'ellipse du méridien quand on suppose la terre applatie.

1009. La force centrifuge sous l'équateur de la terre est $\frac{1}{288}$ de la pesanteur qu'on y éprouve; car cette pesanteur fait parcourir en une seconde de tems moyen 15,0515 pieds (981); la force centrifuge est mesurée par le petit écart de la tangente, qui pour une seconde de tems, ou un arc de 15″, est, suivant les tables des sinus, = 0,000000002644249; il faut augmenter cette quantité dans le rapport du carré des heures solaires moyennes aux heures du premier mobile, ou de la rotation de la terre, qui sont plus courtes que les heures solaires (341), puisque la terre fait plus de 15″ en une seconde, et multiplier par le rayon de la terre (802) réduit en lignes; on aura 7 lignes 5189, qui sont contenus 288,26 fois dans les 15,0515 pieds que les corps parcourent en tombant, et 289,26 dans l'espace total 15,1037 que les corps graves décriroient sous l'équateur sans la force centrifuge; ce seroit 15,1224 sous la latitude de Paris.

Ainsi un corps qui se trouveroit dégagé de la force de pesanteur s'échapperoit à l'instant par la tangente en s'éloignant de 7 lignes de la surface de la terre dans la premiere seconde; et cette tendance à s'échapper, qui vient de la rotation de la terre, diminue de $\frac{1}{289}$ la pesanteur qui auroit lieu sous l'équateur. De là il suit que si les corps graves parcourent en une seconde 15,0515 pieds par seconde, ils en parcourroient, sans le mouvement de rotation, 15,1037.

1010. Quand on s'éloigne de l'équateur, cette force centrifuge diminue dans le même rapport que la grandeur des paralleles diminue, c'est-à-dire comme le cosinus de la latitude, quand on la considere dans le plan de chaque parallele (1008); mais elle diminue comme le carré du cosinus de la latitude quand

[illegible] terre. Si la
[illegible] et que PG
[illegible] parallele PE, la
[illegible] ite que sous
[illegible] PG, décom-
[illegible] re plus petite
[illegible] sinus total,
[illegible] lables GPB,
[illegible] centrifuge GB
[illegible] PT². Si PE
[illegible] sous l'équa-
[illegible] GB est le

[illegible] la pesanteur
[illegible] produit l'appla-
[illegible] à secondes
[illegible] e de la terre.
[illegible] eur du pen-
[illegible] oir celle qui
[illegible] itude de 60°,
[illegible] quantité qu'il
[illegible] de 1 lig. 53 ou
[illegible] ré du cosinus
[illegible] utre latitude
[illegible] tie de la dif-
[illegible] du pendule

[illegible] es dans leurs
[illegible]

[illegible] ette fameuse
[illegible] 469). Hooke
[illegible] nesure qu'on
[illegible] ux géometres
[illegible] voit diminuer
[illegible] Pemberton.
[illegible] ur chercher
[illegible] et reconnoi-
[illegible] enir saturne
[illegible] orce avec la
[illegible] distance de
[illegible] de la terre.
[illegible], de laquelle

nous allons partir; ainsi je crois qu'il ne manquera rien à l'histoire de cette grande et importante découverte de l'attraction.

1013. Je vais d'abord faire voir en nombres comment cette proportion s'apperçoit même sans la loi de Képler. Soient deux orbites circulaires et concentriques PB, TV (*fig.* 123), dans lesquelles tournent deux planetes, par exemple, saturne et la terre; supposons les arcs PB et TV infiniment petits et semblables, c'est-à-dire compris entre les rayons STP, SVB: ces arcs PB et TV seroient parcourus en tems égaux si les révolutions des deux planetes étoient égales; mais la planete supérieure P, ayant une révolution 30 fois plus lente que la terre T, ne décrira qu'un arc PE, tandis que la terre décrira l'arc TV; alors PD sera l'effet de la force centrale que le soleil exerce sur cette planete, tandis que TR est l'effet de la force centrale qu'il exerce sur la terre T (1006); et nous n'avons à chercher que le rapport de PD à TR.

Supposons que TR soit de 100 pieds pour la terre, PC sera de 1000 pieds: PE évalué en degrés est 30 fois moindre que PB; donc PD est 900 fois moindre que PC (988), c'est-à-dire environ un pied, tandis que TR est de cent: or 100 est le carré de 10, qui est la distance de saturne en prenant celle de la terre pour unité; donc la force centrale diminue comme le carré de la distance augmente.

1014. Pour exprimer ce rapport plus généralement, j'observe que, suivant la proposition démontrée (989), $PD : PC :: PE^2 : PB^2$: mais la planete supérieure auroit parcouru PB, si la durée de sa révolution, que j'appelle t, étoit égale à la durée 1 de la révolution de la terre; donc $PE : PB :: 1 : t$. Ainsi $PD : PC :: 1 : t^2$, ou $PD = \frac{PC}{t^2}$. Or $PC : TR :: PS : TS :: r : 1$, puisque les arcs PB et TV, et les segmens PBC, TVR, sont semblables; donc $PC = r . TR$; et puisque $PD = \frac{PC}{t^2}$, il est aussi $= \frac{rTR}{t^2}$; donc $\frac{PD}{TR} = \frac{r}{t^2}$; mais, suivant la loi de Képler (469) $t^2 : 1 :: r^3 : 1$, ou $r^3 = t^2$; donc $\frac{PD}{TR} \left(= \frac{r}{t^2}\right)$ sera aussi égal à $\frac{r}{r^3}$ ou $\frac{1}{r^2}$. Donc $PD : TR :: 1 : r^2$, c'est-à-dire que l'effet de la force centrale est en raison inverse du carré de la distance.

1015. Il étoit donc facile à Newton de reconnoître ce progrès de l'attraction par le moyen de la loi de Képler. Quand il eut trouvé ce rapport dans l'attraction du soleil sur les planetes il le vérifia bientôt sur la lune (997); et il reconnut que la force centrale nécessaire pour retenir la lune dans son orbite n'est autre chose que la gravité naturelle des corps terrestres, diminuée en raison inverse du carré de la distance

parcourent 15
décrit dans le
environ $33'''$,
donc la lune
erre 3600 fois
n 60 fois plus
git sur la lune

i d'ailleurs, pour
été observée avec
duit en pieds, x
de la terre expri-
sa surface, u le
s, ou la quantité
le; cet espace est
rces centrales, le
ux quantités, on
allaxe horizontale
la distance de la
e logar. du sinus
8,5492901; on y
n a le log. de u =
(1009), le tiers du
la parallaxe sous
eilleures observa-

hangement en
ouvée de deux
d entre elles.
apprendre aux
son inverse du
es, comme les
et de force en
ite des calculs
ans toutes les

orps terrestres
distances, mais
ce qu'ont dit
, dans un petit
e à la fin de sa
mot *Attraction*;
losophiæ natu-
1763.

1019. L'élévation des fluides dans les tubes capillaires est encore une suite nécessaire de l'attraction des corps terrestres, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire sur les tubes capillaires, (*chez Desaint*, 1770). On la reconnoît encore dans la Chymie de M. Morveau, digressions académiques; Élémens de Chymie de l'académie de Dijon, 1777 ; le dictionnaire de Chymie de Macquer, au mot *Pesanteur.*

1020. La masse des planetes, c'est-à-dire leur quantité de matiere, ou leur force attractive, se déduit du principe de l'attraction, et l'on en conclut aisément leur densité intérieure, ou leur pesanteur spécifique. Cette découverte, qui paroît d'abord bien singuliere, est cependant une suite naturelle de la loi d'attraction, puisque la force attractive est un indice certain de la quantité de matiere. Prenons pour terme de comparaison la masse ou la force attractive de la terre, dont les effets nous sont connus et familiers, et cherchons quelle est la masse de jupiter par rapport à celle de la terre. Le premier satellite de jupiter fait sa révolution à une distance de jupiter qui est la même que celle de la lune à la terre (du moins elle n'est que d'un dixieme plus petite). Si ce satellite tournoit autour de jupiter dans le même espace de tems que la lune tourne autour de la terre, il s'ensuivroit évidemment que la force de jupiter pour retenir ce satellite dans son orbite seroit égale à celle de la terre pour retenir la lune, et que la quantité de matiere dans jupiter, ou sa masse, seroit la même que celle de la terre; dans ce cas-là il faudroit que la densité de la terre fût 1281 fois plus grande que celle de jupiter, car la grosseur (ou le volume) de jupiter contient 1281 fois la grosseur de la terre (539) : or si le poids est le même, la densité est d'autant plus grande que le volume est plus petit; mais si le satellite tourne 16 fois plus vîte que la lune, il faut pour le retenir 256 fois plus de force (16 fois 16 = 256), car la force centrale est comme le carré de la vîtesse (1006) ; une vîtesse double exige et suppose une force centrale quadruple à distances égales ; et la vîtesse du satellite 16 fois plus grande que celle de la lune, quoique dans une orbite égale, suppose dans jupiter une énergie ou une masse 256 fois plus grande que celle de la terre ; dans ce cas l'on trouve un volume 1281 fois plus grand et une pesanteur seulement 256 fois plus grande que celle de la terre : or 256 est environ cinq fois plus petit que 1281 ; donc le volume de jupiter considéré par rapport à celui de la terre est cinq fois plus grand que la quantité de matiere réelle et effective par rapport à

t 5 fois plus
eusement on
e du satellite

le Newton a
plus un satel-
plus aussi il
cipale qui le
e de la regle
nant le soleil

e pour unité

$= t.$

$\frac{r}{t}$, comparée
nce 1 il auroit
ui est $= \frac{r}{t^2}$,
du carré des
, la force de
ort à celle du

masse totale,
général, pour
elle du soleil
distance d'un
'il emploie à
stances et des
du soleil.
e jupiter, en
D (*fig.* 123)
mais PD =

our du soleil
te de jupiter,
ce apparente

du 4ᵉ satellite à jupiter, vue du soleil, est de 8′ 16″; d'où il est aisé de conclure la distance réelle du satellite à jupiter, celle de vénus au soleil étant prise pour unité, ou la valeur de $r =$ 0,017290. Si l'on prend le cube de r et le carré de t, qu'on divise r^3 par t^2, on trouve 0,0009370, ou $\frac{1}{1067}$, qui est la masse de jupiter, celle du soleil étant = 1. On trouveroit de même celle de la terre $\frac{1}{351886}$ etc.

1025. Cette force ou cette masse d'une planete étant divisée par le volume, exprimé de même en prenant pour unité le volume du soleil, donne la densité cherchée de la planete par rapport à la densité du soleil; l'on trouve ainsi que la terre est environ quatre fois plus dense que le soleil et jupiter, et qu'elle est dix fois plus dense que saturne. Ces densités sont calculées plus exactement dans la table qui est à la fin de ce volume. Nous pouvons les comparer avec des objets familiers : le bois est dix fois plus léger que l'argent; c'est la légèreté de saturne comparé avec la terre. La pierre est quatre fois plus légere que le cuivre; c'est le rapport du soleil ou de jupiter avec la terre. V. la table des pesanteurs spécifiques donnée par Brisson en 1787.

1026. Les densités de vénus, de mercure et de mars, ne peuvent se trouver par la méthode précédente, puisque ces planetes n'ont point de satellites qui puissent nous indiquer l'intensité de leur attraction; mais voyant dans les trois planetes dont les densités sont connues une augmentation de densité quand on approche du soleil, il semble probable que cet accroissement a lieu également pour les trois autres planetes : en essayant de reconnoître une loi dans ces augmentations, on avoit vu que les densités étoient presque proportionnelles aux racines des moyens mouvemens; par exemple, le mouvement de la terre est environ 11, 86, celui de jupiter étant 1; la racine de ce nombre est $3\frac{1}{2}$, et la densité de la terre est en effet 3 fois $\frac{1}{2}$ celle de jupiter ou environ : mais la densité de saturne est plus petite que ne donneroit ce rapport; celui de la raison inverse des distances y satisfait mieux, et je l'ai employé dans ma table; mais la densité de Herschel paroît être plus grande, et celle de vénus plus petite que cette regle ne les donne.

1027. Connoissant la masse et le diametre d'une planete, il est aisé de trouver l'effet de la pesanteur à sa surface, c'est-à-dire la force accélératrice des graves dans la planete; car cette force est en raison de la masse et en raison inverse du carré

(1100) la
remiere se-
chose que
1037 (art.
divisée par
masse et le

ensité, sont
manifestent
avec assez
diquer que
1 (1089);
avoir quelle

inverse du
une direc-
omme cela
rées, qui a
t donc mul-
port des dis-

ura la masse

ais la masse
(1024); il
fraction, et
a terre étant

la masse de

es parallaxes

ussi $\left(\frac{8'' 6}{57'}\right)^2$

e est $\left(\frac{8'' 6}{57'}\right)^2$

carré de la
rée du mois
donnera le
rre contient
e celle de la

volume, qui

est $\frac{1}{49}$, ou 0,020341 (594), donne sa densité 0,7396 ; c'est-à-dire que la densité de la lune est seulement les trois quarts de celle de la terre.

1031. La vîtesse *de projection, telle que* PA, *nécessaire pour décrire un cercle* PB, *est en raison inverse de la racine du rayon* SP.

Démonstration. Que deux planetes P et T (*fig.* 123) décrivent autour du soleil S les arcs PE, TV, et que SP soit quadruple de ST, je dis que la vîtesse PE sera la moitié de la vîtesse TV. En effet PC sera quadruple de TR ; mais la gravité en P étant 16 fois moindre qu'en T, il faut que PD soit 16 fois moindre que TR, ou 64 fois moindre que PC, pour avoir l'espace PE que la planete P pourra décrire étant retenue par la force centrale du soleil ; alors PE sera un huitieme de PB, puisque les sinus verses sont comme les carrés des arcs (989) ; donc PE sera la moitié de TV dans un même espace de tems ; c'est-à-dire que la vîtesse d'une planete doit être en raison inverse de la racine de sa distance pour que la force centrale, qui est en raison inverse du carré de la distance, puisse la retenir. Voilà pourquoi saturne, qui a une orbite 9 fois plus grande que celle de la terre, emploie 30 fois plus de tems à la parcourir, sa vîtesse absolue n'étant pas le tiers de celle de la terre, à une distance 9 fois plus grande.

1032. Si la vîtesse de projection qu'une planete a reçue primitivement en partant de son aphélie perpendiculairement à sa distance PS s'est trouvée plus petite que la vîtesse nécessaire pour décrire un cercle PB, la force centrale étant trop grande a dû prendre le dessus, et la planete se rapprocher du soleil : voilà pourquoi les planetes en partant de leur aphélie se rapprochent du soleil. Mais pourquoi s'en éloignent-elles ensuite? C'est la question que l'on m'a souvent faite. On va voir que la force centrifuge devient plus grande que la force centripete à mesure que la planete se rapproche du soleil, ce qui doit ensuite la faire éloigner. La vîtesse périhélie est à la vîtesse aphélie en raison inverse des distances (473) : il s'ensuit que la force centrifuge augmente plus que la force centripete ; c'est ce que je vais démontrer.

1033. La force centrifuge *augmente en raison inverse du cube de la distance, en supposant la vîtesse en raison inverse des distances.*

Démonstration. Supposons que SP soit double de ST, l'arc PB sera double de l'arc TV, la ligne PC double de TR, et la force

[illegible] fuge en T (1).
[illegible] ouble de la vi-
[illegible] si PE est 4 fois
[illegible] s moindre que
[illegible] donc PD sera
[illegible] Ainsi la force
[illegible] istances SP et
[illegible]
[illegible] : ST, à cause
[illegible] T (473), l'on
[illegible] $\frac{PB^2}{PE^2}$ (989) =
[illegible] PD :: $\frac{ST}{SP}$:
[illegible]
[illegible] rce centrifuge
[illegible] uand la vîtesse
[illegible] s d'une planete
[illegible] son périhélie.
[illegible] i une planete,
[illegible] s'en est appro-
[illegible] cher quoique le
[illegible] descendue à son
[illegible] rnera dans son
[illegible] soleil elle aug-
[illegible] nt plus propor-
[illegible] de A (*fig.* 128)
[illegible] que sa distance
[illegible] vîtesse est qua-
[illegible] mente en raison
[illegible] mentation de vi-
[illegible] distance quatre
[illegible] u soleil est seize
[illegible] e du carré de la
[illegible] quatre fois plus
[illegible] ar le carré de la
[illegible] ; donc la force
[illegible] force centrale;
[illegible] nence à s'écarter

[illegible] ge, que Huygens
[illegible]

… devroit cesser de
… ntrifuge se trouve
… érer que dans cet
… s sa moyenne di-
… 8), la direction
… yon vecteur MS,
… angle puisse de-
… e la planete des-
… sa route se soit
… soit perpendicu-
… que l'excès de la
… ployé tout entier
… que dans le point
… En partant du
… cès de force cen-
… pour l'acquérir ;
… a égale à la partie
… ème intervalle de
… Newton, (*l.* 1.

… se du carré de la
… nétaires, à moins
… ton, dans le pre-
… les planetes décri-
… dont elles étoient
… ré de la distance;
… la proposition in-
… entrale étant sup-
… e, l'orbite est né-
… *d.* 1710 et 1711).
… s forces centrales
… compliquées pour

… és planetes et leur
… u'elles sont dans
… entrale les préci-
… en 15 jours et 13
… $64^j\ 13^h\ 54'$; mars
… ours ; une pierre
… ge étoit libre, en
… onsiste à dire : la
… demi - durée de la

révolution siderale d'une planete est au tems de sa chûte jusqu'au centre de l'attraction (*Frisi*, *de gravitate*, *page* 100). Je suppose les mouvemens accélérés ; mais quand on dit qu'un boulet de canon, en faisant 200 toises par seconde, emploieroit $12\frac{1}{2}$ ans pour aller jusqu'au soleil, on suppose un mouvement uniforme.

Des Inégalités produites par l'attraction.

1039. Si chaque planete, en tournant autour d'un centre, n'éprouvoit d'autre force que celle qui la porte vers ce centre, elle décriroit un cercle ou une ellipse dont les aires seroient proportionnelles aux tems (480) ; mais chaque planete étant attirée par toutes les autres dans des directions différentes et avec des forces qui varient sans cesse, il en résulte des inégalités et des perturbations continuelles. C'est le calcul de ces perturbations qui occupe depuis 50 ans les géometres et les astronomes. Newton commença par celles de la lune ; Euler, d'Alembert, Clairaut, perfectionnerent cette théorie. Euler calcula les inégalités de saturne ; sa piece remporta le prix de l'académie en 1748 ; Clairaut et d'Alembert donnerent des recherches sur les inégalités de la terre ; depuis ce tems-là j'ai examiné celles de mars et de vénus (*Mém. acad.* 1758, 1760 *et* 1761), qui se sont trouvées assez considérables pour devoir être employées dans les calculs, et celles de mercure, qui sont insensibles ; les inégalités de jupiter avoient été calculées par Euler dans une piece de 1752 (*Recueil des pieces qui ont remporté les prix*, *t. VII*), et ensuite par Mayer ; mais c'est le C. la Place qui a donné le travail le plus complet et le plus important sur cette partie difficile de la théorie. Je ne puis donner ici qu'une légere idée de ces immenses calculs.

1040. Si deux planetes, dont l'une tourne autour de l'autre, étoient attirées également et suivant des directions paralleles, par une troisieme, cette nouvelle attraction ne changeroit rien à leur systême, à leur mouvement, à leur situation relative ; ce seroit la même chose que si l'espace même ou le plan dans lequel se fait le mouvement avoit changé de position ; mais ce qui avoit lieu auparavant dans l'espace ou dans le plan continueroit d'avoir lieu quoiqu'on le transportât, et la planete vue du centre de son mouvement paroîtroit toujours décrire une ellipse.

Ainsi deux attractions égales et paralleles ne changent jamais rien dans un systême de corps ; ce n'est que la différence

des attractions qui produit une inégalité ou une différence de mouvement : la lune n'est troublée dans son mouvement autour de la terre que parcequ'elle est attirée par le soleil un peu plus ou un peu moins que la terre ; la mer n'est agitée deux fois le jour par la lune que parceque la lune attire les eaux plus qu'elle n'attire la terre (1082).

1041. Quand on veut calculer les troubles qu'une attraction étrangere apporte au mouvement d'une planete dans son orbite autour du soleil, il faut savoir combien elle agit sur le soleil et sur la planete troublée ; c'est la différence des deux actions qui est la force perturbatrice ; c'est cette différence dont on calcule les effets.

Cette considération étant bien méditée fera sentir que la pesanteur de la lune sur la terre, c'est-à-dire la force centrale qui retient la lune dans son orbite, est diminuée dans les deux syzygies, soit quand la lune est en conjonction, soit quand elle est en opposition ; c'est une chose que les adversaires de l'attraction n'ont jamais comprise, et qui cependant influe beaucoup dans l'explication des phénomenes. Il en est de la lune comme des eaux de la mer, qui s'élevent, soit quand la lune est au zénit, soit quand elle est au nadir (1082). Le soleil agit sur la lune en conjonction, parcequ'elle est plus près du soleil que n'est la terre de $\frac{1}{398}$; elle est donc plus attirée que la terre de $\frac{1}{199}$ de la force du soleil sur la terre (car la différence des carrés est double de celle des racines quand elle est très petite) ; sa pesanteur vers la terre est donc affoiblie de $\frac{1}{199}$. Quand la lune est pleine, ou en opposition, elle est attirée, il est vrai, du même côté, soit par le soleil, soit par la terre ; mais il ne s'ensuit pas que sa pesanteur soit augmentée : en effet, si dans ce cas la lune et la terre étoient attirées par le soleil précisément avec la même force, il n'en résulteroit aucun changement dans la pesanteur de la lune vers la terre, ni dans son mouvement autour de la terre, quoique la lune fût toujours attirée du même côté par cette somme de deux forces ; mais la terre est plus attirée que la lune de $\frac{1}{199}$; donc la terre se dérobe à la lune pour ainsi dire, et tend à la fuir autant que la lune tendoit à s'éloigner de la terre quand elle étoit du côté du soleil : leur liaison, leur union mutuelle, leur tendance réciproque, leur sympathie, leur attraction, est autant diminuée quand le soleil détache la terre de la lune que quand il détache la lune de la terre ; donc, en opposition comme en conjonction, la pesanteur est diminuée, et la lune tend à s'éloigner de la terre. . . . . .

[illegible] nous appelons
[illegible] érer lorsqu'on
[illegible] u soleil, ou le
[illegible] teur situé au
[illegible] aussi le soleil
[illegible] ut supposer le
[illegible] u mouvement
[illegible] anete, ou, ce
[illegible] soleil attire la
[illegible] la somme des
[illegible]
[illegible] sur le soleil S
[illegible] tour du centre
[illegible] ewton, *liv.* 1,
[illegible] produit une
[illegible] ent du soleil,
[illegible] ttractions que
[illegible] uivant Newton
[illegible] les attractions
[illegible] s l'astronomie
[illegible] 'on transporte
[illegible] sur le soleil ;
[illegible] eil est la même
[illegible]

[illegible] est celle qui a
[illegible] rs dans le sens
[illegible] es les unes par
[illegible] directions qui
[illegible] oujours attirées
[illegible] urnent ; ainsi,
[illegible] attractions cé-
[illegible] ui est la masse
[illegible] r son effet sur
[illegible]. J'ai dit, par
[illegible] oit $\frac{1}{15000}$ de celle
[illegible] e (1004) ; mais
[illegible] trarient et ont
[illegible] piter, qui, dans

l'attraction directe, est $\frac{1}{25000}$ de celle du soleil, fera beaucoup moins d'effet quand elle agira de côté; par exemple, elle sera moindre de moitié quand elle agira sous un angle de 60°, car on verra qu'elle est comme le sinus de l'angle au soleil (1048).

1045. Un corps sollicité suivant des directions AB, AC (*fig.* 126), qui font entre elles un angle BAC, par deux puissances qui soient entre elles comme les lignes AB, AC, décrira la diagonale AD du parallélogramme BACD, dans le même tems qu'il auroit employé à parcourir AB ou AC, étant mû séparément par une des deux puissances (479). Ainsi la force exprimée par la direction et par la longueur de la diagonale AD équivaut à deux forces AB, AC, qui auroient agi à la fois; et lors même qu'elle est unique dans le principe, elle peut également être prise pour la réunion des deux autres, auxquelles elle est tout-à-fait équivalente, c'est-à-dire que la force AD peut se décomposer en deux autres suivant AC et AB.

La même ligne AD est aussi la diagonale du parallélogramme A*b*D*c*, et la force AD résulteroit également de l'assemblage de deux forces A*b*, A*c*; donc, sur une ligne donnée AD, l'on peut faire des triangles quelconques ABD, A*b*D, de grandeur ou de forme arbitraire, et il sera toujours permis de substituer à la force AD deux forces qui aient pour expressions les côtés d'un de ces triangles quelconques.

Ainsi la force AD, que nous nommerons F, décomposée suivant AB et AC, donnera deux forces proportionnelles à ces deux lignes, et, parceque AC est égale à BD, une de ces deux forces sera égale à $F\,\frac{AB}{AD}$; car, puisque les lignes AB, AC, AD, sont proportionnelles aux forces qu'elles expriment, la force suivant AB est à la force suivant AD, qui est F, comme la ligne AB est à la ligne AD; donc la force suivant $AB = F.\frac{AB}{AD}$. Il y aura de même une force suivant AC qui sera $F\,\frac{AC}{AD}$, ou $F\,\frac{BD}{AD}$.

1046. Si le parallélogramme donné est rectangle en B (*fig.* 127), BD est le sinus de l'angle BAD, en prenant AD pour rayon ou pour unité; AB en est le cosinus; ainsi dans ce cas la force suivant AB = F. cos. BAD, et la force suivant AC ou BD = F. sinus BAD; ces ceux forces AC, AB, sont équivalentes à la force donnée AD, qu'il s'agissoit de décomposer.

Par le moyen de cette décomposition des forces attractives

[illegible] issent sur une [illegible]. Nous pren- [illegible] l'action de ju- [illegible] ésulte dans le [illegible]

[illegible] qui est la pla- [illegible] te troublante, [illegible] lifier nos cal- [illegible] ou de jupiter [illegible] (1002); nous [illegible] piter et de la [illegible] s troubles de [illegible]

[illegible] s, dont l'une [illegible] puisse en re- [illegible] et l'autre de T, [illegible] end à éloigner [illegible] SR qui lui est [illegible] ne négatif. La [illegible] esanteur de la [illegible] e raison en +. [illegible] auquel nous [illegible] la terre; ainsi [illegible]

[illegible] a direction du [illegible] nt de la terre, [illegible] auparavant en [illegible] rce TG n'agit, [illegible] à raison de ce [illegible] agit en même [illegible] ce sur le soleil [illegible] force TG, qui [illegible] a force pertur- [illegible] re décomposée [illegible] e cosinus et par

le sinus de l'angle GTE, ou RST (1046), c'est-à-dire, de l'angle de commutation (442), que nous appellerons t; la force suivant TE agira dans la direction STE du rayon vecteur de la terre, mais en sens contraire de la force centrale du soleil; ainsi elle sera négative, la force centrale du soleil étant supposée positive parcequ'elle est toujours la plus grande. L'autre force agira de T en D, et tendra à diminuer la vitesse de la terre, qui est supposée aller de A en T; c'est pourquoi elle sera aussi négative. La premiere est donc $-\left(\frac{M.RS}{RT^3}-\frac{M}{RS^2}\right)\cos.t$ (1046), force dirigée vers le soleil, et l'autre $-\left(\frac{M.RS}{RT^3}-\frac{M}{RS^2}\right)$ sin. t: celle-ci est la force qui agit perpendiculairement au rayon vecteur.

1049. Quant à la force dirigée vers le soleil, il faut se rappeler que nous en avons trouvé une partie $+\frac{M.TS}{RT^3}$ (1047), à laquelle il faut ajouter celle qu'on vient de trouver, puisqu'elle est dans la même direction; et l'on aura enfin la force perturbatrice dirigée vers le centre du soleil $=+\frac{M.TS}{RT^3}-\left(\frac{M.RS}{RT^3}-\frac{M}{SR^2}\right)\cos.t$. La premiere partie de cette expression est proportionnelle à TS, et augmente par conséquent à mesure que la planete troublée s'éloigne du centre de son mouvement.

1050. La valeur $\frac{M.TS}{RT^3}$ nous fait voir que la force perturbatrice qui agit dans la direction TS du rayon vecteur et qui modifie la force centrale de la planete, diminue en raison inverse du cube des distances, comme je l'ai supposé (1028). Voilà pourquoi l'on verra (1090) que la force de la lune pour élever les eaux de la mer seroit plus petite si elle étoit à la distance du soleil, et cela autant que le cube de la distance du soleil est plus grand que le cube de la distance de la lune, parceque la force qui souleve les eaux de la mer est une force décomposée dans la direction du rayon de la terre.

1051. La force d'une planete sur une autre étant ainsi décomposée et exprimée d'une maniere générale, il est question de savoir quel effet il en résulte sur le mouvement de la planete troublée; c'est peu de savoir pour un certain moment que la force de jupiter pour déranger le mouvement de la terre est

[illegible] on orbite; il
[illegible] agi pendant
[illegible] ns fini, aura
[illegible] combien elle
[illegible] dans son or-
[illegible] orbite; tout
[illegible] nt la forme
[illegible] la force per-
[illegible] 1°. son effet
[illegible] me de ces ef-
[illegible] nd ici le cal-
[illegible]: on connoît
[illegible] effet de trois
[illegible] espace quel-
[illegible] int uniforme
[illegible] solution du
[illegible], et avancée
[illegible], la Grange
[illegible] calcul infini-
[illegible] légere idée;
[illegible] es applications

[illegible] cation des iné-
[illegible] mais comme la
[illegible] ès les raisons
[illegible] je vais tâcher
[illegible] soleil produit
[illegible] tion, la varia-
[illegible]

[illegible] soleil produise
[illegible] ent d'excentri-
[illegible] nd à l'apogée
[illegible] apsides de la
[illegible] centrale de la
[illegible] yzygie apogée,
[illegible] st proportion-
[illegible] qui est la plus
[illegible] diminution;
[illegible] et la force cen-
[illegible] férence des dis-
[illegible] sera plus gran-
[illegible] rande équation

de la lune est 7° $\frac{2}{3}$, tandis qu'elle n'étoit pas de 5° lorsque la ligne des quadratures concouroit avec celle des apsides (573).

1053. Le mouvement alternatif de l'apogée qu'on observe en même tems vient de ce que la force centrale est changée par le soleil (1056); il doit donc être le plus grand quand la ligne des syzygies concourt avec la ligne des apsides, ou lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune, parcequ'il produit alors la plus grande diminution de la pesanteur de la lune. Quand l'apogée est dans les quadratures, son mouvement est au contraire le plus lent, parceque la diminution générale de la force centrale est modifiée par une augmentation. Quand le soleil est à 45° des apsides, le mouvement vrai de l'apogée est égal au mouvement moyen, parceque le soleil est placé dans le terme moyen des deux actions extrêmes; mais le vrai lieu de l'apogée est alors le plus différent du lieu moyen, et l'équation est la plus forte, parcequ'elle est le résultat de tous les degrés de vitesse que l'apogée a reçus jusques-là (1), c'est-à-dire depuis le tems où le soleil étoit dans l'apogée.

1054. LA VARIATION (574) est l'inégalité de la lune qui, sur une orbite supposée circulaire, a lieu dans les octans, à cause de la force tangentielle qui tend à accélérer ou à retarder son mouvement. Soit C (*fig.* 116), le centre de la terre, T le centre du soleil, AGP l'orbite de la lune : lorsqu'avant la conjonction la lune est en G, elle est plus attirée que la terre, et elle est attirée dans la direction GT; alors sa vitesse s'accélere jusqu'à ce qu'elle soit en A dans sa conjonction, où la vitesse de la lune sur son orbite est la plus grande, eu égard à l'attraction du soleil; lorsqu'elle est vers P, 45° degrés après la conjonction, sa longitude vraie est la plus avancée d'une quantité appelée *variation*, qui est de 36′ additive (574) : il est vrai que la vitesse de la lune cesse d'accélérer et commence à retarder dès que la lune a passé le point A, parceque le soleil ayant attiré la lune plus qu'il n'attiroit la terre pendant qu'elle alloit de G en A, a augmenté sa vitesse de plus en plus, jus-

(1) Il faut bien observer que l'effet de ces sortes d'accélérations ne commence à avoir lieu réellement et dans l'observation, que quand la cause est la plus forte, c'est-à-dire la vitesse la plus grande ou la plus petite, et il est le plus grand quand la cause cesse d'agir : c'est ainsi que dans le mouvement elliptique des planetes le vrai lieu est le plus avancé au tems où l'accélération finit et où commence le retardement (497), c'est-à-dire à 9 signes d'anomalie; et l'équation est nulle dans le périhélie, où la vitesse est la plus grande : j'ai vu donner des idées fausses des inégalités de la lune pour avoir perdu de vue cette considération.

qu'en A, où il cesse de l'augmenter ; mais c'est en A que cette vîtesse s'est trouvée la plus grande, puisqu'elle n'a pas cessé d'être accélérée jusques là. Depuis ce point A, le soleil, retirant vers T, tend à diminuer la vîtesse ; mais l'excès de la vîtesse acquise sur la vîtesse moyenne dure jusques dans l'octant P, 45° après la conjonction, où la vîtesse vraie est égale à la moyenne ; c'est pourquoi l'équation de la variation est additive et la plus grande qu'elle puisse être à 45° de la conjonction, où la vîtesse est la plus forte (*voy. la note précédente*). Au reste ceci n'est qu'un apperçu incomplet ; il faudroit y appliquer le calcul pour avoir égard à tout.

1055. L'ÉQUATION ANNUELLE de la lune, qui va jusqu'à 11′ (575), vient de ce que le soleil quand il est périgée agit plus sur la luné que quand il est apogée ; et comme son effet le plus considérable pendant une révolution entiere de la lune est de diminuer la force centrale de la lune vers la terre, cette force est le plus diminuée quand le soleil est périgée ; alors le diametre de l'orbite lunaire devient plus grand, car la lune étant moins attirée vers la terre s'en éloigne nécessairement ; son orbite devenue plus grande rend la durée de la révolution plus longue ; car les carrés des tems des révolutions sont toujours comme les cubes des diametres des orbites : le mouvement de la lune est donc ralenti dans le périgée du soleil, et l'équation commence alors à être soustractive, par la raison expliquée dans la note précédente. Tout cela recommence au bout d'un an quand le soleil revient au même point.

Du Mouvement des Apsides.

1056. L'observation prouve que les aphélies de toutes les planetes ont un petit mouvement selon l'ordre des signes (514) ; l'apogée de la lune a un mouvement très rapide (571) ; ces mouvemens sont une suite de l'attraction. Chaque planete décriroit naturellement une ellipse si elle n'étoit attirée que par le corps autour duquel elle tourne ; mais elle est continuellement détournée de cette orbite par les attractions des autres planetes, en sorte que sa trace n'est jamais véritablement une ellipse : cependant les astronomes supposent, pour simplifier les calculs, qu'une planete reste toujours sur une ellipse, mais que cette ellipse est mobile.

1057. Soit S le foyer (*fig.* 128), et A l'aphélie d'une planete, dont l'orbite est AMPQ ; et supposons que la planete ait été de A en B dans une ellipse immobile ABP avec la force cen-

trale du soleil S. Si l'attraction d'une autre planete F, qui tend à l'éloigner du soleil, la fait parvenir en un point C et à une distance SC du soleil, on pourra supposer que ce point est placé dans une autre ellipse CDE égale à l'orbite ABP, dont l'apside, au lieu d'être encore en A, soit parvenue en C; l'on ajuste, pour ainsi dire, sur le point C, où est arrivée la planete, l'ellipse ABP dont la planete est véritablement sortie; et en faisant mouvoir cette ellipse on réduit le calcul du vrai mouvement de la planete à la simplicité du calcul elliptique. Toutes les fois que la planete s'éloigne du foyer S, ou que la force centrale est diminuée, on est obligé de concevoir un mouvement progressif dans son apside pour satisfaire à cette diminution; c'est ce qui a lieu dans le systême planétaire.

1058. Il y a deux autres causes qui peuvent produire un mouvement dans les apsides. La premiere a lieu pour la lune et pour les satellites, c'est la figure applatie de la planete principale, dont Euler a donné le calcul (*Mém. de Berlin* 1763, et Bailly dans les *Mémoires de Paris* de la même année). La seconde est la petite résistance qu'on pourrroit imaginer dans la matiere éthérée où les planetes se meuvent; cette résistance, si elle avoit lieu, pourroit changer la grandeur, la figure et la situation des orbites après un certain nombre de révolutions (d'Alembert, *Recherches sur le systéme du monde*, *t. II*); on peut consulter aussi les *Recherches* de Bossut, qui remporta le prix de l'académie en 1762 sur cette matiere, et celles d'Albert Euler qui eut l'*accessit;* elles sont dans le VIIIe volume des pieces de prix. Mais l'examen des plus anciennes observations ne nous fait appercevoir dans les orbites aucun changement qui puisse indiquer la résistance de la matiere éthérée; le mouvement des apsides qu'on y remarque est produit par l'attraction mutuelle des planetes; car on trouve que la résistance du fluide produiroit un mouvement de l'aphélie beaucoup moins sensible que le changement de durée dans la révolution: or celui-ci n'a pas lieu; donc le mouvement observé dans les apsides ne vient pas de la résistance, ou du moins cette partie est insensible.

1059. Ainsi rien ne prouve jusqu'ici la résistance de la matiere éthérée; et si les corps célestes ne sont pas dans un vide absolu, ils sont au moins dans une matiere dont l'effet est insensible et qui est pour nous comme le vide; cela seul suffiroit pour dissiper le systême des tourbillons et du plein de Descartes, que nous avons déja réfuté par les preuves de l'attraction (999).

Du Mouvement des nœuds des Planetes.

1060. Si toutes les planetes tournoient autour du soleil dans un même plan, ce plan ne changeroit point par leur attraction réciproque, une planete ne pouvant faire sortir l'autre d'un plan où elles sont toutes deux. Mais toutes ces orbites sont inclinées les unes sur les autres et dans des situations fort différentes ; chaque planete est tirée sans cesse hors du plan de son orbite par toutes les autres planetes, et change à tout instant d'orbite. Les astronomes, pour représenter méthodiquement ces inégalités, supposent qu'une planete est toujours dans le même plan ou sur la même orbite, mais que cette orbite change de situation; on peut en effet représenter tous les mouvemens d'une planete hors du plan de son orbite primitive, en donnant à ce plan un changement d'inclinaison, avec un mouvement dans ses nœuds, qui soit tel que le plan qu'on adopte suive la planete dans toutes ses inégalités.

1061. Il est impossible qu'une planete attirée, dont l'orbite est dans un autre plan que celle de la planete perturbatrice, vienne jamais traverser le plan de celle-ci au même point où elle l'avoit traversé dans la révolution précédente : elle doit à chaque fois le traverser plutôt qu'elle n'eût fait, si la planete perturbatrice ne l'eût point attirée vers ce plan; elle a sans cesse une détermination ou une force vers le plan où se trouve la planete qui l'attire ; et elle ne peut obéir à cette force qu'en arrivant à ce plan un peu avant la fin de sa révolution.

1062. Soit DN (*fig.* 129) l'écliptique, LABN l'orbite de la lune, c'est-à-dire l'orbite dans laquelle la lune étoit d'abord en parcourant l'arc LA ; le soleil étant placé dans le plan de l'écliptique DN, il est clair qu'en tout tems la force attractive du soleil tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique ou de la ligne DN dans laquelle se trouve le soleil; ainsi, lorsque la lune tend à parcourir dans son orbite un second espace AB égal à l'espace LA qu'elle venoit de parcourir, la force du soleil tend à la rapprocher de l'écliptique ND d'une quantité AE ; il faut nécessairement que la lune par un mouvement composé décrive la diagonale AC du parallélogramme AECB (479), ensorte que son orbite devienne ACM, au lieu de LABN ; c'est pourquoi le nœud N de cette orbite change continuellement de position et va de N en M dans un sens contraire au mouvement de la lune, que je suppose dirigé de A vers N ; donc le mouvement

du nœud d'une planete est toujours rétrograde par rapport à l'orbite DN de la planete qui produit ce mouvement.

1063. La même figure fait voir pourquoi l'attraction du soleil change l'inclinaison de l'orbite lunaire (578); la lune, obligée de changer sa direction primitive LABN en une direction nouvelle ACM, rencontrera l'écliptique NMD au point M, sous un nouvel angle AMD, différent de l'inclinaison AND que la lune affectoit auparavant; mais ce changement d'inclinaison étant insensible dans les autres planetes, je ne m'en occuperai point ici. D'ailleurs ce changement est périodique, et il ne s'accumule point; car si l'orbite troublée ACM fait en M un plus grand angle d'inclinaison que l'orbite primitive en N, il arrivera le contraire quand la planete aura passé le nœud N, en sorte que l'inclinaison se rétablira par les mêmes degrés; il n'y a que les nœuds dont le mouvement est toujours du même sens, et qui rétrograde de plus en plus, soit que la lune tende à son nœud, soit qu'elle s'en éloigne. Ce mouvement des nœuds produit des changemens dans les inclinaisons des orbites planétaires lorsqu'on les rapporte à l'écliptique (527). Il paroît qu'en général tout est périodique: les planetes se mouvant toutes dans le même sens dans des orbites presque circulaires et peu inclinées les unes aux autres, il s'ensuit par la théorie que les inclinaisons ainsi que les excentricités sont toujours renfermées dans des limites étroites, et qu'ainsi le systême du monde ne fait qu'osciller autour d'un état moyen, dont il ne s'écarte jamais que d'une petite quantité (M. de la Place, *Mém. de l'ac.* 1787).

1064. La précession des équinoxes, ou l'effet des attractions qu'exercent le soleil et la lune sur le sphéroïde terrestre (311), est un effet de même espece que le mouvement des nœuds; mais c'est une des parties les plus difficiles du calcul des attractions célestes. Newton s'y étoit mépris : d'Alembert a le premier résolu complètement ce problême; Euler, Simpson et plusieurs autres, se sont exercés sur cette matiere, et je l'ai donnée avec la plus grande clarté dans mon *Astronomie*.

1065. Puisqu'une planete qui tourne dans son orbite en est sans cesse retirée par les autres planetes (1062), il en est de même des parties du sphéroïde terrestre, qui, étant relevées vers l'équateur et tournant chaque jour avec lui, sont détournées de leur mouvement naturel par les attractions latérales du soleil et de la lune, comme si la portion de matiere (ou cette espece de ménisque) dont on peut concevoir que le globe de la

terre est surmonté, étoit composée d'un grand nombre de planetes qui tournassent en 24 heures autour de la terre.

1066. Ainsi pour calculer cette précessoin l'on commence à chercher la force avec laquelle le soleil attire chaque particule de la terre ; ensuite la force totale qui en résulte pour faire tourner un méridien, et de là le sphéroïde tout entier. Quand on connoît la force pour un instant donné, on en conclut le mouvement total par le moyen du calcul intégral. C'est ainsi que l'on trouve environ 16 secondes dont l'équateur terrestre doit rétrograder chaque année par l'action seule du soleil, en supposant la terre homogene.

1067. La lune en agissant sur le sphéroïde ainsi que le soleil, y produit un mouvement semblable: la précession produite par le moyen de la lune se déduit facilement de celle du soleil ; mais comme la lune par le mouvement de ses nœuds en 18 ans change beaucoup sa distance à l'équateur, et par conséquent la direction et l'obliquité de son attraction sur les parties relevées de l'équateur terrestre, elle produit non seulement une rétrogradation continue, mais encore une inégalité périodique dont le retour est de 18 ans, et une nutation qui a été observée (795).

1068. Si l'on suppose avec Bradley que la nutation observée est de 18″, on trouve que la plus grande équation de la précession doit être de 16″ 8; la précession causée par le soleil de 16″, et celle de la lune 34″; le total fait les 50″ que l'on observe : dans ce cas la force de la lune seroit 2,09, c'est-à-dire un peu plus que le double de celle du soleil. Mais si la nutation observée étoit seulement de 19″, on auroit 17″ 8 pour l'équation, 14″ 5 pour la précession solaire, 35″ 5 pour celle que cause la lune, et $2\frac{1}{2}$ pour la force de la lune. Par ce moyen l'on concilieroit les observations des marées (1089) avec celles de la nutation. Le citoyen la Place trouve que la force de la lune est triple de celle du soleil ; mais il en résulte toujours que la précession causée par le soleil n'est pas de 21″ comme le donne la théorie, (v. mon *Astronomie*). Cela semble prouver que la terre n'est pas homogene, et la même chose paroît indiquée par le peu d'applatissement de la terre.

1069. Les 35″ de précession moyenne qui sont l'effet de la lune seroient produites d'une maniere aussi uniforme que celles dont le soleil est la cause, si la lune étoit toujours à la même déclinaison quand elle répond au même point de l'équateur ; mais, à cause du mouvement de ses nœuds (579), il arrive que

dans ses différentes révolutions elle s'éloigne plus ou moins de l'équateur et agit sur lui avec plus ou moins de force. Quand le nœud ascendant est dans le bélier comme dans la figure 131, ♈ LA ♎ représente l'orbite de la lune; le plus grand éloignement QL de la lune par rapport à l'équateur va jusqu'à 28° $\frac{3}{4}$; mais quand le nœud ascendant est dans la balance, neuf ans après, la lune ne s'éloigne de l'équateur QB que de 18° $\frac{1}{4}$ à chaque révolution, son orbite étant entre l'équateur QB et l'écliptique CE; alors son attraction totale sur le sphéroïde dans le cours d'une révolution est beaucoup moindre, puisqu'on sent bien qu'elle dépend de la déclinaison; c'est pourquoi la précession annuelle est inégale dans l'espace de 18 ans; d'où provient la nutation de 9 secondes.

1070. On observe, par un effet de cette nutation que l'obliquité de l'écliptique augmente de 9″ quand la longitude du nœud de la lune est zéro; c'est alors que la lune s'éloigne le plus de l'équateur, et qu'elle a le plus d'action pour changer le plan de l'équateur, et par conséquent l'obliquité de l'écliptique. Soit ♈ G ♎ l'écliptique (*fig.* 130), ♈ M ♎ l'équateur, EG l'orbite de la lune; cette planete s'écarte beaucoup au nord de l'équateur quand son nœud ascendant, au lieu d'être en G, est dans le bélier ♈; alors la lune attire l'équateur terrestre de ce côté-là avec plus de force. Il semble qu'alors l'équateur EM devroit se rapprocher de l'écliptique NG; c'est cependant alors même que l'angle est le plus grand et que l'obliquité de l'écliptique, au lieu d'être de 23° 28′ 0″, se trouve de 23° 28′ 9″.

1071. Pour avoir le dénouement de cette difficulté, il faut considérer la maniere dont l'attraction de la lune agit sur l'équateur terrestre pour changer son plan et faire mouvoir ses nœuds. D'abord ce n'est pas quand la lune est dans l'équateur qu'elle peut le déplacer, car on sent bien que pour déranger un plan il faut s'en éloigner et le tirer un peu de côté; ainsi quand la lune passe en E (*fig.* 130) pour traverser l'équateur ES, elle ne produit aucun effet pour la précession; c'est quand elle est en G, ou en L (*fig.* 131), qu'elle agit le plus efficacement; et plus elle est éloignée de l'équateur, plus elle agit.

1072. Il faut encore considérer que ce n'est pas au point où agit la lune sur l'équateur terrestre que le déplacement est sensible; c'est à 90 degrés de là. Si MO est le mouvement diurne de l'équateur terrestre en une seconde de tems, et OF la mesure de la force par laquelle l'équateur est sollicité pour se mouvoir du côté de la lune qui agit perpendiculairement à son plan,

l'équateur

l'équateur prendra la diagonale MF, son angle changera en M; mais ce sera en B et vers les équinoxes que l'effet se manifestera : l'obliquité NS de l'écliptique mesurée sur le colure des solstices en sera peu affectée; mais à mesure que le nœud s'éloignera du solstice cet effet s'accumulera, l'obliquité de l'écliptique en sera augmentée, et cet effet deviendra le plus sensible quand le nœud sera parvenu dans l'équinoxe.

1073. Ainsi, quand la lune s'éloigne le plus de l'équateur, au lieu de le rapprocher vers elle et vers l'écliptique, elle tend à l'en éloigner, du moins vers les équinoxes; et alors l'obliquité de l'écliptique n'est pas sensiblement augmentée, puisqu'elle se mesure vers les solstices; mais cet effet s'accumule, et l'écliptique se trouve le plus éloignée de l'équateur lorsque la lune sembleroit avoir le plus d'action pour les rapprocher l'un de l'autre.

DU FLUX ET DU REFLUX DE LA MER.

1074. Il y a dans les marées trois phénomenes principaux très remarquables : le premier revient deux fois le jour, le second deux fois le mois, le troisieme deux fois l'année. Tous les jours, au passage de la lune par le méridien, ou quelque tems après, on voit les eaux de l'océan s'élever sur nos rivages; à S.-Malo cette hauteur va jusqu'à 45 pieds et même plus. Parvenues à cette hauteur, les eaux se retirent peu-à-peu; environ six heures après leur plus grande élévation elles sont à leur plus grand abaissement; après quoi elles remontent de nouveau lorsque la lune passe à la partie inférieure du méridien; en sorte que la haute mer et la basse mer, le *flot* et le *jusant*, s'observent deux fois le jour, et retardent chaque jour de $50' \frac{1}{2}$ plus ou moins, comme le passage de la lune au méridien.

1075. Le second phénomene consiste en ce que les marées augmentent sensiblement aux tems des nouvelles lunes et des pleines lunes (ou un jour et demi après) et l'augmentation est sur-tout très sensible quand la lune est périgée.

1076. Enfin le troisieme phénomene des marées est l'augmentation qui arrive vers les deux équinoxes; en sorte que le cas où les marées sont les plus fortes de toutes est celui d'une syzygie périgée qui arrive dans le tems de l'équinoxe, sur-tout à cause des vents. Nous expliquerons encore mieux les phénomenes en expliquant leur cause.

1077. Les Grecs connurent très peu le phénomene des ma-

rées : Aristote, dans la multitude de ses ouvrages de physique, faits 300 ans avant l'ere vulgaire, parle peu des marées ; on n'y trouve que trois passages fort courts à ce sujet ; le premier, où il dit qu'il y a un grand flux des eaux qui sont vers le nord ou du côté de l'ourse (*Météorol. l. II*) ; le second, où il dit qu'on parle d'élévations de la mer réglées sur la lune (*de Mundo*, *c.* 4 *in fine*) ; le troisieme, où il observe que la marée d'une grande mer est plus forte que celle d'une mer plus petite (*Probl. sect.* 23). Nous ne voyons rien qui annonce qu'Aristote se soit occupé de ces phénomenes au point d'être mort du désespoir que sa curiosité lui causa, comme l'ont écrit S.-Justin et S. Grégoire de Nazianze. Aussi ce phénomene étoit peu connu des Grecs ; l'on voit dans Quinte-Curce combien les soldats d'Alexandre en furent étonnés en arrivant aux Indes quand ils virent les vaisseaux à sec.

1078. C'est au tems de César que les Romains, instruits par leurs voyages et leurs conquêtes, commencerent à montrer des connoissances dans cette partie de la physique : César en parle dans ses Commentaires (*l. IV*). Strabon explique, d'après Posidonius, que le mouvement de l'océan imite celui des cieux ; qu'il y a un mouvement diurne, un menstruel, un annuel ; que la mer s'éleve quand la lune est dans le méridien, soit au-dessus soit au-dessous de l'horizon, et qu'elle est basse au lever et au coucher de la lune ; que les marées augmentent dans les nouvelles et dans les pleines lunes, et dans le solstice d'été : ce dernier article est douteux.

1079. Pline explique non seulement les phénomenes, mais la cause, quand il dit, *Causa in sole lunaque..... ut ancillantes sideri avido trahentique secum haustu maria*, *l. II*, *c.* 97, *etc.* Séneque en parle avec exactitude (*quæst. nat. III*, 28, *Quare bonis viris mala accidant*, *c.* 1. (Macrobe, auteur du 4e siecle, décrit très bien les mouvemens de l'océan à l'occasion de la période de 7 jours (*Somn. Scip. I*, 6).

1780. Les différentes manieres dont on a cherché en différens tems à expliquer l'effet de la lune sur les marées sont si peu satisfaisantes, que je ne crois pas devoir même les indiquer. V. Plutarque, *de Plac. phil.* l. III, c. 17 ; Galilée, *de Syst. mundi*, dial. 4 ; Riccioli, *Almag.* II, *p.* 374 ; Gassendi, *Op. II*, *p.* 27 ; *Wallis opera, etc.* Képler fut le premier qui apperçut l'effet de l'attraction universelle dans les marées ; il en parle d'une maniere bien remarquable dans sa Physique céleste, *de Stellâ martis*, que j'ai citée art. 468.

1081. Newton, après la découverte du principe et de la loi générale de l'attraction, apperçut facilement les effets que le soleil et la lune devoient produire sur les marées, et il traita cette matiere dans son livre des *Principes* avec sa supériorité ordinaire. Enfin l'académie des sciences ayant résolu, vers 1738, de traiter tout de nouveau et d'approfondir les branches du systême du monde que Newton n'avoit pu éclaircir assez, proposa pour le prix de 1740 la question des marées; les pieces de Bernoulli, Euler et Mac-Laurin, qui partagerent le prix, sont d'excellens traités sur les marées. Le C. la Place a achevé d'épuiser la matiere dans les Mémoires de l'académie pour 1790.

1082. La premiere chose qui se présente à démontrer, c'est que l'attraction de la lune ou du soleil, considérée séparément, agissant sur une couche de fluide très mince qui environne un globe, doit faire prendre à ces eaux une figure elliptique: Mac-Laurin le démontra d'une maniere ingénieuse dans sa piece de 1740; Clairaut le prouva dans sa *Théorie de la figure de la Terre;* et il est aisé d'appliquer aux marées la même démonstration, parceque la force du soleil et de la lune sur les différentes particules de la terre suit les mêmes rapports que la force centrifuge, et produit de même une figure elliptique dans les eaux qui environnent la terre. Je l'ai démontré fort au long dans le XXII[e] livre de mon *Astronomie.*

Les eaux s'élevent non seulement vers le côté où est l'astre qui les attire, mais encore du côté opposé, parceque si l'astre attire les eaux supérieures plus qu'il n'attire le centre de la terre, il attire aussi le centre de la terre plus qu'il n'attire les eaux inférieures, et celles-ci restent en arriere du centre autant que les eaux supérieures vont en avant du côté de l'astre qui les attire. Les cartésiens n'ont jamais voulu comprendre cette double marée, quoique ce soit un effet incontestable de l'attraction. Si par exemple la lune est capable de faire avancer vers elle les eaux de la mer de sept pieds et le centre de la terre de cinq pieds seulement, parcequ'il est plus loin de 1432 lieues, elle ne pourra produire qu'un effet de 3 pieds sur les eaux qui sont de 1432 lieues plus loin; il y aura 2 pieds de différence dans les unes comme dans les autres, c'est-à-dire 2 pieds de marée, soit du côté de la lune, soit du côté opposé. Tous les cercles de la terre qui ont leur commune section dirigée vers la lune prennent également la forme elliptique; ainsi le globe aqueux se change en un ellipsoïde alongé, dont le grand axe est dirigé

vers l'astre qui attire les eaux, ou un peu en arriere (1084).

1083. Le degré d'ellipticité d'un pareil sphéroïde est cinq quarts de la force perturbatrice au point où elle est le plus grande; en sorte qu'ayant calculé la force attractive du soleil sur les eaux on trouve que l'applatissement de ce sphéroïde est de 23 pouces; c'est la quantité dont la force seule du soleil est capable d'élever les eaux de la mer sous l'équateur. Nous verrons bientôt que la lune peut en produire trois fois autant; ce qui feroit en tout 8 pieds de marée dans une mer libre: mais cette hauteur est souvent diminuée par la résistance du fond; car elle n'est que de 3 pieds à l'isle de Sainte-Hélene, au cap de Bonne-Espérance, dans les Philippines et les Moluques, et dans le milieu de la mer du sud; au contraire elle est souvent augmentée par la situation et la figure des côtés, puisqu'à Saint-Malo il y a jusqu'à 49 pieds de marée, à cause de sa situation dans un golfe, et de l'obstacle que les côtes d'Angleterre opposent à l'écoulement des eaux.

1084. Ce n'est pas précisément vers le soleil ou vers la lune qu'est dirigé le sommet de cet ellipsoïde aqueux, car on observe que la marée n'arrive qu'environ $2^h\frac{1}{2}$ après leur passage au méridien dans les mers libres; c'est ainsi que la Caille l'a observé au Cap (*Mém. acad.* 1751); M. Maskelyne, à $2^h\frac{1}{4}$ à l'isle de Sainte-Hélene (*Phil. Trans.* 1762). Ainsi, quand nous parlerons dans les articles suivans de l'astre qui produit la marée, il faudra entendre un point qui est à 35° environ plus oriental que le vrai lieu de l'astre. Et à l'égard des côtes qui sont plus reculées la marée est encore plus retardée; elle arrive à Brest à $3^h\,35'$; à S.-Malo c'est 6^h, à Caen 9^h, à Dieppe $10^h\frac{1}{2}$, à Calais $11^h\frac{1}{2}$, à Dunkerque 12 heures: voyez la table de l'*Etablissement du Port*, qui est dans la *Connoissance des tems*; dans l'Architecture hydraulique de Bélidor, et dans tous les livres de navigation, tels que ceux de Fournier, de Bouguer, de Robertson, et avec plus d'étendue dans mon *traité du Flux et du Reflux de la mer*, en 1781.

Ce retardement des marées est un effet bien naturel de l'inertie des eaux, de la résistance qu'elles opposent à l'effet de l'attraction, et du frottement qu'elles éprouvent le long des côtes, qui retarde nécessairement leur progrès en hauteur.

1085. Pour donner le calcul des phénomenes des marées je me contenterai de l'hypothese ordinaire, et je supposerai, comme Newton et Bernoulli, que la terre est environnée d'une couche fluide qui, par l'attraction du soleil et de la lune, prend une figure

elliptique. Je commencerai par démontrer que dans une ellipse peu applatie, comme EOQ (*fig.* 100), les différences entre le demi-grand axe CE et un rayon elliptique CK sont comme les carrés des sinus de la distance EM au sommet de l'ellipse.

En effet, ayant décrit le cercle EAQD sur le grand axe de l'ellipse (*fig.* 100), on a par la propriété de l'ellipse cette proportion, OA : KL : : CA : BL : mais BL est le sinus de l'arc EL; donc KL = OA sin. EL. A cause des triangles semblables BKC, MKL, on a cette proportion, KL : KM : : CK : BK, ou OA sin. EL : KM : : 1 : sin. EL, parceque la petitesse de KM fait qu'on peut prendre CK et BK pour CM et BL; donc KM = OA — sin. EL².

De là il suit que l'excès du rayon CK sur le demi-petit axe est comme le carré du cosinus de EL; car, si l'on prend CE pour unité, l'on aura CK = 1 — OA sin. EL²; si l'on en ôte CO = 1 — OA, l'on aura CK — CO = OA (1 — sin. EL²) ou OA cos. EL².

Ainsi le sphéroïde aqueux faisant avec la lune tout le tour de la terre en 24 heures, les pays situés sous le sommet E auront pleine mer, et les pays situés vers le petit axe O auront basse mer, et la différence entre la basse mer et la hauteur de l'eau en un point K sera l'excès du rayon CK sur CO. La marée en un lieu quelconque est donc égale à la plus grande hauteur de l'eau, multipliée par le carré du cosinus de la distance du lieu au sommet de l'ellipsoïde, ou de la distance entre le zénit du lieu et l'astre qui produit la marée, en supposant l'ellipsoïde dirigé à l'astre même; car la basse mer arrive quand l'astre est à l'horizon, et la plus haute mer possible quand l'astre est au zénit.

1686. De là il suit que si le lieu donné et l'astre qui produit la marée sont tous deux sous l'équateur, la hauteur de la marée est comme le carré du cosinus de l'angle horaire, et l'élévation croît comme les carrés des tems aux environs du méridien; c'est aussi ce que l'observation a fait voir (*Mém. acad.* 1720).

Si le lieu donné est éloigné de l'équateur, la hauteur de la marée est comme le carré du cosinus de la latitude; mais aussitôt que la latitude est assez grande pour que la lune ne se couche point dans certains tems, il n'y a plus qu'une seule marée dans les 24 heures, parceque la lune n'approche qu'une fois de l'horizon. Sous le pole même il n'y a point de marée diurne, puisque la lune reste sensiblement pendant toute la journée à la même distance du zénit, et le sphéroïde aqueux

tourne, sans s'élever à une heure plus qu'à une autre. Dans les autres cas, il y a deux marées; l'une répond au passage supérieur de l'astre par le méridien, l'autre au passage inférieur; mais elles sont fort inégales.

1087. Si l'astre n'est pas dans l'équateur, la marée pour un pays situé sous l'équateur sera comme le carré du cosinus de la déclinaison, parceque cette déclinaison sera elle-même la distance de l'astre au zénit, ou la distance du point donné au sommet de l'ellipsoïde. Si le lieu donné n'est pas dans l'équateur, la marée supérieure sera la plus grande, suivant la théorie, quand l'astre passera le plus près du zénit; c'est-à-dire quand la déclinaison de l'astre sera du côté du pole élevé; mais la marée inférieure sera plus petite que quand l'astre étoit dans l'équateur, parceque le point opposé à l'astre sera plus éloigné du zénit que l'équateur quand l'astre sera dans la partie inférieure du méridien; et le milieu formera encore, par le mélange des deux marées, une marée plus petite que dans les équinoxes.

1088. L'on observe que les marées en Europe sont plus grandes en général après les équinoxes que vers le solstice d'été: cela vient aussi un peu des circonstances particulieres. 1°. Les vents du sud et de l'ouest sont alors plus fréquens et plus forts. 2°. La marée du solstice est plus gênée entre les continens de l'Afrique et de l'Amérique et plus resserrée que celle des équinoxes; elle peut donc être moins sensible sur nos côtes. 3°. Dans les solstices il y a deux marées, dont une forte et l'autre foible, et qui se compensent mutuellement; au lieu que dans le tems des équinoxes, il y en a deux à-peu-près égales, dont l'effet total est plus sensible: mais il n'arrive pas toujours que les marées des équinoxes soient les plus grandes de l'année. Les marées les plus fortes et les plus extraordinaires dont on ait connoissance ne sont point arrivées vers les équinoxes, comme je l'ai fait voir dans mon traité du Flux et du Reflux de la mer et dans les *Mém. de l'acad.* 1772: les vents en sont probablement la principale cause.

1089. Si la force du soleil est capable de changer la surface des eaux de l'océan en un sphéroïde alongé dont le sommet est dirigé vers le soleil, la lune doit produire un effet semblable; aussi les marées qu'on observe participent-elles des mouvemens du soleil et de la lune. Dans les syzygies, le sphéroïde aqueux produit par la force du soleil, et celui qui est produit par la force de la lune, sont dirigés dans le même sens; ainsi l'alongement total est égal à la somme des alongemens que le

soleil et la lune sont capables de produire séparément; mais dans les quadratures les axes de ces deux sphéroïdes sont à angles droits, et le grand axe du sphéroïde solaire augmente le petit axe du sphéroïde lunaire. Ainsi les marées des syzygies sont la somme des effets du soleil et de la lune, tandis que les marées des quadratures en sont la différence. Les hauteurs des marées peuvent donc nous faire connoître le rapport des forces du soleil et de la lune. Bernoulli, supposant qu'à Saint-Malo la mer varioit de 50 pieds dans les marées moyennes des syzygies et de 15 pieds dans celles des quadratures, en conclut que le rapport des deux forces du soleil et de la lune est celui de 13 à 7; mais après avoir examiné diverses observations, sur-tout les intervalles des marées dont nous allons parler (1091), il en conclut que la force de la lune est $2\frac{1}{2}$ fois celle du soleil dans les moyennes distances: j'ai trouvé 2 et 7 dixiemes Enfin le citoyen la Place trouve que la force de la lune est triple de celle du soleil.

1090. Quand la lune est apogée, sa force diminue comme le cube de sa distance augmente (1050); en sorte que si la force moyenne de la lune est $2\frac{1}{2}$, la plus grande force dans le périgée sera 3, et la plus petite 2 seulement dans l'apogée. En effet, les cubes des parallaxes extrêmes, ou de 53′ 46″, et de 61′ 26″ sont à-peu-près comme 2 est à 3. Cette augmentation des marées dans le périgée de la lune est parfaitement d'accord avec les phénomenes; car je trouve qu'à Brest où les marées moyennes des syzygies sont de 18 pieds 3 pouces, dont 13^pieds^ 4^pouc.^ pour l'effet de la lune, cet effet varie de 5 pieds de l'apogée au périgée de la lune, d'après les observations.

Les cubes des distances du soleil à la terre en hiver et en été sont entre eux comme 1 est à 1, 106; la force du soleil est donc plus grande en hiver d'un dixieme: et si sur 18 p. de marée qu'il y a à Brest quand la lune est périgée, il y en a 5 pour l'action du soleil, il doit y avoir en hiver 6 pouces d'élévation à Brest de plus qu'en été par le seul effet des distances du soleil à la terre; cette quantité est trop peu sensible pour qu'on puisse la reconnoître parfaitement par les observations.

1091. Jusqu'ici nous n'avons parlé des marées que pour le cas des syzygies ou des quadratures; examinons ce qui se passe dans les tems intermédiaires. Quand la lune et le soleil sont à quelque distance l'un de l'autre, chacun produit une élévation différente dans un lieu donné, et la somme de ces deux élévations est la hauteur de la marée qu'il s'agit de déterminer. La force de la lune étant deux ou trois fois plus grande que celle

du soleil, le point de la haute mer approche deux ou trois fois plus de la lune que du soleil, et n'est jamais éloigné de la lune que d'environ 15°. Ainsi le passage de la lune au méridien est ce qui influe le plus sur le tems de la haute mer ; aussi la différence entre le passage de la lune et le moment de la haute mer n'est jamais de plus de 63′ de tems, outre l'établissement du port, qui varie suivant les lieux (1084), lors même que la lune est périgée et qu'elle est à 60° du soleil. Bernoulli a déterminé, par ses formules, le *maximum* de cette différence entre le passage de la lune et la haute mer; mais il est aisé de le déterminer par le calcul astronomique, à l'aide de quelques fausses positions, pour toutes les élongations de la lune. Soit ABM (*fig.* 128) le sphéroïde aqueux dont le sommet, ou le point de la haute mer, est en A; le soleil répondant au point H, la lune au point L, et la distance LH du soleil à la lune étant supposée de 60°; LA est la distance de la lune au point de la haute mer; AH la distance du soleil au même point. La hauteur de la plus grande marée par l'action seule du soleil étant appelée 1, l'on aura cos. AH^2 pour la hauteur en A, produite par le soleil (1085), et 3 cos. LH^2 pour la hauteur produite en A par l'action de la lune. Si l'on suppose LA de $9°\frac{1}{2}$ et AH de $50°\frac{1}{2}$, l'on trouvera ces deux termes 0,4046 et 2,9183; car, en doublant le log. cos. de $9°\frac{1}{2}$ et ajoutant celui de 3, on aura le log. de 2,9183 et la marée totale 3,3229; si l'on suppose LA = 10°, l'on aura 2,9095 et 0,4132, ce qui donne la marée 3,3227, plus petite que la précédente. Ainsi le *maximum* de leur somme est à $9°\frac{1}{2}$; c'est donc la plus grande hauteur de la marée, quand le soleil et la lune sont à 60° l'un de l'autre.

1092. Pour savoir combien de tems le point A doit passer au méridien plutôt que la lune, on considérera que le retardement diurne de la lune périgée étant de 1h 6′ dans les moyennes déclinaisons, ces $9°\frac{1}{2}$ font 40′ de tems; ainsi la haute mer précédera de 40′ le passage de la lune au méridien. Quand la lune est apogée, si sa force est seulement double de celle du soleil, le *maximum* pour 60° de distance est de 2,3660, et ce point est à 15° de la lune; ces 15° font $62'\frac{3}{4}$ en tems lunaire; ainsi dans l'apogée de la lune il y a 1h 3′ de différence entre le passage au méridien et l'heure de la haute mer. Il y a une table de cette différence pour tous les degrés de distance de la lune au soleil, que j'ai mise plusieurs fois dans la *Connoissance des tems;* elle est aussi dans mon traité du Flux et du Reflux de la mer.

1093. Cette différence entre le passage de la lune au méridien

et l'heure de la marée a encore servi à Bernoulli à déterminer le rapport des forces de la lune et du soleil. Supposons que dans les moyennes distances HA réponde à 34′ de tems, et que AL soit de 14′; il est aisé de sentir que ces deux quantités sont en raison inverse des forces du soleil et de la lune; d'où il résultera que ces forces sont entre elles comme 14 est à 34 ou à-peu-près comme 1 est à $2\frac{1}{2}$.

1094. De tous les principes établis dans les articles précédens, il résulte une regle générale pour calculer la hauteur de la marée dans un lieu et un tems quelconque. Il faut trouver 1°. le lieu du soleil et de la lune, et leurs distances à la terre; 2°. calculer leurs déclinaisons et leurs hauteurs pour le lieu donné (367), supposant une distance au méridien plus grande de $3^h\frac{1}{4}$ si c'est à Brest, plus ou moins, suivant l'établissement *du port* (1084). Quand cette hauteur calculée sera zéro, l'on aura la basse mer dans le lieu donné, car le sommet du sphéroïde sera dans l'horizon. Hors de là le carré du sinus de cette hauteur du sommet du sphéroïde aqueux, multiplié par le plus grand effet de la lune à la distance donnée (1090), donnera la hauteur de la marée, ou la différence de la plus basse mer lunaire à celle qui a lieu au moment donné; on fera le même calcul pour le soleil, et l'on ajoutera ensemble les deux hauteurs pour avoir la marée totale.

1095. Il seroit utile de la rapporter au point fixe ou au niveau naturel de la mer pour la combiner avec celle du soleil rapportée au même niveau: pour avoir ce point de niveau il faut le prendre au-dessus des basses eaux, d'un tiers seulement de la différenee entre la basse mer et la haute mer, parceque dans l'hypothese que nous employons ici la montée est double de la descente au tems des syzygies. A Brest la marée moyenne est de 18 pieds, ce qui donne 6 pieds pour la hauteur du niveau naturel de la mer au-dessus des basses eaux; mais le cit. la Place trouve 3 pieds de plus par une théorie plus complete où il tient compte des oscillations que cause le mouvement de la terre combiné avec l'action du soleil et de la lune (*Mém.* 1790).

1096. On a objecté souvent à notre théorie que si l'attraction étoit la cause des marées, elles devroient avoir lieu dans les petites mers comme dans les grandes; elles ont été très bien observées dans la Méditerranée; j'ai rapporté les observations dans mon traité: mais elles y sont plus petites, et c'est ce qui doit être. Supposons que RM (*fig.* 132) soit une partie du globe terrestre; SM une portion du sphéroïde aqueux qui auroit

lieu si la mer étoit libre et couvroit toute la terre; s'il y a un petit espace de mer qui n'ait que la largeur ZX d'orient en occident, les eaux ne peuvent pas prendre la courbure VS, puisqu'il n'y a pas des eaux environnantes pour prendre la place de celles qui s'éleveroient; elles ne peuvent donc prendre qu'une courbure semblable OR, en sorte que VO soit égal à SR, la surface COR étant toujours égale à la surface CZX. Par-là on voit sans aucun calcul que la marée y sera d'autant moins sensible que la longueur de la mer en longitude sera moindre, puisque la surface du triangle ZCX diminue comme ZX, et que l'inclinaison des lignes OR, ZX, ne sauroit jamais être plus grande que l'angle formé par le cercle et par l'ellipse en M: aussi Bernoulli démontre par ses formules que la marée totale de cette mer est à celle qui auroit lieu dans la mer libre comme la longueur ZX de cette mer d'orient en occident est au rayon de la terre.

Il prouve également que si la mer avoit 90° d'étendue, la marée y seroit plus petite d'un sixieme seulement que dans la mer libre; et elle y arriveroit $1^h\ 5'$ plus tard que si toute la terre étoit inondée. Les démonstrations qu'il avoit supprimées se trouvent dans mon traité.

On voit aussi par ce qui précede que, dans une mer étroite, lorsque l'eau s'éleve vers un rivage R, elle s'abaisse vers le rivage opposé en O; ainsi les changemens de la mer sont fort différens de ceux d'une grande mer.

1097. Je ne parlerai pas ici des modifications particulieres que la loi générale des marées éprouve en différens pays par la situation des mers et des rivages: on peut voir ce que Newton dit de Batsham dans le Tunquin, où il n'y a qu'une marée par jour, et ce qu'on a écrit sur les marées extraordinaires de l'Euripe dans le dictionnaire de la Martiniere.

Quant au détail des observations qu'on a faites en France et ailleurs sur les marées, on les trouvera dans mon traité du Flux et du Reflux de la mer, qui a paru en 1781, avec l'explication détaillée de tous les phénomenes des marées, l'heure et la hauteur de la pleine mer dans tous les pays de la terre. L'année 1793 m'a encore fourni des observations suivies faites à Brest jour par jour avec soin. Le citoyen Monge, alors ministre de la marine, est un géometre célebre: je m'adressai à lui; il donna des ordres à Brest; il fut très bien secondé, et j'espere publier ces observations, qui seront un nouveau secours à ceux qui voudront faire de nouvelles recherches sur la théorie des marées.

Je n'ai pu donner dans ce XIIe livre qu'une idée générale de l'attraction ; cette matiere étant hérissée des calculs les plus abstraits ne sauroit être à la portée des lecteurs à qui cet ouvrage est destiné ; mais ils y trouveront peut-être de quoi exciter leur curiosité et les disposer à une étude plus approfondie.

Il manque à cette introduction un traité du calcul astronomique : mais ceux qui auront assez de curiosité dans ce genre pour vouloir se livrer aux détails et aux opérations de l'astronomie ne pourront se dispenser de recourir à mon ASTRONOMIE en 3 vol. *in*-4°, édition de 1792, où se trouvent les tables des mouvemens célestes, et qui forme un cours plus satisfaisant et plus complet de cette vaste science.

EXPLICATION

de la table qui contient le résultat des observations sur les planetes.

1098. J'ai placé dans la table suivante tous les élémens qui n'ont pas été mis dans le cours de cet ouvrage, afin que le rapprochement en fût plus commode pour le lecteur. Par exemple, les révolutions tropiques auroient pu être placées à l'article 454, où j'en ai donné l'explication ; aussi la table renvoie à cet article dans le titre même de la colonne des révolutions.

Les diametres, les grosseurs et les distances des planetes, qui se trouvent dans la table suivante, sont calculés sur les derniers résultats de la parallaxe du soleil, que je trouve de 8 secondes et six dixiemes (599).

Les révolutions sont comptées en années communes de 365 jours seulement, en jours, heures, minutes, secondes, et dixiemes de seconde de tems moyen.

Le diametre du soleil est ici plus petit de quelques secondes que celui que j'ai déterminé par les plus exactes observations : mais il m'a paru par les durées des éclipses que le véritable diametre du soleil est amplifié par l'irradiation de sa lumiere. Les chiffres qui sont après les virgules indiquent des décimales ; par exemple, le diametre de la lune est de 4'' 696, c'est-à-dire 4 secondes et six dixiemes, 9 centiemes, 6 milliemes, ou 696 milliemes de seconde.

TABLE qui contient le résultat des observations les plus récentes sur les révolutions, les grandeurs et les distances des planetes.

PLANETES.	Révol. tropique (454). ans J. H. M. S. D.	Révol. sidérale (312). ans J. H. M. S. D.	Révol. synod. (558). ans J. H. M S.
Le soleil,	1 0 5 48 48,0	1 0 6 9 8,0	. . . .
La lune,	0 27 7 43 4,7	0 27 7 43 11,5	29 12 44 3
Mercure,	0 87 23 14 32,7	0 87 23 15 43,6	115 21 3 34
Vénus,	0 224 16 41 27,5	0 224 16 49 10,6	583 22 6 52
Mars,	1 321 22 18 27,4	1 321 23 30 35,6	779 22 28 37
Jupiter,	11 315 14 39 2,0	11 317 14 27 10,8	398 19 12 54
Saturne,	29 161 19 16 15,5	29 174 1 51 11,2	378 2 12 38
Herschel,	83 294 8 39	84 29 0 29	369 16 55 53

	Diametres observés.	Diametres en minutes et sec. (532).		Diametres en lieues (539).	Diametres par rapport à la terre.
Le soleil,			31′ 57″,0	319314	Cent et onze diam. de la ter. ou 111,45
La terre,			17,2	2864	 1,000
La lune,			4,696	782	Un quart, ou $\frac{3}{11}$ du dia. de la ter. 0,2731
Mercure,	12		6,9	1166	Deux cinquiemes. 0,4012
Vénus,	57		16,547	2748	Pl. petite d'un vingt-cinquieme.. 0,9593
Mars,	27		8,943	1490	Moitié, ou. 0,5199
Jupiter,	40	3	6,82	31111	Onze diametres. 10,862
Saturne,	18	2	51,71	28594	Dix diametres de la terre. 9,983
Ann. de sat.	42	6	40,65	66719	Vingt-trois diametres. 23,294
Herschel,	4	1	14,52	12410	Quatre et un tiers.. 4,332

	Grosseur ou volume par rapport à la terre à-peu-près.	Plus exactement et en décimales.	Densité par rapport à la terre (1021).
Le soleil,	Quatorze cent mille fois plus gros,	1384462	0,25484 *
La lune,	La quarante-neuvieme de la terre,	0,02036	0,74200 *
Mercure,	Un quinzieme,	0,06456	2,583
Vénus,	Neuf dixiemes de la terre,	0,89025	1,0379
Mars,	Un septieme,	0,1406	0,656
Jupiter,	1281 fois plus gros que la terre,	1281	0,25800 *
Saturne,	995 fois plus gros que la terre,	995	0,10422 *
Herschel,	80 fois plus gros que la terre,	80,49	0,2204 *

	Masse par rapport à la terre (1021).	Vitesse des graves à leur surface (1027).		Distance à la terre en lieues de 2283 toises (595). Moyenne.	Vitesse des planetes en lieues pour une minute.
Le soleil,	3,51886	427$^{pi.}$	88	34357480	
La terre,	1	15	1037	. . . .	415
La lune,	0,01511	3	060	. . . .	14
Mercure,	0,1668	15	654	34357480	667
Vénus,	0,9500	15	421	34357480	488
Mars,	0,1025	5	154	52350240	337
Jupiter,	330,60	42	344	178692550	182
Saturne,	103,69	15	714	327748720	134
Herschel,	1774	14	375	659100760	95

1099. De même la vîtesse des graves à la surface de la terre est supposée de 15 pieds et 1037 décimales de pied ; c'est ce que j'ai trouvé en ajoutant à la vîtesse qui s'observe en effet sous l'équateur à la surface de la terre la quantité dont la force centrifuge la diminue, afin d'avoir la véritable vîtesse qui auroit lieu si la terre étoit immobile.

1100. Les distances moyennes qui sont à la fin de cette table sont les distances à la terre ; on peut en conclure facilement la plus grande et la plus petite distance à la terre. Mais il faut savoir que celle de vénus au soleil est de 24851886, et celle de mercure 13299782. Pour mercure qui est éloigné du soleil de 13 millions de lieues, le soleil étant éloigné de la terre de 34, la somme 47 est la plus grande distance de mercure ; la différence 21 est la plus petite. Pour saturne la somme de 34 et 328 millions nous apprend que sa plus grande distance à la terre est de 362 millions ; la différence 294 est sa plus petite distance.

L'incertitude qu'il peut y avoir sur la distance du soleil et des autres planetes à la terre est tout au plus d'un 37e du total (1103). Mais la distance de la lune est beaucoup mieux connue ; il n'y a pas 50 lieues d'incertitude sur 86 mille lieues de distance.

J'ai marqué d'un astérisque * les cinq densités qui sont prouvées par observation (1025).

FIN.

TABLE DES MATIERES.

Les chiffres marquent les articles, et non les pages.

Fin de la table des matieres.

ADDITION

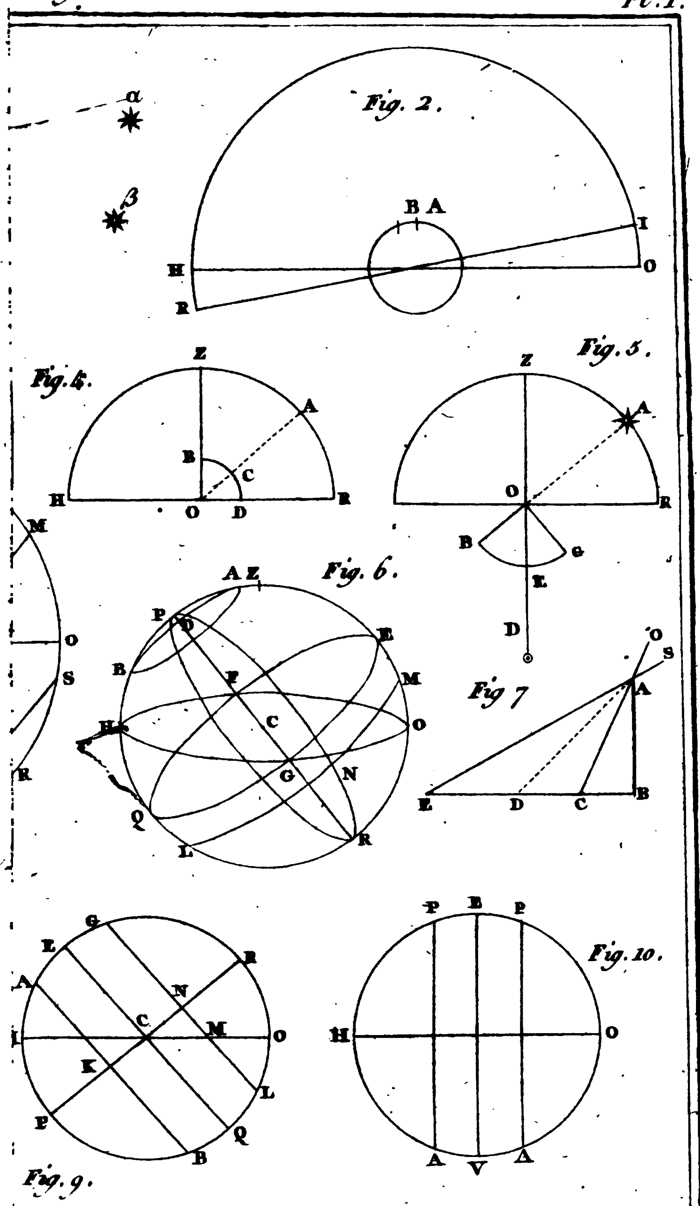
Sur le calendrier de la République françoise.

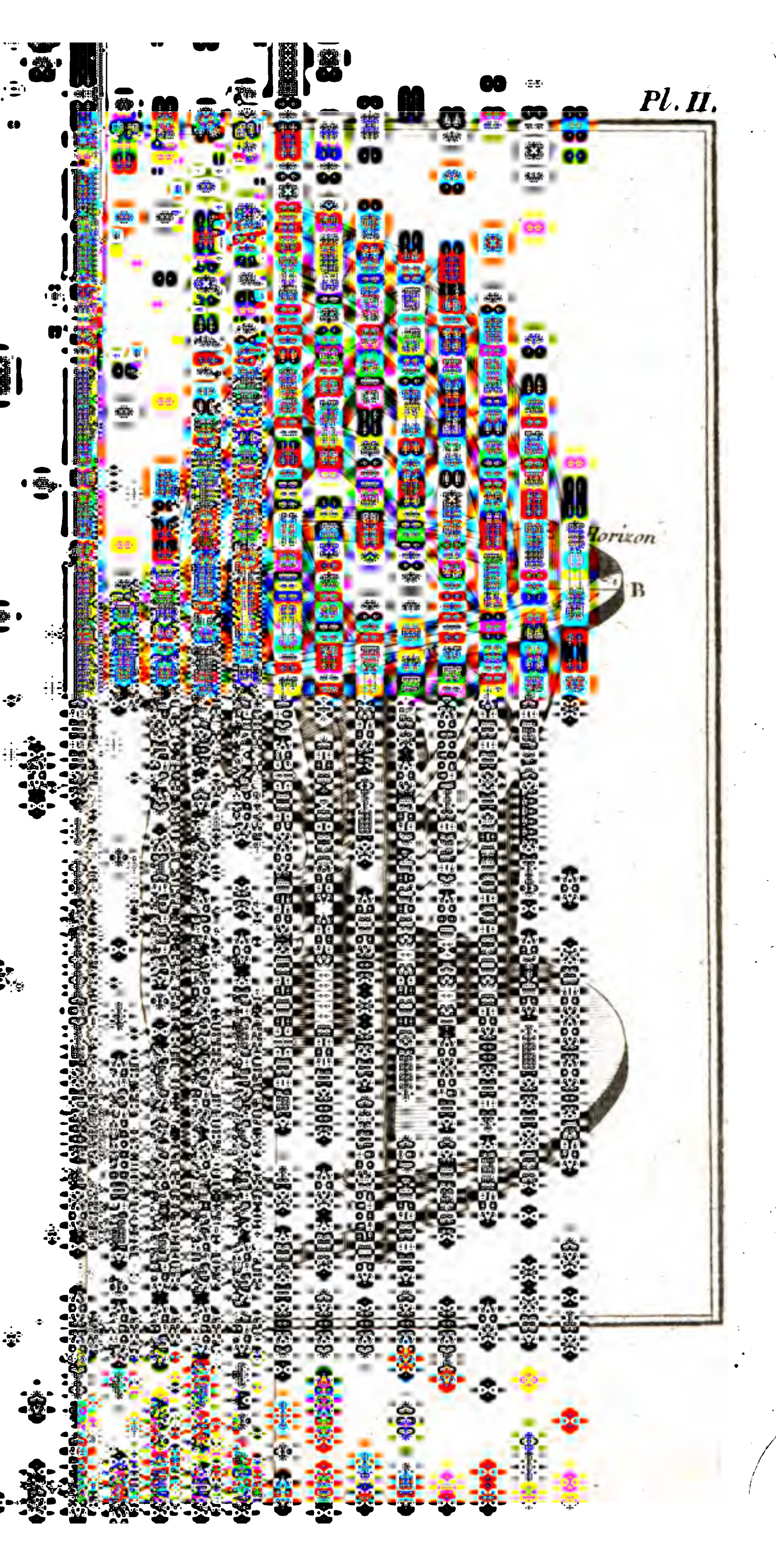
ARTICLE 569.

Dans une assemblée de savans, tenue le 29 germinal, par ordre du comité d'instruction publique, pour fixer les intercalations, il a été convenu que, pour se rapprocher de la durée de l'année moyenne, que j'ai déterminée de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$ (*Mém. de l'acad.* 1782), on feroit sextiles les années 4, 8, 12, etc. jusqu'à 100, qui sera commune, ainsi que 200 et 300. L'année 400 sera sextile, de même que 800, 1200, et tous les siecles divisibles par 4, excepté 3600, 7200, etc. qui seront des années communes.

Ainsi, dans la table de l'article 568, il faut mettre S vis-à-vis des années 4, 8, 12, 16; supprimer les deux lignes qui commencent par ces mots, *C'est après les années* 15, etc., et changer les dates du commencement des années républicaines, en mettant le 22 septembre jusqu'à la 8e inclusivement; toutes les autres depuis la 9e jusqu'à la 25e commenceront le 23 septembre de l'ancien style ou du calendrier grégorien.

Ainsi la regle que j'esperois (569) et que je n'ai cessé de réclamer se trouve établie, et donne au calendrier françois une régularité qui le rend aussi propre que l'autre à tous les calculs astronomiques.


Fig. 2.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig 7
Fig. 9.
Fig. 10.


Pl. II.
Horizon
B

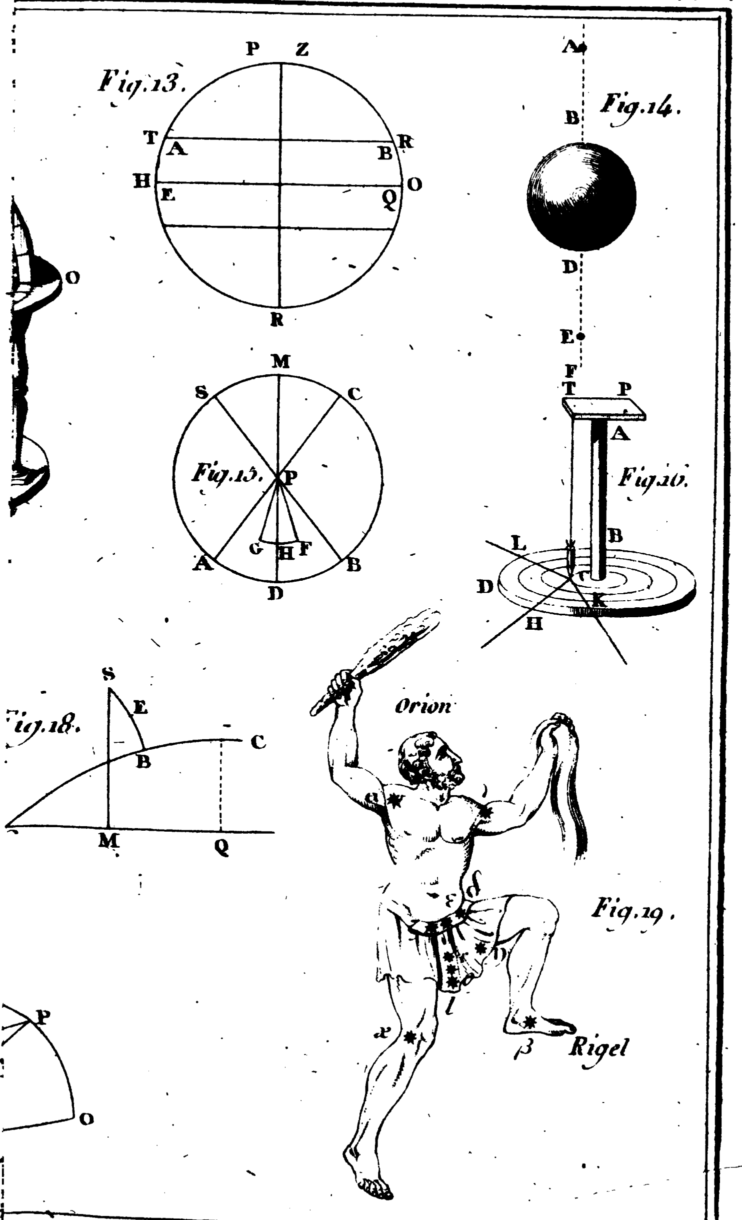
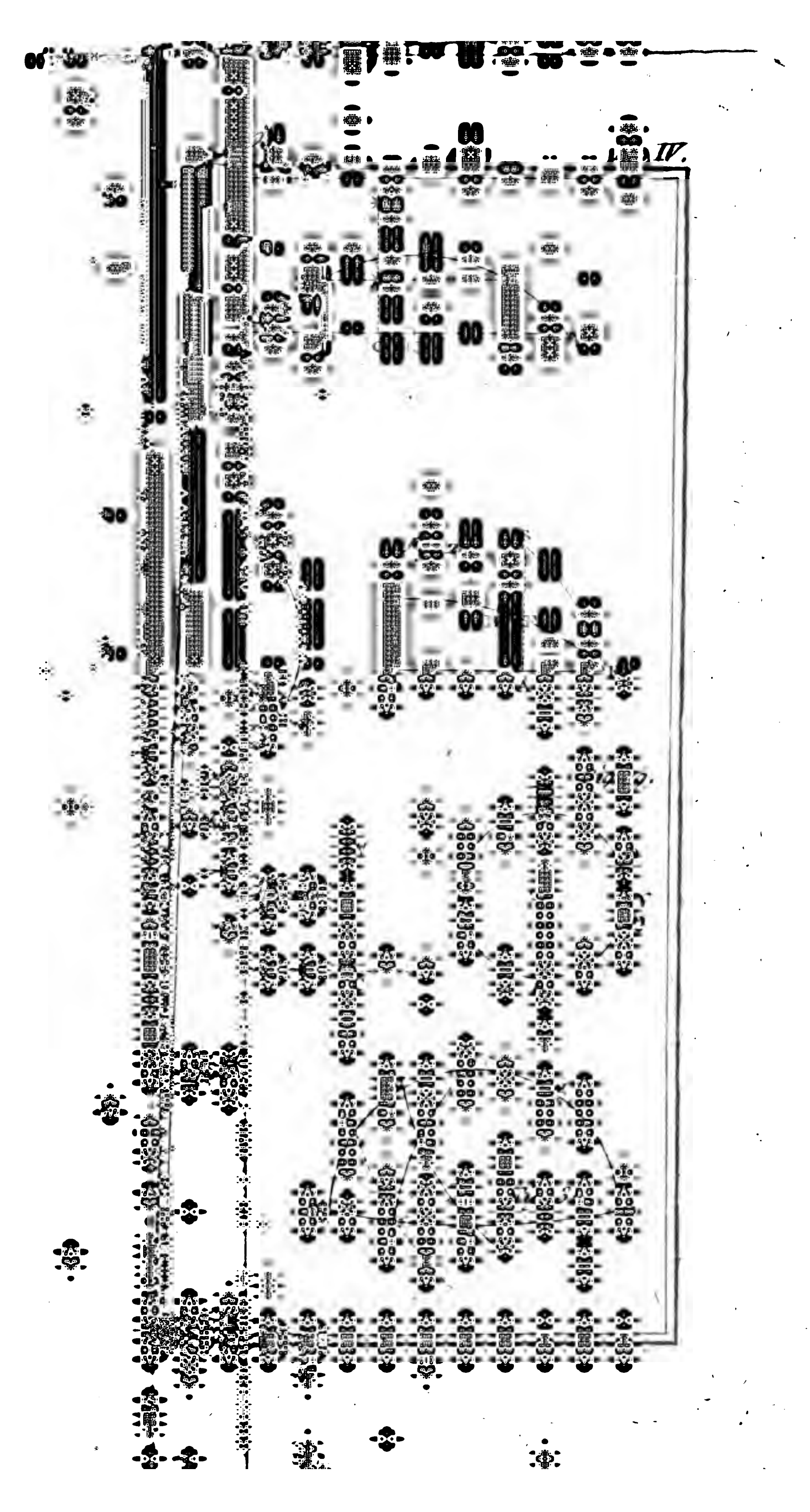
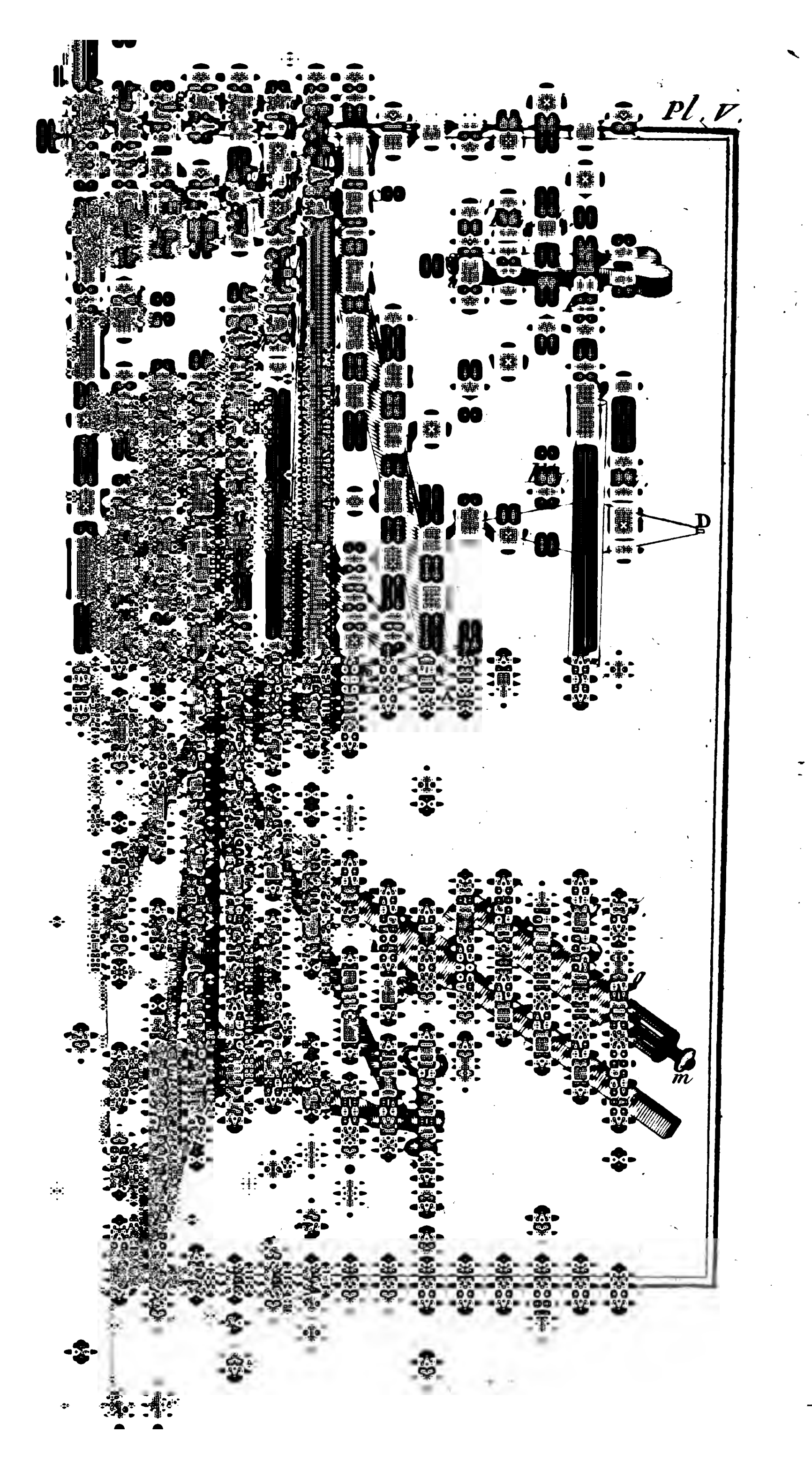
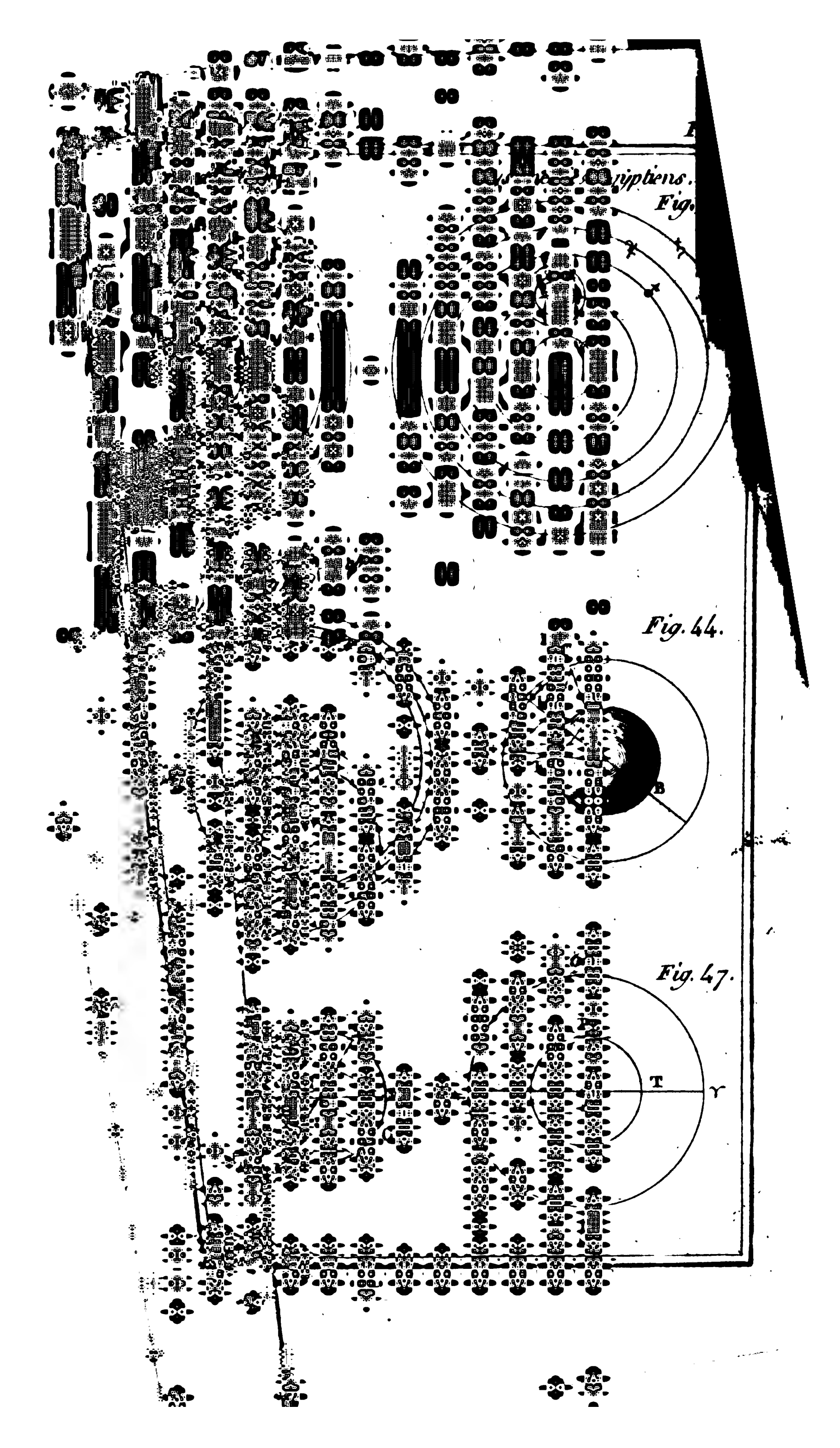


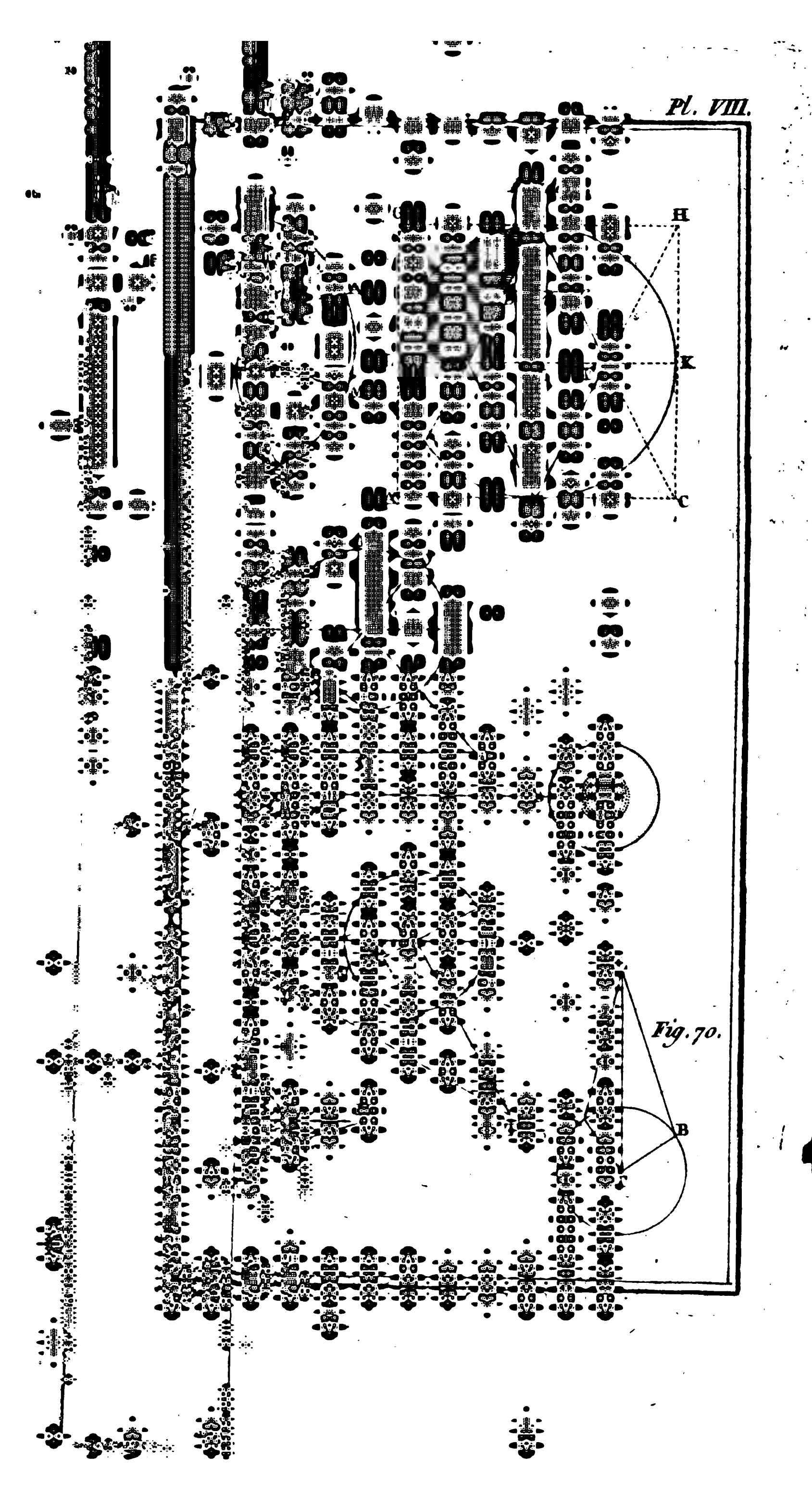
Fig. 13.
P
Z
T
A
B
R
H
E
Q
O
R
Fig. 14.
A
B
D
E
F
T
P
A
Fig. 16.
B
L
D
K
H
M
S
C
Fig. 15.
P
G
H
F
A
B
D
S
E
Fig. 18.
C
B
M
Q
Orion
Fig. 19.
Rigel
P
O

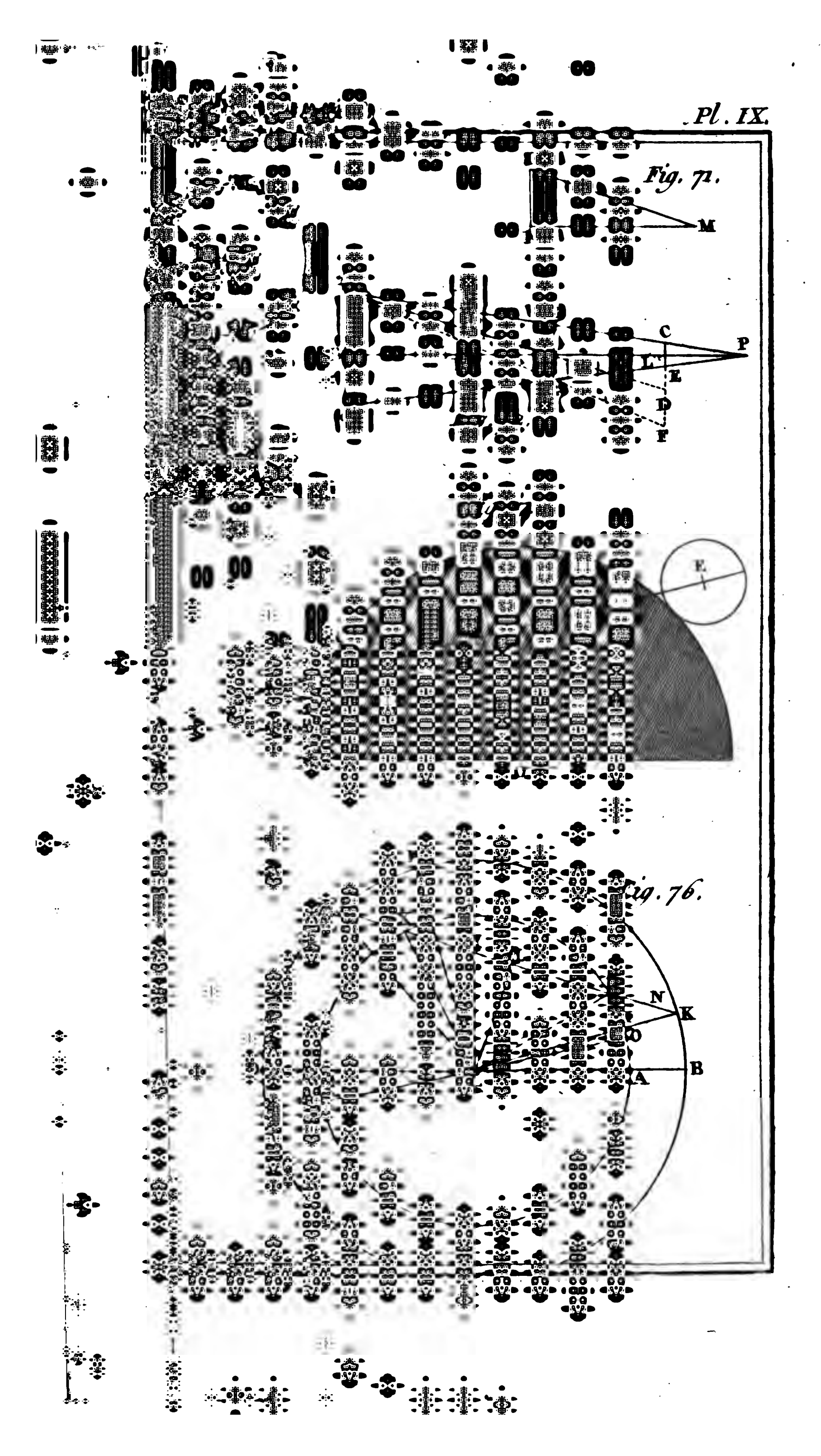


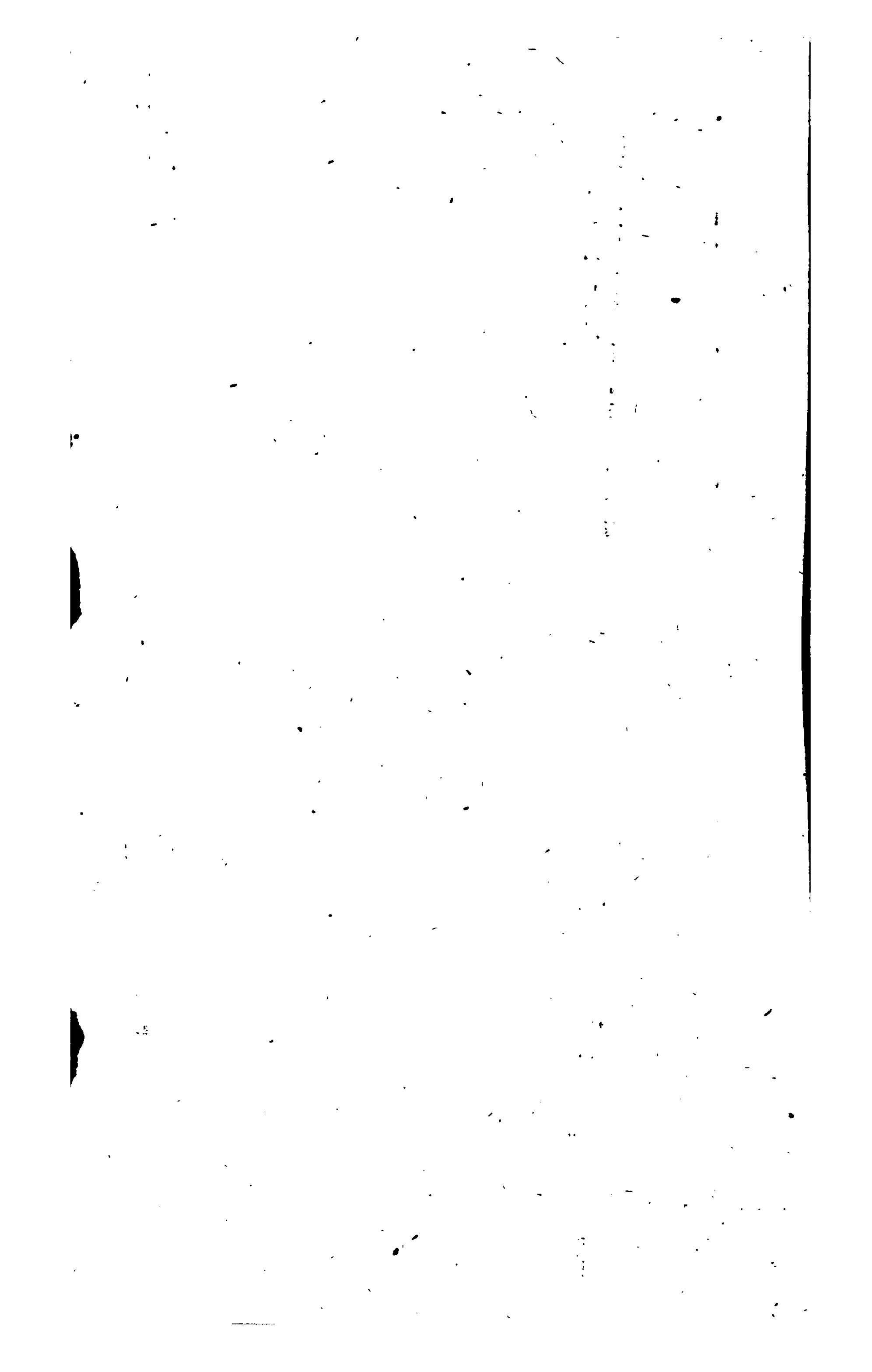

Pl. V.
D
m

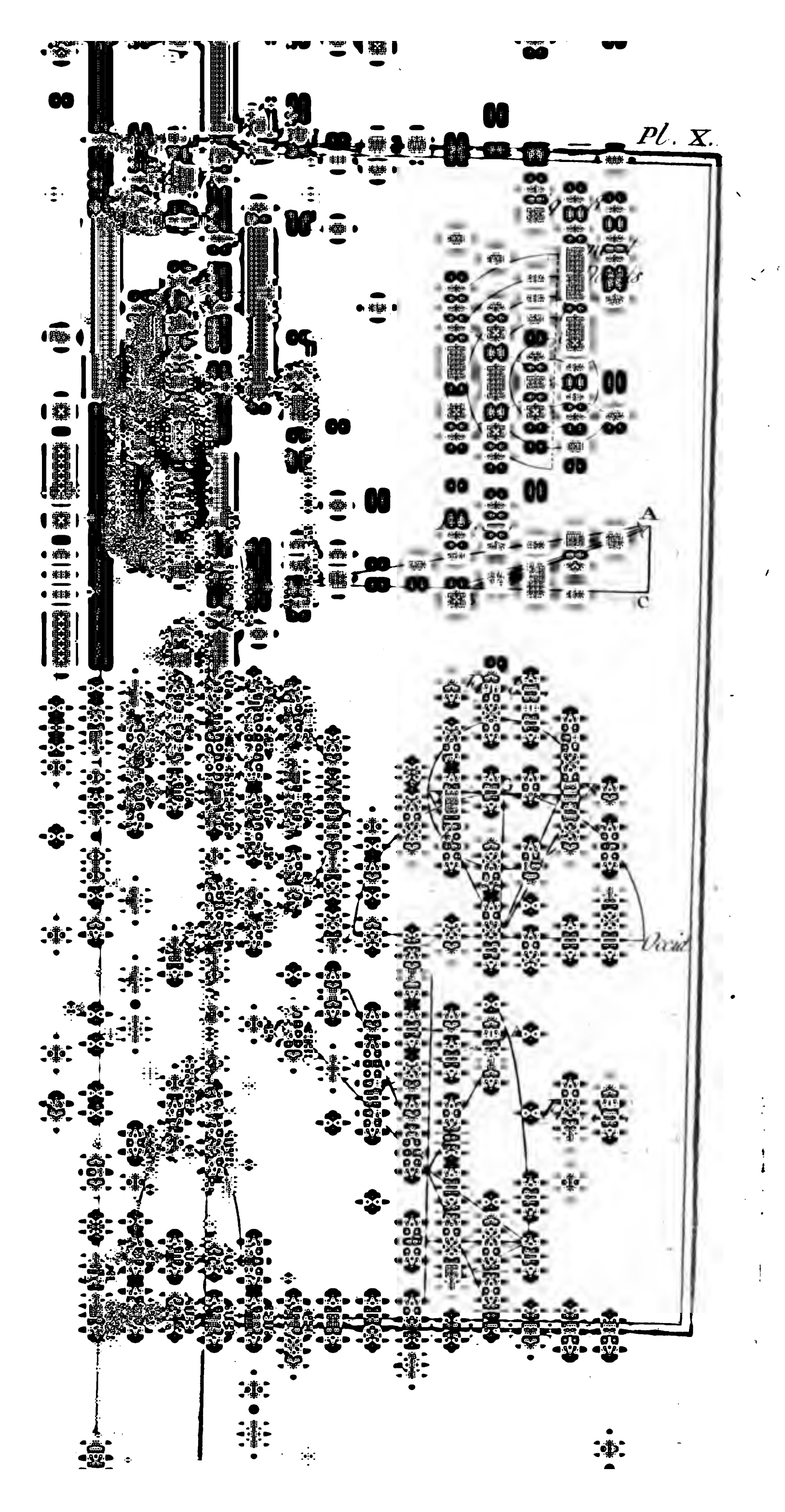

Fig. 44.
B
Fig. 47.
T

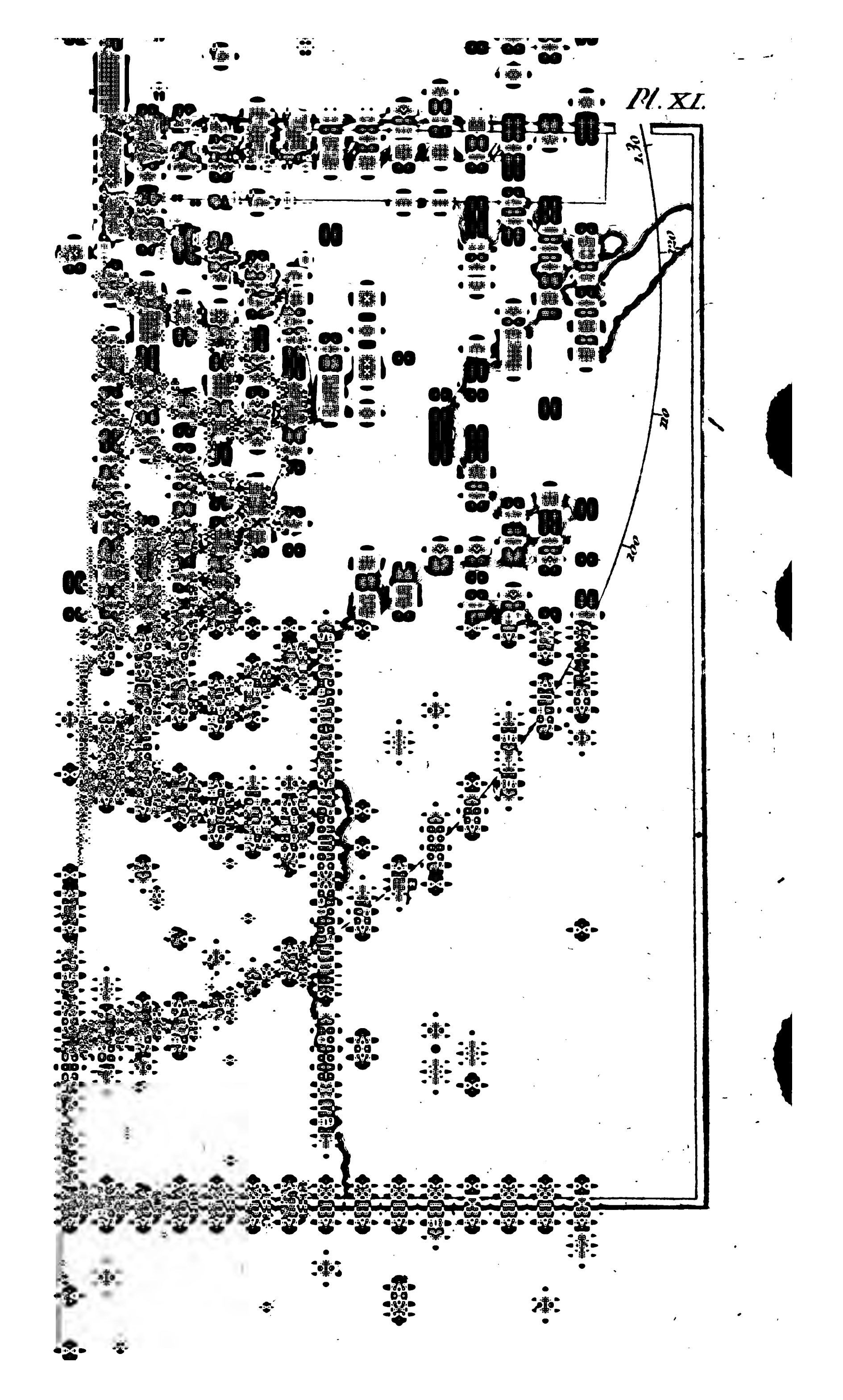


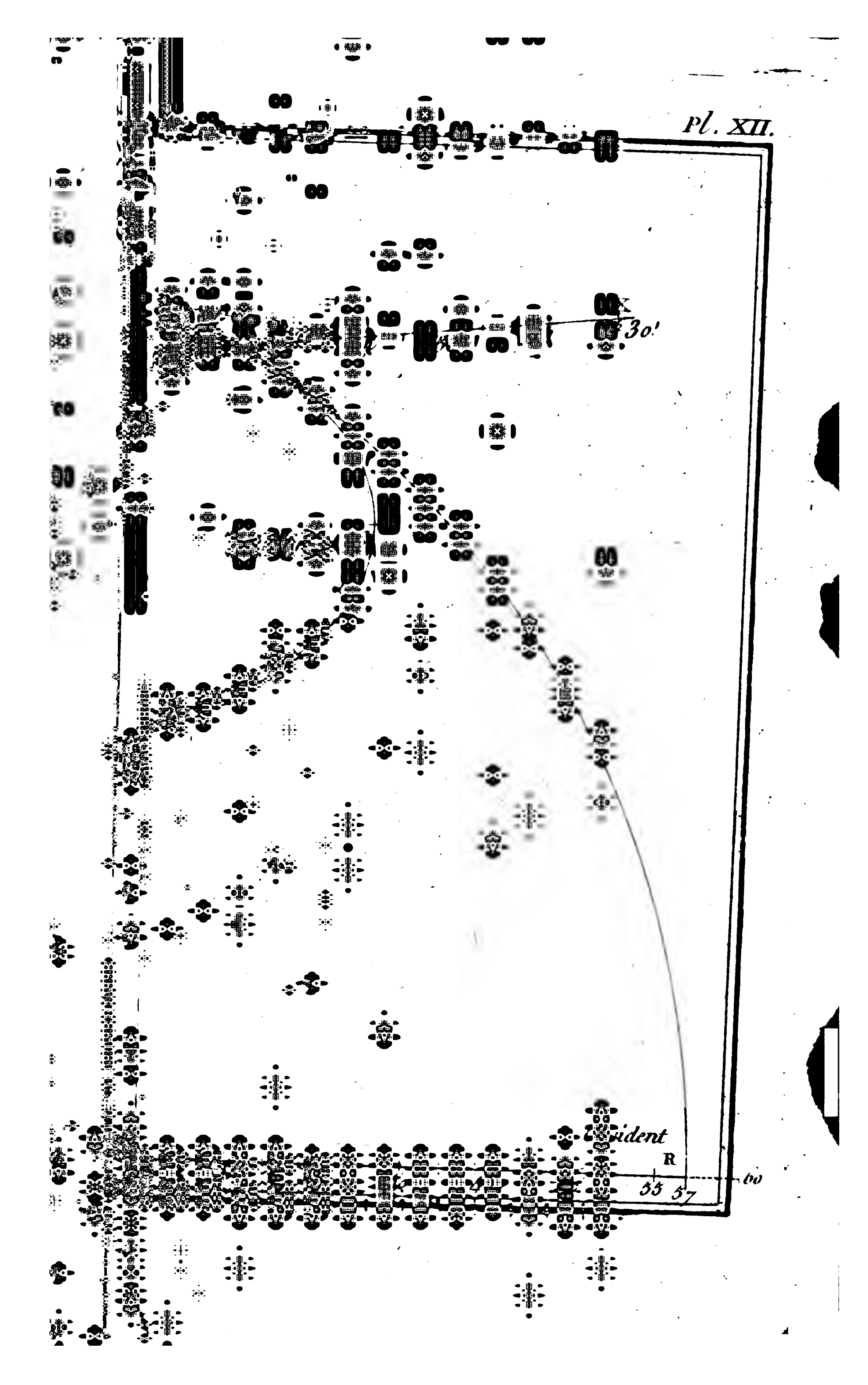

Pl. VIII.
H
K
C
B
Fig. 70.

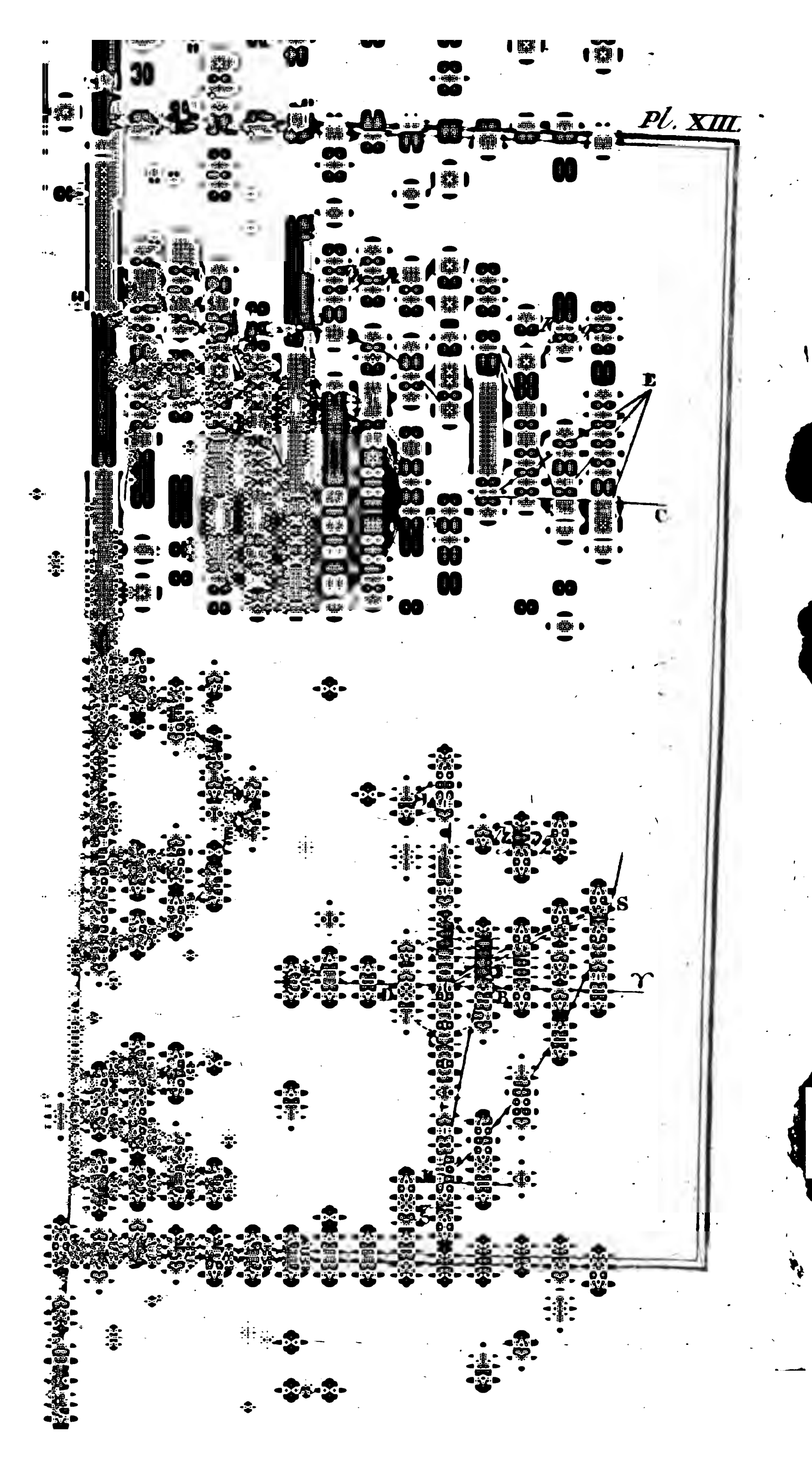

Pl. IX.
Fig. 71.
M
C
P
E
D
F
E
Fig. 76.
N
K
O
B
A

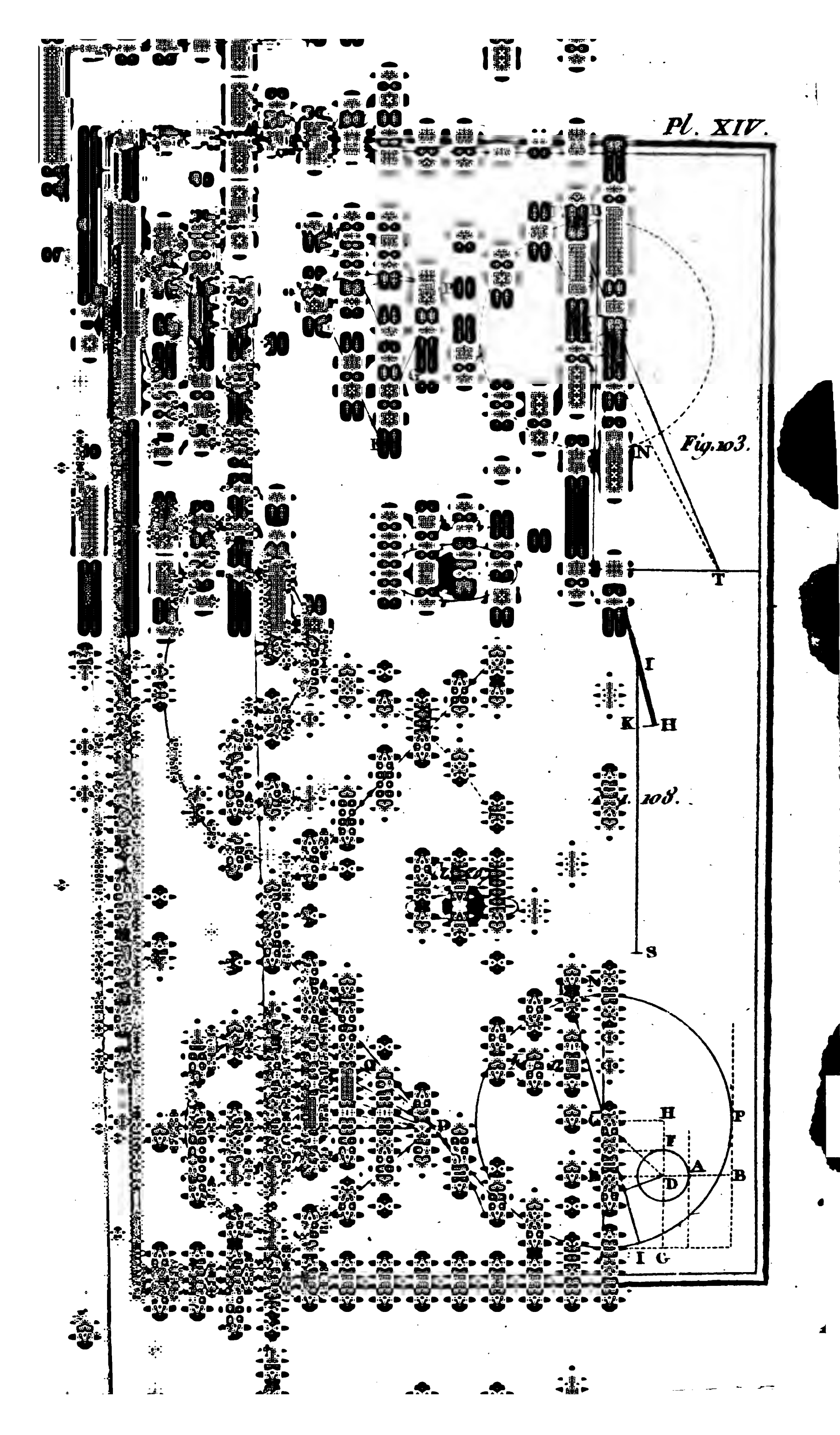



Pl. X.
A
C


Pl. XI.
130
120
110
100


Pl. XII.
X
30'
Ardent
R
55
57
60


Pl. XIII.
E
C
S
B


Fig. 103.
N
T
I
K
H
108.
S
N
H
P
F
A
B
D
I
G

